

# Université Mohamed Khider de Biskra

Faculté des FSES NV  
Département des SM  
Année Univairitaire 2021/2022

Module: Mathématiques 3  
Niveau: 2<sup>ème</sup> Année Liscence  
Spécialité: Physique



## Travaux Dirigés N°2 (INTÉGRALES DOUBLES ET TRIPLES)



**EXERCICE 1:** Calculer les intégrales suivantes:

$$\int_3^4 \int_1^2 \frac{dx dy}{(x+y)^2}, \quad \int_1^2 \int_x^{x\sqrt{3}} xy dx dy, \quad \int_0^{2\pi} \int_{2\sin\theta}^2 r dr d\theta, \quad \int_0^1 \int_{y-1}^{2y} xy dx dy.$$

**EXERCICE 2:** Définir les bornes d'intégrations pour  $\iint_D f(x, y) dx dy$ ,  $D$  étant délimités par:

- a)  $x = 2, x = 3, y = -1, y = 5$       b)  $y = 0, y = 1 - x^2$   
c)  $x^2 + y^2 = 4$       d)  $y = \frac{2}{1+x^2}, y = x^2$

**EXERCICE 3:** Calculer:

- a)  $\iint_D |x+y| dx dy$ , où  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / |x| < 1, |y| < 1\}$ .  
b)  $\iint_D \frac{1}{1+x^2+y^2} dx dy$ , où  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 < 1\}$ .  
c)  $\iint_D \frac{xy}{x^2+y^2} dx dy$ , où  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x > 0, y > 0, x+y < 1\}$ .  
d)  $\iint_D \sqrt{x^2+y^2} dx dy$ , où  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / 0 < y < x < 1\}$ .

**EXERCICE 4:** Calculer l'aire de la figure délimitée par les courbes:

- a)  $y^2 = 2x, y = x; \quad y^2 = 4x, x+y=3, y=0$   
b)  $y = \sin x, y = \cos x, x=0; \quad y^2 = 4x+4, y^2 = -4x+4$

**EXERCICE 5:** Calculer le volume délimité par les surfaces:

- a)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{25} = 1$       b)  $x^2 + z^2 = R^2, y^2 + z^2 = R^2$       c)  $x^2 + y^2 + z^2 = 1, x^2 + y^2 = z^2$

**EXERCICE 6:** Calculer le volume délimité par les surfaces:

$$\begin{aligned} \iiint_V z dx dy dz & \quad \text{où } V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0, z \leq 1 - y^2 \text{ et } x + y \leq 1\} \\ \iiint_V xy z dx dy dz & \quad \text{où } V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 0 < z < 1, x^2 + y^2 < z^2\} \\ \iiint_V \left( \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{1}{z} \right) dx dy dz & \quad \text{où } V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 0 < x^2 + y^2 + z^2 < 1, 0 < x^2 + y^2 < z^2, z > 0\} \end{aligned}$$



Chargée de Cours  
Dr. OUAAR, F