

---

---

Série d'exercices N°4

---

---

**Exercice 1:** On jette deux dés équilibrés en même temps (sans distinction de l'ordre d'apparition) et on note par  $\{i,j\}$  le résultat ainsi obtenu.

- 1- Déterminer l'espace probabilisé associé à cette expérience.
- 2- On définit maintenant la variable aléatoire  $X = |i - j|$ .
  - ✓ Déterminer la loi de la variable aléatoire  $X$ .
  - ✓ Calculer les moments d'ordre un et deux de  $X$  et en déduire sa variance.

**Exercice 2:** Soit  $X$  une v.a. de densité de probabilité  $f(x)$  définie par :

$$f(x) = ax^2 e^{-kx} \quad . k > 0 \text{ et } x \in \mathbb{R}_+$$

- a) Déterminer la valeur de la constante 'a'.
- b) Quelle est la fonction de répartition de la variable aléatoire  $X$ .
- c) Calculer la probabilité pour que  $X \in \left]0, \frac{1}{k}\right]$ .

**Exercice 3:** Soit  $f(x)$  la fonction définie par :

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -1 \\ x + 1 & \text{si } x \in [-1, 0] \\ -x + 1 & \text{si } x \in [0, 1] \\ 0 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- a) Montrer que  $f(x)$  est la densité de probabilité d'une variable aléatoire  $X$ .
- b) Déterminer sa fonction de répartition  $F(x)$ .
- c) Calculer l'espérance et la variance de la variable aléatoire  $X$ .
- d) Montrer que  $P(|X| > k) < \frac{1}{6k^2}$

**Exercice 4:** Soit  $X$  une variable aléatoire distribuée sur l'intervalle  $[1, e]$  avec la densité :

$$f(x) = \frac{k}{x}$$

- a) Déterminer la valeur de  $k$  ainsi que la fonction de répartition de  $X$ .
- b) Calculer  $E[X^n]$  ; en déduire l'espérance et la variance de  $X$ .