السلسلـــة رقم 02

حل التمرين رقم 01: استخدام كل الطرق لإيجاد الحل الأولي فقط

أولا– طريقة الزاوية الشمالية الغربية:

الطلب / العرض	مخزن 01	مخزن 02	مخزن 03	Σ
مصنع أ	200 [7]	300 [5]	– [3]	~~500~~ ~~300~~ 0
مصنع ب	– [9]	50 [2]	150 [6]	~~200~~ ~~150~~ 0
مصنع ج	– [5]	[4]	100 [7]	~~100~~ 0
Σ	~~200~~ 0	~~350~~ ~~50~~ 0	~~250~~ ~~100~~ 0	800

مشكلة النقل متوازنة: مجموع العرض (500+200+100) = مجموع الطلب (200+350+250) = 800

حساب تكلفة النقل الكلية:

$$C= 200*7 + 300*5 + 50*2 + 150*6 + 100*7 = 4600$$

التأكد من قبولية الحل: عدد الخانات المملوءة = m+n–1 (m هي عدد الأعمدة، n هي عدد الأسطر)

عدد الخانات المملوءة = 5 = 3+3–1 وبالتالي فالحل مقبول.

ثانيا– طريقة أقل تكلفة في الجدول:

الطلب / العرض	مخزن 01	مخزن 02	مخزن 03	Σ
مصنع أ	200 [7]	50 [5]	250 [3]	~~500~~ ~~250~~ ~~200~~ 0
مصنع ب	– [9]	200 [2]	– [6]	~~200~~ 0
مصنع ج	– [5]	100 [4]	– [7]	~~100~~ 0
Σ	~~200~~ 0	~~350~~ ~~150~~ ~~50~~ 0	~~250~~ 0	800

مشكلة النقل متوازنة: مجموع العرض (500+200+100) = مجموع الطلب (200+350+250) = 800

حساب تكلفة النقل الكلية:

C= 200*7 + 50*5 + 200*2 + 250*3 + 100*4 = 3200

التأكد من قبولية الحل: عدد الخانات المملوءة = m+n−1 (m هي عدد الأعمدة، n هي عدد الأسطر)

عدد الخانات المملوءة = 5 = 3+3−1 وبالتالي فالحل مقبول.

ثالثا− طريقة الجزاء أو الغرامات أو Vogel:

الطلب / العرض	مخزن 01	مخزن 02	مخزن 03	Σ	الغرامات
مصنع أ	100 $\boxed{7}$	150 $\boxed{5}$	250 $\boxed{3}$	~~500~~ ~~250~~ ~~100~~ 0	2 2 2
مصنع ب	– $\boxed{9}$	200 $\boxed{2}$	– $\boxed{6}$	~~200~~ 0	4 – –
مصنع ج	100 $\boxed{5}$	– $\boxed{4}$	– $\boxed{7}$	~~100~~ 0	1 1 1
Σ	~~200~~ ~~100~~ 0	~~350~~ ~~150~~ ~~50~~ 0	~~250~~ 0	800	
الغرامات	2 2 2	2 1 1	3 4 –		

مشكلة النقل متوازنة: مجموع العرض (500+200+100) = مجموع الطلب (200+350+250) = 800

حساب تكلفة النقل الكلية:

C= 100*7 + 150*5 + 250*3 +200*2 + 100*5 = 3100

التأكد من قبولية الحل: عدد الخانات المملوءة = m+n−1 (m هي عدد لأعمدة، n هي عدد الأسطر)

عدد الخانات المملوءة = 5 = 3+3−1 وبالتالي فالحل مقبول.

حل التمرين رقم 02:

إيجاد الحل الأمثل الذي يحقق أقل تكلفة ممكنة باستخدام طريقة الزاوية الشمالية الغربية.

العرض \ الطلب		المشروع1		المشروع2		Σ
		$J_1=0$		$J_2=-7$		
المخزن1	$I_1=-4$	0	4−	9−	2−	~~60~~ 0
		-Δ 60		+Δ		
المخزن3	$I_2=-7$	0	7−	8−	6−	~~40~~ 0
		40		−		
المخزن2	$I_3=-3$	0	3−	0	10−	~~70~~ ~~65~~ 0
		+Δ 5		-Δ 65		
Σ		~~105~~ ~~5~~	~~45~~ 0	~~65~~ 0		170

مشكلة النقل متوازنة: مجموع العرض (60+40+70) = مجموع الطلب (105+65) = 170

حساب تكلفة النقل الكلية:

$$C = 60*4 + 40*7 + 5*3 + 65*10 = 1185$$

التأكد من قبولية الحل: عدد الخانات المملوءة = 4 = 3+2−1 وبالتالي فالحل مقبول.

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ وجود قيم سالبة معناه الحل غير أمثل يستدعي عملية التحسين.

نختار أقل قيمة سالبة وهي (− 9) ونكون مسار مغلق انطلاقا من خلية القيمة السالبة بحيث تكون كل الخانات مملوءة ماعدا الخلية التي يوجد فيها أقل قيمة سالبة، حيث قيمة (Δ= 60) وبالتالي نتحصل على جدول جديد:

العرض \ الطلب		المشروع1		المشروع2		Σ
		$J_1=0$		$J_2=-7$		
المخزن1	$I_1= 5$	1	4−	0	2−	~~60~~ 0
		−		60		
المخزن3	$I_2=-7$	0	7−	8−	6−	~~40~~ 0
		-Δ 40		+Δ		
المخزن2	$I_3=-3$	0	3−	0	10−	~~70~~ ~~65~~ 0
		+Δ 65		-Δ 5		
Σ		~~105~~ ~~5~~	~~45~~ 0	~~65~~ 0		170

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ وجود قيمة سالبة معناه الحل غير أمثل يستدعي عملية التحسين.

نختار أقل قيمة سالبة وهي (−8) ونكون مسار مغلق انطلاقا من خلية القيمة السالبة بحيث تكون كل الخانات مملوءة ماعدا الخلية التي يوجد فيها أقل قيمة سالبة، حيث قيمة (Δ= 5) وبالتالي نتحصل على جدول جديد:

العرض / **الطلب**		المشروع1		المشروع2	
		$J_1=0$		$J_2=1$	
المخزن1	$I_1=-3$	1	−4	0	−2
		−		**60**	
المخزن3	$I_2=-7$	0	−7	0	−6
		35		**5**	
المخزن2	$I_3=-3$	0	−3	8	−10
		70		−	

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ أن كل القيم موجبة أو معدومة معناه الحل أمثل.

Min C = 60*2 + 35*7 + 5*6 + 70*3 = 605

المقاول ينقل من المخزن1 إلى المشروع الثاني 60 طن من الاسمنت، وينقل من المخزن2 إلى المشروع الأول 35 طن وإلى المشروع الثاني 5 طن، وينقل من المخزن3 إلى المشروع الأول 70 طن، ويحقق أقل تكلفة ممكنة تقدر بـ

تمرين رقم 03: إيجاد الحل الأمثل الذي يحقق أقل تكلفة ممكنة بطريقة أقل تكلفة في الجدول.

أول ما يتم ملاحظته من معطيات التمرين أن مشكلة النقل غير متوازنة لأن العرض لا يساوي الطلب:

مجموع العرض أكبر (10000+8000+7000) من مجموع الطلب (12000+5000) حيث نضيف عمود وهمي الكمية فيه هي مقدار الفرق بين العرض والطلب وهي 8000 والتكاليف أصفار ونقوم بالحل.

العرض / **الطلب**		نقطة التوزيع1		نقطة التوزيع2		العمود الوهمي		Σ
		$J_1=-55$		$J_2=-48$		$J_3=4$		
المصنع A	$I_1=-5$	0	−60	−3	−50	−1	0	~~7000~~
		−Δ **7000**		+Δ				0
المصنع C	$I_2=-4$	6	−65	0	−52	0	0	~~8000~~
				ε		**8000**		0
المصنع B	$I_3=0$	0	−55	0	−48	4	0	~~10000~~
		+Δ **5000**		**5000** −Δ				~~5000~~ 0
Σ		~~12000~~		~~5000~~		~~8000~~		
		~~7000~~ 0		0		0		

حساب تكلفة النقل الكلية:

$$C= 7000*60 + 5000*55 + 5000*48 = 935000$$

<u>التأكد من قبولية الحل</u>: عدد الخانات المملوءة = 4 لا يساوي 3+3−1 وبالتالي فالحل غير مقبول.

وبالتالي لا يمكن القيام بعملية التحسين، نقوم بإضافة (ε) في الخانة ذات أقل تكلفة وتسمح بحساب قيم (I وJ)، حيث قمنا بوضعه بداية في الخلية ذات أقل تكلفة وهي (50) ولكنها لم تسمح لنا بحساب قيم (I و J) لذلك وضعناه في الخلية ذات التكلفة (52).

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ وجود قيم سالبة معناه الحل غير أمثل يستدعي عملية التحسين.

نختار أقل قيمة سالبة وهي (−3) ونكون مسار مغلق انطلاقا من خلية القيمة السالبة بحيث تكون كل الخانات مملوءة ماعدا الخلية التي يوجد فيها أقل قيمة سالبة، حيث قيمة (Δ= 5000) وبالتالي نتحصل على جدول جديد:

الطلب / العرض		نقطة التوزيع1		نقطة التوزيع2		العمود الوهمي	
		$J_1= 0$		$J_2=10$		$J_3= 62$	
المصنع A	$I_1= -60$	0	60−	0	50−	2	0
		2000		**5000**			
المصنع C	$I_2= -62$	6	65−	0	52−	0	0
		−		ε		**8000**	
المصنع B	$I_3= -55$	0	55−	0	48−	4	0
		10000		−			

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ أن كل القيم موجبة أو معدومة معناه الحل أمثل.

$$\text{Min } C = 2000*60 + 5000*50 + 10000*55 = 920000$$

المؤسسة تنقل من المصنع1: 2000 وحدة إلى نقطة التوزيع الأولى و5000 وحدة إلى نقطة التوزيع الثانية، وتنقل من المصنع3 أيضا 10000 وحدة إلى نقطة التوزيع الأولى، ويتبقى في المصنع2 حوالي 8000 وحدة لا يتم نقلها لأن المؤسسة قامت بتلبية كل متطلبات نقاط التوزيع من المصنعين الأول والثالث، وتحقق أقل تكلفة ممكنة تقدر بـ 920000 دج.

تمرين رقم 04: لإيجاد أفضل خطة لنقل المحركات والتي تسمح للمؤسسة بتحقيق أدنى تكلفة ممكنة؟ وهل هناك إمكانية وجود خيار آخر.   الحل بطريقة أقل تكلفة في الجدول

الطلب / العرض		نقطة التوزيع1		نقطة التوزيع2		نقطة التوزيع3		نقطة التوزيع4		Σ
		$J_1=-9$		$J_2=-8$		$J_3=-5$		$J_4=-6$		
المخزن 01	$I_1=0$	2	−11	0	−8	0	−5	0	−6	~~2000~~
		−	+Δ	**1100**		**500**		**400** -Δ		0
المخزن 02	$I_2=-3$	0	−12	0	−11	−1	−7	−1	−8	~~1000~~
		+Δ	**100**	**900**	-Δ	−		−		~~100~~ 0
المخزن 03	$I_3=-6$	0	−15	−1	13−	1	−12	−2	−10	~~800~~
		-Δ	**800**	−		−		+Δ	−	0
Σ		~~900~~ ~~800~~ 0		~~2000~~ ~~900~~ 0		~~500~~ 0		~~400~~ 0		

مشكلة النقل متوازنة: مجموع العرض (800+1000+2000) = مجموع الطلب (400+500+2000+900)= 3800

حساب تكلفة النقل الكلية: C= 1100*8 + 500*5 + 400*6 + 100*12 + 900*11 + 800*15 = 36800

التأكد من قبولية الحل: عدد الخانات المملوءة = 6 = 4+3−1 وبالتالي فالحل مقبول.

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ وجود قيم سالبة معناه الحل غير أمثل يستدعي عملية التحسين.

نختار أقل قيمة سالبة وهي (− 2) ونكون مسار مغلق انطلاقا من خلية القيمة السالبة بحيث تكون كل الخانات مملوءة ماعدا الخلية التي يوجد فيها أقل قيمة سالبة، حيث قيمة (Δ= 400) وبالتالي نتحصل على جدول جديد:

الطلب / العرض		نقطة التوزيع1		نقطة التوزيع2		نقطة التوزيع3		نقطة التوزيع4	
		$J_1=-9$		$J_2=-8$		$J_3=-5$		$J_4=-4$	
المخزن 01	$I_1=0$	2	−11	0	−8	0	−5	2	−6
		−	+Δ	**1500**		**500** -Δ		−	
المخزن 02	$I_2=-3$	0	−12	0	−11	−1	−7	1	−8
		500	-Δ	**500**		+Δ	−	−	
المخزن 03	$I_3=-6$	0	−15	−1	13−	1	−12	0	−10
		400		−		−		−	

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ وجود قيم سالبة معناه الحل غير أمثل يستدعي عملية التحسين.

لكن نلاحظ بأن أقل قيمتين سالبتين متساويتين ومها: (− 1)، (−1) هذه الحالة ذكرتها في المحاضرة بحيث في حالة تساوي أقل قيمتين سالبتين لـ Eij نكون المسار المغلق في الحالتين ونختار المسار ذو أكبر قيمة لـ (Δ)، معناه نكون المسار المغلق في المسار في السطر الثاني قيمة (Δ= 500) أما المسار في السطر الثالث قيمة (Δ= 400)، وبالتالي نختار (−1) الموجود في السطر الثاني.

ونكون مسار مغلق انطلاقا من خلية القيمة السالبة بحيث تكون كل الخانات مملوءة ماعدا الخلية التي يوجد فيها أقل قيمة سالبة، حيث قيمة (Δ= 500) وبالتالي نتحصل على جدول جديد:

العرض \ الطلب		نقطة التوزيع1		نقطة التوزيع2		نقطة التوزيع3		نقطة التوزيع4	
		$J_1= -10$		$J_2=-8$		$J_3= -5$		$J_4= -5$	
المخزن 01	$I_1=0$	1	−11	0	−8	0	−5	1	−6
		−		**2000**		ε		−	
المخزن 02	$I_2=-2$	0	−12	1	−11	0	−7	1	−8
		500		-		**500**		−	
المخزن 03	$I_3=-5$	0	−15	0	13−	2	−12	0	−10
		400		−		−		**400**	

نلاحظ من الجدول بأن الحل أصبح غير مقبول لأن عدد الخانات المملوءة 5 لا يساوي 4+3−1 وبالتالي لا يمكن القيام بعملية التحسين، نقوم بإضافة (ε) في الخانة ذات أقل تكلفة وتسمح بحساب قيم (J و I).

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ أن كل القيم موجبة أو معدومة معناه الحل أمثل.

$$\text{Min C} = 2000*8 + 500*12 + 500*7 + 400*15 + 400*10 = 35500$$

المؤسسة تنقل من المخزن الأول إلى نقطة التوزيع 1: 2000 محرك، وتنقل من المخزن الثاني 500 محرك إلى نقطة التوزيع1، و500 محرك إلى نقطة التوزيع3، وتنقل من المخزن الثالث 400 محرك إلى نقطة التوزيع1، و400 محرك إلى نقطة التوزيع4، وتحقق اقل تكلفة ممكنة تقدر بـ (Min C = 35500)

السؤال الثاني: هل هناك إمكانية وجود خيار آخر؟

العرض \ الطلب		نقطة التوزيع1		نقطة التوزيع2		نقطة التوزيع3		نقطة التوزيع4	
		$J_1= -10$		$J_2=-8$		$J_3= -5$		$J_4= -5$	
المخزن 01	$I_1=0$	1	−11	0	−8	0	−5	1	−6
		−		-Δ **2000**		ε +Δ		−	
المخزن 02	$I_2=-2$	0	−12	1	−11	0	−7	1	−8
		500 +Δ		-		**500** -Δ		−	
المخزن 03	$I_3=-5$	0	−15	0	13−	2	−12	0	−10
		-Δ **400**		+Δ		−		**400**	

نعم يوجد حل بديل لأنه يوجد خلية في الحل الأمثل قيمة الاقتصاد في التكاليف (Eij) تساوي صفر، ونتحصل عليه بتكوين مسار مغلق حيث قيمة (Δ= 400)

الطلب / العرض		نقطة التوزيع1		نقطة التوزيع2		نقطة التوزيع3		نقطة التوزيع4	
		$J_1= -10$		$J_2=-8$		$J_3= -5$		$J_4= -5$	
المخزن 01	$I_1=0$	1	−11	0	−8	0	−5	1	−6
		–		**1600**		**400**		–	
المخزن 02	$I_2=-2$	0	−12	1	−11	0	−7	1	−8
		900		**-**		**100**		–	
المخزن 03	$I_3=-5$	0	−15	0	13−	2	−12	0	−10
		–		**400**		–		**400**	

$$\text{Min C} = 1600*8 + 400*5 + 900*12 + 100*7 + 400*13 + 400*10 = 35500$$

المؤسسة تنقل من المخزن الأول: 1600 محرك إلى نقطة التوزيع 2 و 400 محرك إلى نقطة التوزيع3، وتنقل من المخزن الثاني: 900 محرك إلى نقطة التوزيع 1، و 100 محرك إلى نقطة التوزيع 3، وتنقل من المخزن الثالث: 400 محرك إلى نقطة التوزيع2، و 400 محرك إلى نقطة التوزيع4، وتحقق اقل تكلفة ممكنة تقدر بـ (Min C = 35500)

تمرين رقم 05: إيجاد أفضل خطة لنقل المنتجات والتي تسمح للشركة بالحصول على أعلى ربح بطريقة vogel.

بما أن المصفوفة مصفوفة أرباح أول خطوة هي تحويلها إلى مصفوفة خسائر بمعنى تحويل المسألة

من (Max) إلى (Min)، وذلك بأن نختار أكبر قيمة في مصفوفة الأرباح وهي (20) ونقوم بتخفيض كل القيم من هذه القيمة

مصفوفة الأرباح	م1	م2	م3	م4
مصنع 1	10	20	5	7
مصنع 2	13	9	12	8
مصنع 3	4	15	3	9
مصنع 4	14	7	1	0
مصنع 5	3	12	5	19

مصفوفة الخسائر النسبية	م1	م2	م3	م4
مصنع 1	10	0	15	13
مصنع 2	7	11	8	12
مصنع 3	16	5	17	11
مصنع 4	6	13	19	20
مصنع 5	17	8	15	1

نحل التمرين بمصفوفة الخسائر النسبية لأن المسألة أصبحت مسألة تخفيض ويتم الحل بالطريقة السابقة.

مشكلة النقل متوازنة: مجموع العرض = مجموع الطلب = 1500

الطلب / العرض		نقطة التوزيع1		نقطة التوزيع2		نقطة التوزيع3		نقطة التوزيع4		Σ	الغرامات
		$J_1=-14$		$J_2=-8$		$J_3=-15$		$J_4=-1$			
المخزن 01	$I_1=8$	4	−10	0	0	8	−15	20	−13	~~100~~	10 − − − −
		−		**100**		−		−		0	
المخزن 02	$I_2=7$	0	−7	10	−11	0	−8	18	−12	~~200~~	1 1 1 1 1
		200		-		**ε**		−		0	
المخزن 03	$I_3=3$	5	−16	0	−5	5	−17	13	−11	~~300~~	6 6 11 − −
		−		**300**		−		−		0	
المخزن 04	$I_4=8$	0	−6	13	−13	12	−19	27	−20	~~400~~	7 7 7 7 −
		400		−		−		−		0	
المخزن 05	$I_5=0$	3	−17	0	−8	0	−15	0	−1	~~500~~ ~~400~~	7 7 7 7 7
		−		**100**		**300**		**100**		~~300~~ 0	
Σ		~~600~~ ~~200~~ 0		~~500~~ ~~400~~ ~~100~~ 0		~~300~~ 0		~~100~~ 0		**1500**	
الغرامات		1 1 1 1 10		5 3 3 3 3		7 7 7 7 7		10 10 − − −			

حساب تكلفة النقل الكلية:

$$C= 100*20 + 200*13 + 300*15 + 400*14 + 100*12 + 300*5 + 100*19= 19300$$

التأكد من قبولية الحل: عدد الخانات المملوءة = 7 لا يساوي 5+4−1 وبالتالي فالحل غير مقبول.

وبالتالي لا يمكن القيام بعملية التحسين، نقوم بإضافة (ε) في الخانة ذات أقل تكلفة وتسمح بحساب قيم (I و J)، لهذا نضعها في الخلية ذات أقل تكلفة وهي (8).

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ أن كل القيم موجبة أو معدومة معناه الحل أمثل.

المؤسسة تنقل من المخزن الأول: 100 وحدة إلى نقطة التوزيع 2، وتنقل من المخزن الثاني: 200 وحدة إلى نقطة التوزيع1، وتنقل من المخزن الثالث: 300 وحدة إلى نقطة التوزيع 2، وتنقل من المخزن الرابع: 400 وحدة إلى نقطة التوزيع1، وتنقل من المخزن الخامس: 100 وحدة إلى نقطة التوزيع2، و300 وحدة إلى نقطة التوزيع3، و100 وحدة إلى نقطة التوزيع4، وتحقق اقل تكلفة ممكنة تقدر بـ (Min C = 19300)

تمرين رقم 06: إيجاد الحل الأمثل الذي يحقق تكاليف نقل البضائع من الوحدات الإنتاجية إلى الزبائن بطريقة أصغر عنصر في الجدول.

المرحلة الأولى: النقل من الوحدات الإنتاجية إلى المخازن

أول ما يتم ملاحظته من معطيات التمرين أن مشكلة النقل غير متوازنة لأن العرض لا يساوي الطلب:

مجموع العرض أقل (60+100+120) من مجموع الطلب (150+180) حيث نضيف سطر وهمي الكمية فيه هي مقدار الفرق بين العرض والطلب وهي 50 وحدة والتكاليف أصفار ونقوم بالحل.

الطلب / العرض		مخزن1		مخزن2		Σ
		$J_1= 0$		$J_2= 0$		
الوحدة 1	$I_1=-5$	0	5−	1	6−	~~120~~
		120				0
الوحدة 3	$I_2=-3$	0	3−	0	3−	~~100~~
		ε		**100**		0
الوحدة 2	$I_3=-4$	0	4−	1	5−	~~60~~
		60		−		0
السطر الوهمي	$I_4=0$	**0**	**0**	**0**	**0**	~~50~~
		−		**50**		0
Σ		~~180~~ ~~120~~ 0		~~150~~ ~~50~~ 0		330

حساب تكلفة النقل الكلية:

$$\text{Min C1} = 120*5 + 100*3 + 60*4 = 1140$$

التأكد من قبولية الحل: عدد الخانات المملوءة = 4 لا يساوي 4+2−1 وبالتالي فالحل غير مقبول.

وبالتالي لا يمكن القيام بعملية التحسين، نقوم بإضافة (ε) في الخانة ذات أقل تكلفة وتسمح بحساب قيم (I و J)، لهذا نضعها في الخلية ذات أقل تكلفة وهي (3).

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ أن كل القيم موجبة أو معدومة معناه الحل أمثل.

تقوم الشركة بنقل 120 وحدة من الوحدة الإنتاجية1 و60 وحدة من الوحدة الإنتاجية3 إلى المخزن الأول، وتقوم بنقل 100 وحدة من الوحدة الإنتاجية2 إلى المخزن الثاني، ويتبقى للمخزن الثاني طاقة استيعابية 50 وحدة غير مستغلة، وتحقق المؤسسة أقل تكلفة ممكنة هي (Min C1 = 1140).

المرحلة الثانية: النقل من المخازن إلى الزبائن

تعتمد هذه المرحلة على المرحلة السابقة بحيث يجب اخذ ما هو موجود فعليا في المخازن، حيث نلاحظ المكية الموجود في المخزن الأول هي 180 وحدة بينما في المخزن الثاني موجود فقط 100 وحدة.

الطلب / العرض		الزبون1		الزبون2		الزبون3		الزبون4		الزبون5		Σ
		$J_1=-2$		$J_2=-7$		$J_3=-2$		$J_4=-5$		$J_5=-3$		
المخزن 01	$I_1=0$	0	−2	0	−7	3	−5	3	−8	0	−3	~~180~~
		-Δ **60**		**20** +Δ		−		−		**100**		~~120~~ ~~20~~ 0
المخزن 02	$I_2=-1$	−1	−2	0	−8	0	−3	0	−6	0	−4	~~100~~
		+Δ		**30** -Δ		**40**		**30**		−		~~60~~ ~~30~~ 0
Σ		~~60~~ 0		~~50~~ 0		~~40~~ 0		~~30~~ 0		~~100~~ 0		**280**

حساب تكلفة النقل الكلية:

$$C= 60*2 + 20*7 + 100*3 + 30*8 + 40*3 + 30*6 = 1100$$

<u>التأكد من قبولية الحل</u>: عدد الخانات المملوءة = 6 لا يساوي 5+2−1 وبالتالي فالحل مقبول.

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ وجود قيمة سالبة معناه الحل غير أمثل يستدعي عملية التحسين. نختار أقل قيمة سالبة وهي (− 1) ونكون مسار مغلق انطلاقا من خلية القيمة السالبة بحيث تكون كل الخانات مملوءة ماعدا الخلية التي يوجد فيها أقل قيمة سالبة، حيث قيمة (Δ= 30) وبالتالي نتحصل على جدول جديد:

الطلب / العرض		الزبون1		الزبون2		الزبون3		الزبون4		الزبون5	
		$J_1=-2$		$J_2=-7$		$J_3=-3$		$J_4=-6$		$J_5=-3$	
المخزن 01	$I_1=0$	0	−2	0	−7	2	−5	2	−8	0	−3
		30		**50**		−		−		**100**	
المخزن 02	$I_2=0$	0	−2	1	−8	0	−3	0	−6	1	−4
		30		−		**40**		**30**		−	

بعد حساب كل قيم الاقتصاد في التكاليف Eij نلاحظ أن كل القيم موجبة أو معدومة معناه الحل أمثل.

$$\text{Min C2} = 30*2 + 50*7 + 100*3 + 30*2 + 40*3 + 30*6 = 1070$$

المؤسسة تنقل من المخزن الأول: 30 وحدة إلى الزبون 1 و 50 وحدة للزبون 2 و 100 وحدة للزبون 5، وتنقل من المخزن الثاني: 30 وحدة للزبون1 و 40 وحدة للزبون3 و 30 وحدة للزبون4، وتحقق أقل تكلفة ممكنة تقدر بـ(Min C2= 1070)

التكلفة الكلية = تكلفة المرحلة الأولى + تكلفة المرحلة الثانية

Min C = Min C1 + Min C2 = 1140+1070 = 2210