الفصل الرابع: إستهلاك القروض

*Amortissement des emprunts*

أولا/ إستهلاك القروض بدفعات ثابتة

1. تحديد قيمة الدفعة الثابتة
2. جدول إستهلاك القرض
3. علاقات بين عناصر الجدول

ثانيا/ إستهلاك القروض باستهلاكات ثابتة

1. تحديد قيمة الإستهلاك الثابت
2. جدول إستهلاك القرض
3. علاقات بين عناصر الجدول

الفصل الرابع: إستهلاك القروض

*Amortissement des emprunts*

 ومن المتعارف عليه أن طريقة سداد القرض وفوائده مرة واحدة عند تاريخ إستحقاقه لا تتلاءم ومصلحة كل من طرفي العلاقة، لذا نجد أن أغلب المتعاقدين على القروض طويلة الأجل يتفقون على إستهلاكها وتسويتها خلال فترات زمنية بواسطة دفعات سواء من أصل رأس المال فقط دون الفائدة[[1]](#footnote-2) ، أو عن طريق سداد القرض التي يدفعها المقترض مع الفائدة وإعادة جزء من رأس مال قرض[[2]](#footnote-3). وهما الطريقتين التي سوف نتطرق إليهما:

* إستهلاك القروض بدفعات ثابتة.
* إستهلاك القروض باستهلاكات ثابتة.

أولا/ إستهلاك القروض بدفعات ثابتة

طبقا لهذه الطريقة يقوم المدين بسداد أصل القرض وفوائده على دفعات دورية متساوية )ثابتة( في نهاية كل فترة زمنية قد تكون في نهاية كل شهر أو نهاية كل ثلاثي أو نهاية كل سداسي أو سنة على حسب المتفق عليه بين المدين والدائن[[3]](#footnote-4)، والدفعة هنا تسدد فى آخر كل فترة دورية منتظمة، وتشتمل الدفعة على جزئين الأول: جزء من قيمة القرض الأصلى، والجزء الثانى: الفوائد المستحقة على القرض، وتناسب هذه المشروعات تجارية التي تدر إيراداً منتظما خلال فترة حياة المشروع.[[4]](#footnote-5)

1. تحديد قيمة الدفعة الثابتة:

عملية إستهلاك القرض بالدفعات الثابتة تطابق عملية تسديد القرض بدفعات نهاية الفترة، وقبل تحديد قيمة الدفعة الثابتة يجب تحديد العناصر الأساسية المستعملة في إعداد جدول إستهلاك القرض:

*V0* : قيمة أصل القرض في بداية التاريخ الصفر.

*C*: الدفعة الثابتة (القسط الثابت) وتتكون من عنصرين هما *(M+I)*:

* *M*: الإستهلاك: وهو يتزايد حسب السنوات بتناقص الفائدة.
* *I*: الفائدة: وهي تتناقص حسب السنوات.

*n*: مدة القرض: إذ في نهاية الفترة *n* يصبح أصل القرض معدوما.

ومنه يمكن إيجاد قيمة الدفعة الثابتة عن طريق العلاقة التالية:

$$V\_{0}=C\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$$

$$\rightarrow C=V\_{0}\frac{i}{\left[1-(1+i)^{-n}\right]}$$

ملاحظة:

|  |
| --- |
| يستعمل الجدول المالي رقم 05 لحساب قيمة الكسر التالي:$\frac{i}{\left[1-(1+i)^{-n}\right]}$ |

1. جدول إستهلاك القرض:

هو كشف حساب يتم فيه متابعة القرض وعملية سداد الدفعات أولا بأول ويتم إعداده بواسطة الطرف الدائن عادة ) البنك( ويأخذ جدول الاستهلاك القرض الشكل الآتي:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| الدين المتبقي في نهاية الفترة | الدين المستهلك | الإستهلاك للفترة | الدفعة الثابتة | فائدة الفترة | الدين المتبقي في بداية الفترة | الفترة |
| $$V\_{1}=V\_{0}-M\_{1}$$ | $$M\_{1}$$ | $$M\_{1}=C-I\_{1}$$ | $$C$$ | $$I\_{1}=V\_{0}.i$$ | $$V\_{0}$$ | 1 |
| $$V\_{2}=V\_{1}-M\_{2}$$ | $$M\_{1}+M\_{2}$$ | $$M\_{2}=C-I\_{2}$$ | $$C$$ | $$I\_{2}=V\_{1}.i$$ | $$V\_{1}$$ | 2 |
| … | … | … | … | … | … | … |
| … | … | … | … | … | … | *…* |
| $$V\_{x-1}=V\_{x-2}-M\_{x-1}$$ | $$\sum\_{}^{}M\_{1}+…+M\_{x-1}$$ | $$M\_{x-1}=C-I\_{x-1}$$ | $$C$$ | $$I\_{x-1}=V\_{x-2}.i$$ | $$V\_{x-2}$$ | *x-1* |
| $$V\_{x}=V\_{x-1}-M\_{x}$$ | $$\sum\_{}^{}M\_{1}+…+M\_{x}$$ | $$M\_{x}=C-I\_{x}$$ | $$C$$ | $$I\_{x}=V\_{x-1}.i$$ | $$V\_{x-1}$$ | *x* |
| $$V\_{x+1}=V\_{x}-M\_{x+1}$$ | $$\sum\_{}^{}M\_{1}+…+M\_{x+1}$$ | $$M\_{x+1}=C-I\_{x+1}$$ | $$C$$ | $$I\_{x+1}=V\_{x}.i$$ | $$V\_{x}$$ | *x+1* |
| … | … | … | … | … | … | … |
| … | … | … | … | … | … | … |
| $$V\_{n-1}=V\_{n-2}-M\_{n-1}$$ | $$\sum\_{}^{}M\_{1}+…+M\_{n-1}$$ | $$M\_{n-1}=C-I\_{n-1}$$ | $$C$$ | $$I\_{n-1}=V\_{n-2}.i$$ | $$V\_{n-2}$$ | *n-1* |
| *0* | $$\sum\_{}^{}M\_{1}+…+M\_{n}$$ | $$M\_{n}=C-I\_{n}$$ | $$C$$ | $$I\_{n}=V\_{n-1}.i$$ | $$V\_{n-1}$$ | *n* |
| *-* | *-* | $$\sum\_{}^{}M$$ | $$n×C$$ | $$\sum\_{}^{}I$$ | *-* | $$\sum\_{}^{}I$$ |

مثال:

اشترى تاجر بضاعة من أحد الموردين بمبلغ 40848,7204 دج واتفق مع المورد على سداد قيمة البضاعة بدفعات سنوية ثابتة من الأصل القرض والفوائد معا خلال 3 سنوات . فإذا عملت أن معدل الفائدة المستخدم 5 % سنويا. أحسب قيمة الدفعة الثابتة ؟ ثم إعداد جدول إستهلاك القرض؟

الحل:

* حساب قيمة الدفعة الثابتة:

لدينا:

$$C=V\_{0}\frac{i}{\left[1-(1+i)^{-n}\right]}$$

$$C=40848,7204×\frac{0,05}{\left[1-(1+0,05)^{-3}\right]}$$

$$C=15000 DA$$

* إعداد جدول إستهلاك القرض:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| الدين المتبقي في نهاية الفترة | الدين المستهلك | الإستهلاك للفترة | الدفعة الثابتة | فائدة الفترة | الدين المتبقي في بداية الفترة | الفترة |
| 27891,1564 | 12957,5639 | 12957,5639 | 15000 | 2042,436 | 40848,7204 | 1 |
| 14285,7143 | 26563,0060 | 13605,4421 | 15000 | 1394,5578 | 27891,1564 | 2 |
| 0 | 40848,7204 | 14285,7143 | 15000 | 714,2857 | 14285,7143 | 3 |
| - | - | 40848,7204 | 45000 | 4151,2795 | - | $$\sum\_{}^{}I$$ |

1. علاقات بين عناصر الجدول:

هناك العديد من العلاقات التي تربط العناصر المكونة للجدول، بحيث نستفيد من هذه العلاقات في إيجاد العناصر الأخرى في الجدول.

1.3. العلاقة بين الدفعات وأصل القرض:

مجموع الدفعات تساوي إلى أصل القرض *V0* مضافا إليه مجموع الفوائد. ومنه:

$\sum\_{}^{}C=V\_{0}+\sum\_{}^{}I$

 $\rightarrow n×C=V\_{0}+\sum\_{}^{}I$

 $\rightarrow n×C=\sum\_{}^{}M+\sum\_{}^{}I$

$$\rightarrow C=\frac{\sum\_{}^{}M+\sum\_{}^{}I}{n}$$

2.3. العلاقة بين الإستهلاكات:

إذا وضعنا الفرق بين دفعتين متساويتين نجد:

 $C\_{x+1}-C\_{x}=\left[\left(I\_{x+1}+M\_{x+1}\right)-\left(I\_{x}+M\_{x}\right)\right]$$\rightarrow C\_{x+1}-C\_{x}=\left[\left(V\_{x}.i+M\_{x+1}\right)-\left(V\_{x-1}.i+M\_{x}\right)\right]$

$\rightarrow C\_{x+1}-C\_{x}=V\_{x}.i+M\_{x+1}-V\_{x-1}.i-M\_{x}$

$\rightarrow C\_{x+1}-C\_{x}=\left(V\_{x-1}-M\_{x}\right)i+M\_{x+1}-V\_{x-1}.i-M\_{x}$

$\rightarrow C\_{x+1}-C\_{x}=V\_{x-1}.i-M\_{x}.i+M\_{x+1}-V\_{x-1}.i-M\_{x}$

$\rightarrow -M\_{x}.i+M\_{x+1}-M\_{x}=0$

$\rightarrow M\_{x+1}=M\_{x}+M\_{x}.i$

$\rightarrow M\_{x+1}=M\_{x}\left(1+i\right)$

ملاحظة:

|  |
| --- |
| * هذه العلاقة معناها أن: أي إستهلاك في سطر من الجدول يساوي إلى الإستهلاك السابق له×*(1+i)*
* هذه العلاقة معناها أيضا أن: الإستهلاكات تتزايد فيما بينها بمتتالية هندسية حدها الأول *M1* وأساسها *(1+i)* وعدد حدودها *n* ومنه يمكن إستنتاج العلاقة التالية:

$$M\_{x}=M\_{k}\left(1+i\right)^{x-k}$$ |

3.3. العلاقة بين الإستهلاكات وأصل القرض:

نعلم أن أصل القرض يستهلك سنويا إلى أن ينعدم ويصبح مساويا إلى الصفر في نهاية المدة المتفق عليها أي:

$$V\_{1}=V\_{0}-M\_{1}$$

$$V\_{2}=V\_{1}-M\_{2}=V\_{0}-M\_{1}-M\_{2}$$

$$V\_{3}=V\_{2}-M\_{3}=V\_{0}-M\_{1}-M\_{2}-M\_{3}$$

$$V\_{n}=V\_{n-1}-M\_{n}=V\_{0}-M\_{1}-M\_{2}-…-M\_{n}=0$$

$$V\_{0}=M\_{1}+M\_{2}+…+M\_{n}$$

$$V\_{0}=\sum\_{s=1}^{n}M\_{s}$$

وبما أن الإستهلاكات تكون فيما بينها متتالية هندسية متزايدة حسب ما سبق فإن:

$$V\_{0}=\sum\_{s=1}^{n}M\_{1}=M\_{1}\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]$$

4.3. الفرق بين إستهلاكين متتاليين:

$$M\_{x+1}-M\_{x}=\left(C-I\_{x+1}\right)-\left(C-I\_{x}\right)$$

$\rightarrow M\_{x+1}-M\_{x}=C-I\_{x+1}-C+I\_{x}$

$\rightarrow M\_{x+1}-M\_{x}=I\_{x}-I\_{x+1}$

5.3. الفرق بين فائدتين متتاليتين:

$$I\_{x}-I\_{x+1}=\left(C-M\_{x}\right)-\left(C-M\_{x+1}\right)$$

$\rightarrow I\_{x}-I\_{x+1}=C-M\_{x}-C+M\_{x+1}$

$$\rightarrow I\_{x}-I\_{x+1}=M\_{x+1}-M\_{x}$$

$$\rightarrow I\_{x}-I\_{x+1}=M\_{x}\left(1+i\right)-M\_{x}$$

$\rightarrow I\_{x}-I\_{x+1}=M\_{x}+M\_{x}.i-M\_{x}$

$\rightarrow I\_{x}-I\_{x+1}=M\_{x}.i$

6.3. العلاقة بين كل فائدتين متتاليتين:

من العلاقة السابقة:

$$I\_{x}-I\_{x+1}=M\_{x}.i$$

$$I\_{x+1}-I\_{x+2}=M\_{x+1}.i=M\_{x}.i\left(1+i\right)$$

$$I\_{x+2}-I\_{x+3}=M\_{x+2}.i=M\_{x}.i\left(1+i\right)^{2}$$

وإذا كانت *M1* مكان *Mx* وبالتعميم نجد:

$$I\_{x}-I\_{x+1}=M\_{1}.i\left(1+i\right)^{x-1}$$

8.3. الدﱟين المدفوع والدﱟين المتبقي:



أ/ الدﱟين المدفوع:

الدين المدفوع يتكون من مجموع الإستهلاكات من السنة الأولى إلى غاية السنة *R*.

$$V\_{0R}=M\_{1}\left[\frac{(1+i)^{R}-1}{i}\right]$$

ب/الدﱟين المتبقي:

أي الدين المتبقي يبدأ من السنة *R* إلى غاية السنة *n*.

$$V\_{Rn}=M\_{R+1}\left[\frac{(1+i)^{n-R}-1}{i}\right]$$

9.3. الدفعة الثابتة من السطر الأخير للجدول:

لدينا:

$$C=M\_{x}+I\_{x}$$

$$C=M\_{n}+I\_{n}$$

$$\rightarrow C=M\_{n}+M\_{n}.i$$

$$\rightarrow C=M\_{n}\left(1+i\right)$$

مثال:

من جدول التطبيق السابق تحقق من العلاقات سابقة الذكر؟

الحل:

* العلاقة بين الدفعات وأصل القرض:

لدينا:

$$C=\frac{\sum\_{}^{}M+\sum\_{}^{}I}{n}$$

$$\rightarrow C=\frac{40848,7204+4151,2795}{3}$$

$$\rightarrow C=15000 DA$$

* العلاقة بين الإستهلاكات:

لدينا:

$$M\_{x+1}=M\_{x}\left(1+i\right)$$

لنأخذ السطر الثاني من الجدول، لنجد أن:

$$M\_{2}=M\_{1}\left(1+i\right)$$

$$M\_{2}=12957,5639\left(1+0,05\right)$$

$$\rightarrow M\_{2}=13605,4421 DA$$

* العلاقة بين الإستهلاكات وأصل القرض:

$$V\_{0}=M\_{1}\left[\frac{(1+i)^{n}-1}{i}\right]$$

$$\rightarrow V\_{0}=12957,5639\left[\frac{(1+0,05)^{3}-1}{0,05}\right]$$

$$\rightarrow V\_{0}=40848,7204 DA$$

* الفرق بين إستهلاكين متتاليين:

لدينا:

$$M\_{x+1}-M\_{x}=I\_{x}-I\_{x+1}$$

*لنحسب الفرق بين الإستهلاك الثاني والثالث:*

$$M\_{3}-M\_{2}=I\_{2}-I\_{3}$$

$$\rightarrow 14285,7143-13605,4421=1394,5578-714,2857$$

$$\rightarrow 680,2722=680,2722 DA$$

* الفرق بين فائدتين متتاليتين:

لدينا:

$$I\_{x}-I\_{x+1}=M\_{x}.i$$

*لنحسب الفرق بين الفائدتين الثانية والثالثة:*

 $I\_{2}-I\_{3}=M\_{2}.i$

$$\rightarrow 1394,5578-714,2857=13605,4421×0,05$$

$$\rightarrow 680,2721=680,2721 DA$$

* العلاقة بين كل فائدتين متتاليتين:

لدينا:

$$I\_{x}-I\_{x+1}=M\_{1}.i\left(1+i\right)^{x-1}$$

*لنحسب الفرق بين الفائدتين الثانية والثالثة:*

$$I\_{2}-I\_{3}=M\_{1}.i(1+i)$$

$$\rightarrow 1394,5578-714,2857=12957,5639×0,05×(1+0,05)$$

$$\rightarrow 680,2721=680,2721 DA$$

* الدﱟين المدفوع والدﱟين المتبقي:



* الدﱟين المدفوع: من بداية السنة الأولى إلى غاية نهاية السنة الثانية.

$$V\_{0R}=M\_{1}\left[\frac{(1+i)^{R}-1}{i}\right]$$

$$\rightarrow V\_{0R}=12957,5639\left[\frac{(1+0,05)^{2}-1}{0,05}\right]$$

$$\rightarrow V\_{0R}=26563,0060 DA$$

* الدﱟين المتبقي: من نهاية السنة الثانية إلى غاية نهاية السنة الثالثة.

$$V\_{Rn}=M\_{R+1}\left[\frac{(1+i)^{n-R}-1}{i}\right]$$

$$\rightarrow V\_{Rn}=14285,7143\left[\frac{(1+0,05)^{3-2}-1}{0,05}\right]$$

$$\rightarrow V\_{Rn}=14285,7143 DA$$

* الدفعة الثابتة من السطر الأخير للجدول:

لدينا:

$$C=M\_{n}\left(1+i\right)$$

$$\rightarrow C=14285,7143\left(1+0,05\right)$$

$$\rightarrow C=15000 DA$$

ثانيا/ إستهلاك القروض باستهلاكات ثابتة

مبلغ الإستهلاك الثابت عبارة عن مبلغ أصل القرض مقسوما على عدد سنوات الاستهلاك ، ويسدد المدين في نهاية كل سنة مبلغ الاستهلاك الثابت )المتساوي( مضافا إليه الفائدة على رصيد القرض المتبقي في أول السنة (فائدة الفترة)[[5]](#footnote-6).

1. تحديد قيمة الإستهلاك الثابت:

يحسب الإستهلاك الثابت بقسمة أصل القرض على عدد الفترات الزمنية التي تسدد فيها، وقبل تحديد قيمة الإستهلاك الثابت يجب تحديد العناصر الأساسية المستعملة في إعداد جدول إستهلاك القرض:

*V0* : قيمة أصل القرض في بداية التاريخ الصفر.

*C*: الدفعة المتغيرة (القسط المتغير): وهي تتناقص حسب السنوات، وتتكون من عنصرين هما *(M+I)*:

* *M*: الإستهلاك الثابت.
* *I*: الفائدة: وهي تتناقص حسب السنوات.

*n*: مدة القرض: إذ في نهاية الفترة *n* يصبح أصل القرض معدوما.

ويمكن التعبير عما سبق بالعلاقة التالية:

$$M=\frac{V\_{0}}{n}$$

1. جدول إستهلاك القرض:

هو كشف حساب يتم فيه متابعة القرض وعملية سداد الدفعات أولا بأول ويتم إعداده بواسطة الطرف الدائن عادة ) البنك(، أي يستحق الإستهلاك الثابت في نهاية كل فترة زمنية فيتم حسابها على الرصيد المتبقي من القرض في كل فترة زمنية، أي بعد خصم الإستهلاك الثابت، ويكون حساب الفوائد المستحقة وفق ما يلي (بافتراض أن الفترات الزمنية متساوية):

$$I\_{1}=C\_{0}×i×n$$

$$I\_{2}=(C\_{0}-M)i×n$$

$$I\_{3}=(C\_{0}-2M)i×n$$

$$I\_{4}=(C\_{0}-3M)i×n$$

……………………….

……………………….

$$I\_{n}=M×i×n$$

ويأخذ جدول الاستهلاك القرض الشكل الآتي:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| الدين المتبقي في نهاية الفترة | الدين المستهلك | الإستهلاك الثابت | الدفعة المتغيرة | فائدة الفترة | الدين المتبقي في بداية الفترة | الفترة |
| $$V\_{1}=V\_{0}-M$$ | $$M$$ | $$M$$ | $$C\_{1}=I\_{1}+M$$ | $$I\_{1}=V\_{0}.i$$ | $$V\_{0}$$ | 1 |
| $$V\_{2}=V\_{1}-2M$$ | $$2M$$ | $$M$$ | $$C\_{2}=I\_{2}+M$$ | $$I\_{2}=V\_{1}.i$$ | $$V\_{1}$$ | 2 |
| … | … | … | … | … | … | … |
| … | … | … | … | … | … | *…* |
| … | … | … | … | … | … | *…* |
| $$V\_{x-1}=V\_{x-2}-(x-1)M$$ | $$(x-1)M$$ | $$M$$ | $$C\_{x-1}=I\_{x-1}+M$$ | $$I\_{x-1}=V\_{x-2}.i$$ | $$V\_{x-2}$$ | *x-1* |
| $$V\_{x}=V\_{x-1}-xM$$ | $$xM$$ | $$M$$ | $$C\_{x}=I\_{x}+M$$ | $$I\_{x}=V\_{x-1}.i$$ | $$V\_{x-1}$$ | *x* |
| $$V\_{x+1}=V\_{x}-(x+1)M$$ | $$(x+1)M$$ | $$M$$ | $$C\_{x+1}=I\_{x+1}+M$$ | $$I\_{x+1}=V\_{x}.i$$ | $$V\_{x}$$ | *x+1* |
| … | … | … | … | … | … | … |
| … | … | … | … | … | … | … |
| … | … | … | … | … | … | … |
| $$V\_{n-1}=V\_{n-2}-(n-1)M$$ | $$(n-1)M$$ | $$M$$ | $$C\_{n-1}=I\_{n-1}+M$$ | $$I\_{n-1}=V\_{n-2}.i$$ | $$V\_{n-2}$$ | *n-1* |
| *0* | $$nM$$ | $$M$$ | $$C\_{n}=I\_{n}+M$$ | $$I\_{n}=V\_{n-1}.i$$ | $$V\_{n-1}$$ | *n* |
| *-* | *-* | $$V\_{0}$$ | $$\sum\_{}^{}C$$ | $$\sum\_{}^{}I$$ | *-* | $$\sum\_{}^{}I$$ |

مثال:

اقترض أحد التجار من بنك 30000 دج وتعهد بسدادها على خمس دفعات سنوية بطريقة )الاستهلاكات الثابتة( مع سداد الفوائد آخر كل سنة على الجزء المتبقي من القرض بمعدل 6%. إعداد جدول الاستهلاك القرض ؟

الحل:

* حساب قيمة الإستهلاك الثابت:

لدينا:

$$M=\frac{V\_{0}}{n}$$

$$\rightarrow M=\frac{30000}{5}$$

$$\rightarrow M=6000 DA$$

* إعداد جدول إستهلاك القرض:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| الدين المتبقي في نهاية الفترة | الدين المستهلك | الإستهلاك الثابت | الدفعة المتغيرة | فائدة الفترة | الدين المتبقي في بداية الفترة | الفترة |
| 24000 | 6000 | 6000 | 7800 | 1800 | 30000 | 1 |
| 18000 | 12000 | 6000 | 7440 | 1440 | 24000 | 2 |
| 12000 | 18000 | 6000 | 7080 | 1080 | 18000 | 3 |
| 6000 | 24000 | 6000 | 6720 | 720 | 12000 | 4 |
| 0 | 30000 | 6000 | 6360 | 360 | 6000 | 5 |
| - | - | 30000 | 35400 | 5400 | - | $$\sum\_{}^{}I$$ |

1. علاقات بين عناصر الجدول:

هناك العديد من العلاقات التي تربط العناصر المكونة للجدول، بحيث نستفيد من هذه العلاقات في إيجاد العناصر الأخرى في الجدول.

1.3. أصل القرض:

$$M=\frac{V\_{0}}{n}$$

$$\rightarrow V\_{0}=M×n$$

2.3. العلاقة بين الدفعات:

لدينا:

$$C\_{1}=\frac{V\_{0}}{n}+V\_{0}.i=M+I\_{1}$$

$$C\_{2}=\frac{V\_{0}}{n}+V\_{1}.i=M+I\_{2}$$

………………..……………

……………………………..

$$C\_{x}=\frac{V\_{0}}{n}+V\_{x-1}.i=M+I\_{x}$$

$$C\_{x+1}=\frac{V\_{0}}{n}+V\_{x}.i=M+I\_{x+1}$$

ولدينا كذلك:

$$V\_{x}=V\_{x-1}-\frac{V\_{0}}{n}$$

ومنه:

$$C\_{x+1}=\frac{V\_{0}}{n}+\left(V\_{x-1}-\frac{V\_{0}}{n}\right).i$$

$$\rightarrow C\_{x+1}=\frac{V\_{0}}{n}+V\_{x-1}.i-\frac{V\_{0}}{n}.i$$

$$\rightarrow C\_{x+1}=C\_{x}-\frac{V\_{0}}{n}.i$$

ملاحظة:

|  |
| --- |
| نلاحظ أن الدفعة في أي تاريخ معين تساوي الدفعة ما قبلها ناقصا منها فائدة الإستهلاك. |

3.3. مجموع الدفعات:

من خلال العلاقة السابقة نستنتج أن الدفعات تكون فيما بينها متتالية عددية حدها الأول $C\_{1}$ وأساسها

 $\frac{V\_{0}}{n}.i$ (فائدة الإستهلاك) وعدد حدودها $n $.

قانون مجموع حدود المتتالية العددية:( *S* المجموع، *a1*الحد الأول، *an*الحد الأخير، *n* عدد الحدود) هو:

$$S=\left(\frac{a\_{1}+a\_{n}}{2}\right)×n$$

ومنه:

$$\sum\_{s=1}^{n}C\_{s}=\left(\frac{C\_{1}+C\_{n}}{2}\right)×n$$

4.3. الدفعة الأخيرة من الجدول:

$$C\_{n}=M+M.i$$

$$\rightarrow C\_{n}=M\left(1+i\right)$$

5.3. مجموع الفوائد:

من خلال جدول إستهلاك القرض باستهلاكات ثابتة نستنتج أن الفوائد تكون فيما بينها متتالية عددية حدها الأول $I\_{1}=V\_{0}.i$ ، وحدها الأخير $M.i=V\_{n-1}.i$ وأساسها $\frac{V\_{0}}{n}.i$ (فائدة الإستهلاك) وعدد حدودها $n $.

قانون مجموع حدود المتتالية العددية:( *S* المجموع، *a1*الحد الأول، *an*الحد الأخير، *n* عدد الحدود) هو:

$$S=\left(\frac{a\_{1}+a\_{n}}{2}\right)×n$$

ومنه:

$$\sum\_{s=1}^{n}I\_{s}=\left(\frac{V\_{0}.i+M.i}{2}\right)×n$$

$$\rightarrow \sum\_{s=1}^{n}I\_{s}=\left(\frac{V\_{0}.i+\frac{V\_{0}}{n}.i}{2}\right)×n$$

$$\rightarrow \sum\_{s=1}^{n}I\_{s}=\left(\frac{1+\frac{1}{n}}{2}\right)V\_{0}.i.n$$

$$\rightarrow \sum\_{s=1}^{n}I\_{s}=\left(\frac{\frac{1+n}{n}}{2}\right)V\_{0}.i.n$$

$$\rightarrow \sum\_{s=1}^{n}I\_{s}=\left(\frac{1+n}{2n}\right)V\_{0}.i.n$$

$$\rightarrow \sum\_{s=1}^{n}I\_{s}=\left(\frac{1+n}{2}\right)V\_{0}.i$$

6.3. الفرق بين دفعتين:

لدينا:

$$C\_{x-1}-C\_{x}=\left(I\_{x-1}+M\right)-\left(I\_{x}+M\right)$$

$\rightarrow C\_{x-1}-C\_{x}=I\_{x-1}+M-I\_{x}-M$

$\rightarrow C\_{x-1}-C\_{x}=I\_{x-1}-I\_{x}$

مثال:

من جدول التطبيق السابق تحقق من العلاقات سابقة الذكر؟

الحل:

* أصل القرض:

$$V\_{0}=M×n$$

$$\rightarrow V\_{0}=6000×5$$

$$\rightarrow V\_{0}=30000 DA$$

* العلاقة بين الدفعات:

لنبحث عن العلاقة بين الدفعة الثالثة والرابعة، لدينا:

$$C\_{x+1}=C\_{x}-\frac{V\_{0}}{n}.i$$

$$\rightarrow C\_{4}=C\_{3}-\frac{V\_{0}}{n}.i$$

$$\rightarrow C\_{4}=7080-\frac{30000}{5}×0,06$$

$$\rightarrow C\_{4}=6720 DA$$

* مجموع الدفعات:

لدينا:

$$\sum\_{s=1}^{n}C\_{s}=\left(\frac{C\_{1}+C\_{n}}{2}\right)×n$$

$$\rightarrow \sum\_{s=1}^{n}C\_{s}=\left(\frac{7800+6360}{2}\right)×5$$

$$\rightarrow \sum\_{s=1}^{n}C\_{s}=35400 DA$$

* الدفعة الأخيرة من الجدول:

$$C\_{n}=M\left(1+i\right)$$

$$\rightarrow C\_{5}=6000\left(1+0,06\right)$$

$$\rightarrow C\_{5}=6360 DA$$

* مجموع الفوائد:

$$\sum\_{s=1}^{n}I\_{s}=\left(\frac{1+n}{2}\right)V\_{0}.i$$

$$\rightarrow \sum\_{s=1}^{5}I\_{s}=\left(\frac{1+5}{2}\right)30000×0,06$$

$$\rightarrow \sum\_{s=1}^{5}I\_{s}=5400 DA$$

الفرق بين دفعتين:

لنبحث عن الفرق بين الدفعة الثانية والثالثة، لدينا:

$$C\_{x-1}-C\_{x}=I\_{x-1}-I\_{x}$$

$$\rightarrow C\_{2}-C\_{3}=I\_{2}-I\_{3}$$

$$\rightarrow 7440-7080=1440-1080$$

$$\rightarrow 360 DA=360 DA$$

1. باديس بوغرة، مرجع سابق، ص.199. [↑](#footnote-ref-2)
2. Gérard Neuberg, Mathématiques Financières et Actuarielles, Dunod, Paris, 2012 , P 176. [↑](#footnote-ref-3)
3. يحيى موسى حسين الجبالى ، برنامج مهارات التسويق والبيع (الرياضة المالية)، مركز التعليم المفتوح، 2011، ص. 129. [↑](#footnote-ref-4)
4. أحمد كامل، مقدمة فى رياضيات الاستثمار والتمويل، بدون سنة نشر، ص.91. [↑](#footnote-ref-5)
5. أحمد كامل، مرجع سابق، ص.217. [↑](#footnote-ref-6)