**Université Mohamed Khider Biskra**

**Faculté des Sciences et dela Technologie**

**Département de Génie Civil et d’Hydraulique**

**Module : *Béton précontraint***

**MASTER2 MATERIAUX**

***CHAPITRE I, II, III***

**Année universitaire : 2021/2022**

## 

## 1. INTRODUCTION

Le béton est un matériau hétérogène qui présente une très bonne résistance à la compression, par contre, il a une très mauvaise résistance à la traction.

C’est ainsi qu’une poutre reposant sur deux appuis, soumise à l’effet de son poids propre (G) et d’une charge d’exploitation (Q) , subit des contraintes de flexion qui se traduisent par une zone comprimée en partie supérieure et par une zone tendue en partie inférieure (Figure I.1).

*G,Q*



## Figure I.1

La poutre subit également des contraintes de cisaillement dues aux efforts tranchants qui se produisent vers les appuis. Ces contraintes occasionnent des fissures à 45° que le béton ne peut reprendre seul.

Dans ce cas de figure, deux solutions sont possibles :

Solution N°1: L’ajout d’une quantité d’armatures capable de reprendre les efforts de

traction dans le béton (Principe du béton armé).

## Figure I.2

Solution N°2 : L’application d’un effort de compression axial qui s’oppose

aux contraintes de traction dues aux chargements (Principe du béton précontraint).

## Figure I.3 2. PRINCIPE DE LA PRECONTRAINTE

La précontrainte a pour objectif, en imposant aux éléments un effort de compression axial judicieusement appliqué, de supprimer (ou fortement limiter) les sollicitations de traction dans le béton (Figure I.4).

*P*

*G,Q*

*P*

*Effet de la flexion + Effet de la précontrainte = Elément précontraint Compression Traction*

## Figure I.4

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |

Cette précontrainte peut être :

* *Une précontrainte partielle : autorisation des contraintes de traction limitées.*
* *Une précontrainte totale : élimination totale des contraintes de traction.*

## MODE DE PRECONTRAINTE

Pour réaliser l’opération de précontrainte, il existe deux possibilités.

## Précontrainte par pré-tension

Dans ce procédé, les câbles de précontrainte sont tendus entre deux massifs solidement ancrés avant le coulage du béton (Figure I.5). Cette technique est surtout employée sur les bancs de préfabrication, pour réaliser des éléments répétitifs.

*Mise en tension*

*Coulage du béton*

*Libration des câbles*

*Poutre précontrainte*

## Figure I.5

***Etapes générales de réalisation***

* *Mise en tension des câbles.*
* *Coulage du béton.*
* *La libration des câbles après le durcissement du béton.*
* *Par adhérence, la précontrainte de compression est transmise au béton.*

D’une façon plus détaillée, la méthode de précontrainte par pré-tension suit les cycles suivants :

* *nettoyage des moules ;*
* *mise en place d’huile de décoffrage sur les moules ;*
* *déroulement des armatures actives et blocage aux extrémités dans des plaques ;*
* *mise en place des armatures passives ;*
* *mise en place des moules dans leur position finale;*
* *mise en place des déviateurs éventuels ;*
* *mise en tension des armatures par des vérins ;*
* *mise en place du béton par pont- roulant ou grue ;*
* *lissage de la partie supérieure ;*
* *vibration du béton ;*
* *étuvage ou chauffage du béton ;*
* *décoffrage ;*
* *dé-tension des armatures actives ;*
* *découpage des fils situés entre deux éléments préfabriqués ;*
* *manutention et stockage.*

## Précontrainte par post-tension

Ce procédé consiste à tendre les câbles de précontrainte, après coulage et durcissement du béton, en prenant appui sur la pièce à comprimer (Figure I.6). Cette technique est utilisée pour les ouvrages importants est, généralement, mise en ouvre sur chantier.

La précontrainte par post tension se présente sous deux formes :

* *Une précontrainte par post-tension interne*
* *Une précontrainte par post-tension externe*

## Etapes générales de réalisation

* *Placement des gaines dans le coffrage.*
* *Coulage du béton.*
* *Après le durcissement du béton, la mise en tension des câbles.*
* *Le blocage se fait par différents systèmes de cales sur une zone de béton fretté.*
* *L’injection d’un coulis de ciment.*

*Placement des gaines*

*Coulage du béton*

*Mise en tension*

*Poutre précontrainte*

## Figure I.6

La mise en tension peut être faite en tendant l’acier aux deux extrémités de la pièce

(actif - actif) ou en tendant une seule extrémité uniquement (actif – passif) (Figure I.7).

*Actif - Actif*

*Actif - Passif*



## Figure I.7

L’injection est une opération extrêmement importante, car elle assure un double rôle :

1. *La protection des armatures de précontrainte contre la corrosion.*
2. *L’amélioration de l’adhérence entre les armatures et les gaines.*

L’opération de l’injection doit être réalisée dès que possible après la mise en tension des armatures. Le produit d’injection doit répondre aux impératifs suivants :

* *avoir une assez faible viscosité pour couler facilement et pénétrer dans toutes les ouvertures et entre fils des câbles de précontrainte ;*
* *conserver cette faible viscosité pendant un délai suffisant pour que l’injection puisse s’effectuer dans de bonnes conditions avant le début de prise ;*
* *après durcissement, avoir une résistance suffisante pour assurer efficacement*

l’adhérence de l’armature au béton ;

* *présenter un retrait minimal ;*
* *ne pas être agressif vis-vis de l’acier de précontrainte.*

Le produit d’injection était autrefois un mortier formé de ciment, de sable et de l’eau ; aujourd’hui le sable est à peu près complètement abandonné, au profit de coulis de ciment CPA, comportant un adjuvant.

L’ensemble d’un procédé de précontrainte comprend, généralement, les éléments suivants :

***a)- Dispositif d’ancrage :*** *on distingue, principalement, deux types d’ancrage :*

Ancrage actif, situé à l’extrémité de la mise en tension.

Ancrage passif (ancrage mort), situé à l’extrémité opposée à la mise en tension.

***b)- Les coupleurs :*** *dispositif permettant les prolongements des armatures.*

***c)- Matériels de mise en tension :*** *vérins, pompes d’injection, pompe d’alimentation*

des vérins etc.

***d)- Les accessoires :*** *gaines, tubes d’injection etc.*

## Comparaison des deux procédés

Une comparaison entre les deux procédés (post-tension et pré-tension) permet de constater les observations suivantes :

## Pré-tension

1. *L’économie des gaines, des dispositifs d’ancrage et de l’opération de l’injection.*
2. *La nécessite des installations très lourdes ce qui limite, par voie de conséquence, le choix des formes.*
3. *La simplicité de la réalisation du procédé.*
4. *Une bonne collaboration du béton et des armatures.*
5. *La difficulté de réalisation des tracés courbes d’armatures.*
6. *L’impossibilité de régler l’effort dans les armatures après la mise en tension.*

## Post- tension

1. *Ne demande aucune installation fixe puisque ; c’est sur la pièce elle même que s’appuie le vérin de précontrainte.*
2. *Elle permet le choix des différentes formes.*
3. *La possibilité de régler l’effort de précontrainte, ce qui permet d’adapter le procédé à l’évolution de la masse de l’ouvrage.*
4. *La facilité de réalisation des tracés courbes d’armatures de précontrainte.*

A côté de ces procédés classiques, il existe des procédés spéciaux qui sont réservés à certains ouvrages ou qui font appel à d’autres principes pour la mise en tension :

* *Précontrainte par enroulement*
* *Précontrainte par compression externe*
* *Mise en tension par dilatation thermique*
* *Mise en tension par expansion du béton*

## AVANTAGES ET INCONVENIENTS

## Avantages

1. *Une compensation partielle ou complète des actions des charges.*
2. *Une économie appréciable des matériaux.*
3. *Augmentation des portés économiques.*
4. *Une réduction des risques de corrosion.*

## Inconvénients

1. *La nécessité de matériaux spécifiques.*
2. *La nécessité de main d’œuvre qualifié.*
3. *La nécessité d’équipements particuliers.*
4. *Risque de rupture à vide par excès de compression.*
5. *Un calcul relativement complexe.*

## SYSTEMES DE PRECONTRAINTE

Les systèmes de précontrainte font l’objet de brevet et sont fabriqués par leurs

exploitants. Les principaux systèmes sont :

## Système Freyssinet :

Ce système utilise des câbles composés de torons T 13, T 13 S, T 15 et T 15 S. La lettre T est remplacée par la lettre K (exemple 12 K 15)

## Système PAC :

Ce système utilise des câbles composés de 1 à 37 T 13, T 13 S , T15 ou T 15 S.

## Système CIPEC :

Ce système utilise des câbles 4 T 13 à 19 T 13, 4 T 15 à 27 T 15, normaux et super.

## Système VSL :

Ce système utilise des unités 3 T 12 à 55 T 13 , 3 T 15 à 37 T 15, normales ou super. Leur dénomination est de la forme 5-n pour n T 13 et 6-n pour n T 15.(exemple :6-37 représente un câble ou un ancrage 37 T 15).

## DOMAINE D’APPLICATION

L’invention du béton précontraint est due à l’ingénieur français Eugène Freyssinet. Les premières applications pratiques sont tentées en 1933. Dans les années qui suivent, les performances exceptionnelles de ce nouveau concept sont brillamment démontrées.

Grâce à ces avantages le béton précontraint est utilisé dans les ouvrages d’art et les bâtiments de dimensions importantes : il est d’utilisation courante pour les ponts et d’un emploi très répandu pour les poutrelles préfabriquées des planchers de bâtiments.

On le retrouve dans de nombreux autres types d’ouvrages, parmi lesquels nous citerons les réservoirs ,les pieux de fondation et tirants d’ancrage, certains ouvrages maritimes, les barrages, les enceintes de réacteurs nucléaires...

## REGLEMENTATIONS

IP1 : Instruction Provisoire n°1 du 12 Août 1965 IP2 : Instruction Provisoire n°2 du 13 Août 1973 BPEL 91 : Béton précontraint aux états limites Euro code 2 : (Béton Armé et Béton précontraint ). 8.CARACTERISTIQUES MECANIQUES : BETON

Le béton est un matériau hétérogène composé d’un mélange de liant, granulats, eau et éventuellement d’adjuvants. Sa résistance mécanique est influencée par plusieurs facteurs :

* *qualité du ciment*
* *dosage en ciment*
* *teneur en eau*
* *l’âge du béton*
* *la température*
* *l’humidité*
* *la durée de chargement*

## Qualités requises

* *Une résistance élevée en compression.*
* *L'étanchéité et la non-agressivité chimique.*
* *Une faible sensibilité aux effets des déformations différées.*
* *Une bonne maniabilité.*

## Résistance à la compression

Le béton est défini par la valeur de sa résistance à la compression à l'âge de 28 jours, dite «résistance caractéristique spécifiée ». Celle-ci, notée fc28 .

Pour les sollicitations qui s'exercent sur un béton âgé de moins de 28 jours, on se réfère à la résistance caractéristique fcj . Les règles BAEL et BPEL donnent, pour un âge j  28 jours et pour un béton non traité thermiquement :

si fc28  40 MPa

*fcj*= *j fc28*

*4,76* +*0,83 j*

et si fc28 > 40 MPa

*fcj* *j fc28*

1,400,95 j

Au-delà de j=28 jours, on admet pour les calculs que fcj = fc28

## Résistance à la traction

La résistance caractéristique à la traction, à l'âge de « j » jours, notée ftj , est conventionnellement définie par la formule :

ftj = 0,6 + 0,06 fcj

ftj et fcj sont exprimées en MPa (ou N/mm²)

## Déformations longitudinales instantanées

A défaut de résultats expérimentaux probants, on adopte pour le module de déformation longitudinale instantanée du béton noté Eij, une valeur conventionnelle égale à :

*Eij*=*11000*

*3 fcj*

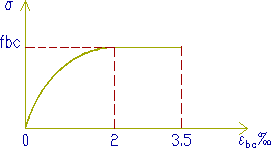
Le module de déformation longitudinale différée Evj est donné par :

*Evj*=*3700*

*3 fcj*

## Diagramme Contrainte - Déformation

Le diagramme caractéristique contrainte-déformation du béton a l'allure schématisée sur la figure II.1 dite " parabole - rectangle".



## Figure II.1

Le diagramme de calcul comporte un arc de parabole du second degré depuis l'origine des coordonnées et jusqu'à son sommet de coordonnées bc = 2%o et d'une contrainte de compression de béton donnée par : bc = 0,85. fcj/ .b

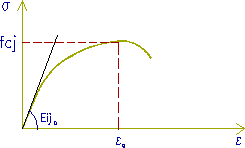
Le coefficient  prend en compte la durée probable d'application de la combinaison d'actions .

* * = 1 t  24 heures*

  = 0,9 1 h  t  24 h

  = 0,85 t 1 h

Lorsqu'on a besoin d'une évaluation plus précise des déformations et à défaut de données expérimentales probantes, il est nécessaire d'adopter le diagramme suivant (Figure II.2) :



## Figure II.2

En prenant en compte :

- la valeur du module tangent à l'origine pour lequel on conserve la formule :

*Eij* =*11000*

*3 fcj*

* *la valeur de la déformation au maximum de contrainte, appelé pic de contrainte, que*

*3 fcj*

l'on peut évaluer par la formule :

*b0 0,62 .10  3*

* *la valeur de la résistance à la compression du béton fcj .*

## Déformations différées

* + 1. ***Retrait***

Le retrait est le raccourcissement du béton non chargé, au cours de son durcissement.

Son importance dépend d’un certain nombre de paramètres :

* *l’humidité de l’air ambiant ;*
* *les dimensions de la pièce ;*
* *la quantité d’armatures ;*
* *la quantité d’eau ;*
* *le dosage en ciment ;*
* *le temps.*

La déformation relative de retrait qui se développe dans un intervalle de temps (t1 , t) peut être évaluée au moyen de la formule :

r (t1 , t) = r [r(t) - r(t1)]

avec :

r : la déformation finale de retrait

r(t) : la loi d'évolution du retrait, qui varie de 0 à 1 lorsque le temps t, compté à partir de la fabrication du béton, varie de zéro à l'infini.

La loi d'évolution du retrait est donnée par:

*9 rm*

t : l'âge du béton, en jours, compté à partir du jour de fabrication, et rm le rayon moyen de la pièce, exprimé en centimètres :

rm= B/u

B: L’aire de section

u: Le périmètre de la section

Dans le cas des bétons de structures précontraintes, réalisés avec du ciment Portland, la déformation finale de retrait peut être évaluée par la formule :

r = ks 0

Le coefficient ks dépend du pourcentage des armatures adhérentes s = As /B , rapport de la section des armatures passives longitudinales (et, dans le cas de la pré-tension, des armatures de précontrainte adhérentes) à la section transversale de la pièce.

Il s'exprime par la formule :

Le coefficient 0 dépend des conditions ambiantes et des dimensions de la pièce. On prendra dans l'eau :

0 = - 60.10-6

et dans l'air :

où h est l'hygrométrie ambiante moyenne, exprimée en pourcentage d'humidité relative. En l'absence de données plus précises, on peut prendre pour des ouvrages à l'air libre :

h = 55 dans le quart Sud-Est de la France

h = 70 dans le reste de la France.

A défaut de résultats expérimentaux le retrait final r est donné par les valeurs forfaitaires suivantes :

En France :

* *1,5 × 10-4 dans les climats humides,*
* *2 × 10-4 en climat humide, ce qui est le cas en France, sauf en son quart Sud-Est,*
* *3 × 10-4 en climat tempéré sec, comme dans le quart Sud-Est de la France,*
* *4 × 10-4 en climat chaud et sec,*
* *5 × 10-4 en climat très sec ou désertique. En Algérie :*
* *2 × 10-4 en climat humide Zone A de la carte de zonage climatique de l’Algérie*
* *3 × 10-4 en climat tempéré sec Zone B*
* *4 × 10-4 en climat chaud et sec Zones B’,C,D1*
* *5 × 10-4 en climat très sec ou désertique Zones D2 et D3.*

## Fluage

Le fluage correspond à une déformation croissante dans le temps sous contrainte

constante. Il dépend d’un certains nombres de paramètres :

* *l’épaisseur moyenne de la pièce ;*
* *la contrainte appliquée ;*
* *le dosage en ciment ;*
* *la teneur en eau ;*
* *l’humidité ;*
* *la température ;*
* *l’age de mise en tension.*

La déformation de fluage à l'instant t d'un béton soumis à l'âge j = t1 - t0 à une contrainte constante 1 est exprimée sous la forme :

fl =ic Kfl (t1 - t0 ). f(t - t1 ) t0 : date du bétonnage,

t1 : date de mise en charge ;

ic : déformation conventionnelle instantanée sous l'effet de la contrainte 1

ic = 1 /Ei28

Kfl : coefficient de fluage, qui dépend notamment de l'âge (t1 - t0 ) du béton au moment où il subit la contrainte 1 ;

f(t - t1 ) : une fonction de la durée du chargement (t - t1 ), exprimée en jours, qui varie de 0 à 1 quand cette durée varie de 0 à l'infini.

On peut également mettre fl sous la forme :

fl = i  (t1 - t0 )f(t - t1 )

i : la déformation réelle instantanée : i = 1 /Eij ;

 = Kfl Eij /Ei28 le rapport entre la déformation finale du fluage et la déformation réelle instantanée.

Dans les cas courants, on peut prendre = 2. La loi d'évolution de fluage f(t - t1 ) est donnée par la formule :

Dans laquelle la durée de chargement (t - t1 ) est exprimée en jours et le rayon moyen rm en centimètres.

## Coefficient de poisson

Le coefficient de poisson du béton est pris égal à :

* *0,20 en zones non fissurées*
* *zéro en zones fissurées*

## Coefficient de dilatation thermique

A défaut de résultats expérimentaux, le coefficient de dilatation thermique est pris égal à 10-5 par degré C.

**NB :** pour améliorer la mise en place du béton, ses caractéristiques ou sa durabilité, on peut être amené à ajouter des adjuvants en faible quantité lors de la confection du béton. On utilise plus spécialement :

* *les accélérateurs de prise*
* *les retardateurs de prise*
* *les accélérateurs de durcissement*
* *les entraîneurs d’air*
* *les plastifiants*
* *les hydrofuges de masse*
* *les antigels.*

## CARACTERISTIQUES MECANIQUES : ARMATURES

Les aciers utilisés en précontrainte sont de deux natures différentes :

* *les aciers actifs qui créent et maintiennent la précontrainte ;*
* *les aciers passif nécessaires pour le montage , pour reprendre les efforts tranchants, et pour limiter la fissuration.*

## Armatures passives

Ce sont des armatures identiques à celles utilisées dans le béton armé, ils ne sont mis en tension que par la déformation de l'élément.

## Description des différents types d'aciers

Les aciers généralement utilisés sont classés en plusieurs catégories :

* *Barres rondes lisses.*
* *Barres à haute adhérence.*
* *Fils (Fils à Haute adhérence et fils lisses).*
* *Treillis soudés.*

D’une façon générale, on distingue pour les armatures passives en béton précontraint :

* *Les aciers passifs longitudinaux*
* *Les aciers passifs transversaux*

## Caractères des armatures passives

Les caractères des armatures passives à prendre en compte dans les calculs sont les suivants :

Section nominale de l'armature Module de déformation longitudinale

Le module de déformation longitudinale de l'acier Es est pris égal à 200 000 MPa. Limite d'élasticité garantie

L'acier est défini par la valeur garantie de sa limite d'élasticité, notée fe .

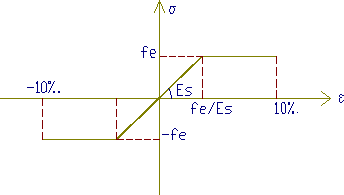
Le tableau II.1 donne les désignations conventionnelles , les nuances et les limites

d’élasticité actuellement sur le marché.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| *Type* | *Désignation* | *Limite d’élasticité* |
| *Ronds lisses* | *FeE215*  *FeE235* | *215*  *235* |
| *Barres HA* | *FeE400*  *FeE500* | *400*  *500* |
| *Fils tréfilés HA et*  *Treillis soudés HA* | *FeTE500*  *TSHA* | *500* |
| *Treillis soudés lisses* | *TSL* | *500* |

## Tableau II.1

Diagramme Contraintes -Déformations



## Figure II.3

L’aptitude de l'armature à rester solidaire au béton

Cette aptitude est caractérisée par les coefficients d'adhérence dits de fissuration et de scellement désignés respectivement par  et .

Coefficients de fissuration :  =1 ronds lisses

 =1.6 barres HA ou fils HA de diamètre supérieur ou égal à 6mm

 =1.3 fils HA de diamètre inférieur à 6mm Coefficients de scellement :  =1 ronds lisses

 =1.5 barres HA ou de fils HA

## Armatures actives

Les aciers actifs sont les aciers de la précontrainte, ils sont mis à des tensions. A l'inverse des armatures de béton armé qui se contentent d'un acier de qualité courante,

les armatures de précontrainte exige un acier satisfaisant un certain nombre de conditions. Elles ont été classés par :

* *catégorie : fils, barres, torons.*
* *classe de résistance.*

## 2.2.1. Qualités requises

* *Une résistance mécanique élevée.*
* *Une ductilité suffisante.*
* *Une bonne résistance à la corrosion.*
* *Une faible relaxation.*
* *Un coût aussi bas que possible.* ***2.2.2 Caractères géométriques Les fils***

Les fils sont des armatures dont la plus grande dimension transversale est inférieure à 12.5mm ;ils sont livrés en couronnes.

On distingue :

* *les fils d’acier ronds et lisse de symbole L,*
* *les fils autres que ronds et lisses de symbole L.*

Les fils sont définis par leur diamètre nominal auquel correspond une section nominale conventionnelle, suivant le tableau II.2

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Diamètre* | *4* | *5* | *6* | *7* | *8* | *10* | *12.2* |
| *Section* | *12.6* | *19.6* | *28.3* | *38.5* | *50.3* | *78.5* | *117* |

## Tableau II.2

***Les barres***

Les barres sont définies comme des armatures rondes et lisses de diamètre supérieur à 12.5mm, ou non rondes ou non lisses ne pouvant être livrées en couronnes.

Les caractères géométriques sont le diamètre et la section conventionnellement définie suivant le tableau II.3.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Diamètre* | *20* | *22* | *26* | *32* | *36* |
| *Section* | *314* | *380* | *531* | *804* | *1018* |

## Tableau II.3

***Les torons***

Un toron est un assemblage de 3 ou 7 fils enroulés en hélice et répartis en une couche, éventuellement autour d’un fil central.

Les torons sont caractérisés par le nombre de leur fils , par leur diamètre, et par leur section. Le tableau II.4 fournit les valeurs correspondantes.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Type* | *3fils* | *7fils* | *7fils* | *7fils*  *standard* | *7fils*  *standard* | *7fils super* | *7fils*  *super* |
| *Diamètre* | *5.2* | *6.85* | *9.3* | *12.5* | *15.2* | *12.9* | *15.7* |
| *Section* | *13.6* | *28.2* | *52* | *93* | *139* | *100* | *150* |

## Tableau II.4

***2.2.3. Caractères de calcul***

Les caractères des armatures de précontrainte à prendre en compte dans les calculs sont :

* *section nominale de l'armature ;*
* *la contrainte maximale garantie à rupture fprg*
* *la contrainte à la limite conventionnelle d'élasticité fpeg*
* *coefficient de relaxation 1000*

1000 = 2,5 % pour la classe TBR (Très Basse Relaxation)

1000 = 8 % pour la classe RN (Relaxation Normale)

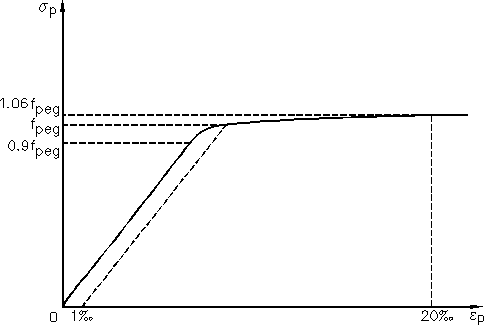
* *adhérence au béton ;*
* *coefficient de dilatation thermique 10-5 par degré C.*
* *module de déformation longitudinale :*

Ep = 200 000 MPa pour les fils et les barres Ep = 190 000 MPa pour les torons

* *diagramme efforts-déformations.*

Les diagrammes à utiliser conventionnellement pour les calculs sont donnés respectivement :

Pour les fils tréfilés et les torons



Pour

*p*  *0,9*

fpeg

pp

Ep

## Figure II.4

*p*   *p* *5*

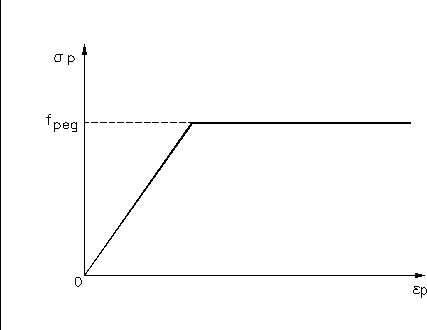
Pour

*p* *0,9fpeg*

*p* *Ep*  *100*  *fpeg*  *0,9* 

###  

Pour les fils trempés et revenus et pour les barres :



pour:

*p*  *fpeg*

Ep

pEp p

si non

## Figure II.5

*p* *fpeg*

Ce dernier diagramme est toléré pour les fils tréfilés et torons si on ne recherche pas une grande précision.

## APPLICATIONS

***Application 1***

Déterminer , pour un béton de fc28 = 30 MPa, les caractéristiques suivantes :

* *La résistance à la compression au jour j= 7 et 90 jours*
* *La résistance à la traction au jour j= 7 et 90 jours*
* *Module de déformation longitudinal instantané au jour j= 7 et 90 jours*
* *Module de déformation longitudinal différé au jour j= 7 et 90 jours*

## Solution

* *La résistance à la compression au jour j= 7 et 90 jours*

j= 7 jours :

*fc7*  *j fc28 = 20.04 MPa*

4,76 0,83 j

j=90 jours : fc90=fc28= 30 MPa

* *La résistance à la traction au jour j= 7 et 90 jours j= 7 jours : ft7=0.6+0.06 fc7 =1.80 MPa*

j= 90 jours : ft90=ft28=0.6+0.06 fc28=2.4 MPa

* *Module de déformation longitudinal instantané au jour j= 7 et 90 jours*

*3 fc7*

j= 7 jours :

*3 fc28*

*Ei7* *11000*

=30056.3 MPa

j= 90 jours :

## Application 2

*Ei90**11000*

=34179.6 MPa

Pour un béton fc28 = 35 MPa :

* *Déterminer la contrainte limite de compression ultime en situation courante et accidentelle.*
* *Déterminer la contrainte limite de compression en service*
* *Tracer le digramme contrainte – déformation du béton*
* *A défaut de données expérimentales probantes, dans le cas où on a besoin d'une évaluation plus précise des déformations, tracer le diagramme contrainte – déformation du béton.*

## Application 3

Pour un acier passif FeE400 :

* *Déterminer la contrainte limite ultime en situation courante et accidentelle.*
* *Déterminer la contrainte limite en service dans le cas d’une fissuration*

préjudiciable et très préjudiciable.

* *Tracer le digramme contrainte – déformation de l’acier*

## Application 4

Pour un acier actif fpeg=1583MPa :

* *Tracer le digramme contrainte – déformation de l’acier*

## Application 5

Déterminer la déformation de retrait d’une poutre de section (0.30, 0.70)m mise en tension à j=7 jours dans les conditions suivantes :

* *Un climat humide Zone A*
* *Un climat tempéré sec Zone B*
* *Un climat chaud et sec zones B’ ,C etD1.*
* *Un climat très sec ou désertique zones D2 et D3*

**Note :** Voir le règlement algérien CBA93

**3**. **Solicitations et sections de calcul**

## PRINCIPE DE JUSTIFICATION

Les calculs justificatifs sont établi suivant la méthode des états limites. « Un état limite » est un état pour lequel une condition requise d’une construction (ou d’un de ses éléments) est strictement satisfaite et cesserait de l’être en cas de variation défavorable d’une des actions appliquées.

## Etat limite ultime (ELU)

Le dépassement de cet état conduit à la ruine de la structure. Au delà de l’état limite ultime, la résistance des matériaux béton et acier est atteinte, la sécurité n’est plus garantie et la structure risque de s’effondrer. On distingue :

* *Etat limite de résistance de l’un des matériaux.*
* *Etat limite de l’équilibre statique.*
* *Etat limite de stabilité de forme : flambement*

## Etat limite de service (ELS)

L’état limite de service atteint remet en cause l’aptitude au service de la structure (fissures, fuites, désordres divers). Cet état est défini en tenant compte des conditions d’exploitations et /ou de durabilité. On distingue :

* *Etat limite d’ouverture des fissures : risque d’ouverture des fissures.*
* *Etat limite de compression du béton : on limite volontairement la contrainte de compression à une valeur raisonnable.*
* *Etat limite de déformation : flèche maximale.*

**NB :**Un ouvrage devra satisfaire à la fois à des conditions d’état limite ultime et d’état

limite de service.

## ACTIONS

## Définition

Les actions sont l’ensemble des charges (forces, couples,…)appliquées à la structure, ainsi que les conséquences des déformations statiques ou d’état (retrait, tassement d’appuis, variation de température , etc.) qui entraînent des déformations de la structure.

## Types d’actions

Les trois types d’actions appliquées à la structure sont les suivants :

1. ***Actions permanentes :*** *Les actions permanentes, notées G, représentent les actions dont l'intensité est constante ou très peu variable dans le temps. Elles comprennent :*

* *Le poids propre des éléments de la structure,*
* *le poids des équipements fixes de toute nature (revêtements de sols et de plafonds ; cloisons etc.),*
* *les efforts (poids, poussées, pressions) exercés par des terres, par des solides ou par des liquides dont les niveaux varient peu ,*
* *les déplacements différentiels des appuis,*
* *les forces dues aux déformations (retrait, fluage,…) imposées en permanence*

à la construction,

Dans la plupart des cas, le poids propre est représenté par une valeur nominale unique, G0, calculée à partir des dessins du projet et des masses volumiques moyennes des matériaux.

1. ***Actions variables :*** *les actions variables, notées Q, représentent les actions dont l'intensité varie fréquemment et de façon importante dans le temps. Elles sont définies par des textes réglementaires en vigueur , on distingue :*

* *les charges d'exploitation (poids et effets annexes tels que force de freinage, forces centrifuges, effets dynamiques),*
* *les efforts (poids, poussées, pressions) exercés par des solides ou par des liquides dont le niveau est variable,*
* *les charges non permanentes appliquées en cours d'exécution (équipements de chantier, engins, dépôts de matériaux, etc.),*
* *les actions climatiques : neige, vent, température, etc. Les actions variables sont réparties en deux catégories :*
* *Une action dite de base notée Q1*
* *Les autres actions ,dites d’accompagnement et notées Qi (i>1) L’action de base Qi est :*
* *L’action unique si c’est le cas*

Si non :

* *La plus fréquente*
* *La plus élevée*
* *L’une ou l’autre action variable*

1. ***Actions accidentelles :*** *Les actions accidentelles, notées FA , provenant de phénomènes rares, et ne sont à considérer que si les documents d’ordre publique ou le marché le prévoient .Exemple : les séismes, les explosions ,les chocs.*

## Valeurs représentatives des actions

Les différentes valeurs de l'intensité des actions, dites valeurs représentatives, sont :

* *Qk : valeurs caractéristiques de l’action*
* *0i Qik : valeurs de combinaison*
* *1i Qik : valeurs fréquentes*
* *2i Qik : valeurs quasi-permanentes*

La précontrainte est représentée par une valeur de calcul Pd qui est :

* *la plus défavorable de deux valeurs caractéristiques P1 et P2 pour les justifications vis-à-vis des états limites de service,*

P1 (x, t) = 1,02 P0 - 0,80 P (x, t)

P2 (x, t) = 0,98 P0 - 1,20 P (x, t)

* *sa valeur probable Pm pour les justifications vis-à-vis des états limites ultimes.*

Pm (x, t) = P0 - P (x, t)

P0 représentant la précontrainte « à l'origine », correspondant à la tension p0 .

P (x, t) la perte de précontrainte au point d'abscisse x, à l'instant t.

## SOLLICITATIONS

## Définition

Les sollicitations sont les effets provoqués, en chaque point et sur chaque section de la structure , par les actions.

1. . SECTIONS DE CALCUL

Dans le calcul des caractéristiques géométriques d'une section (position du centre de gravité, aire, moments d'inertie...), on tient compte des dimensions que présente la section dans la phase considérée.

## Caractéristiques géométriques des sections

La résolution des problèmes d’RDM fait appel à des caractéristiques géométriques des section droites des corps étudiés. Le principe fondamental consiste à déterminer les contraintes qui agissent dans une section et de comparer la contrainte maximale avec la contrainte limite :   []

* *Traction simple  =F/B*
* *Flexion simple  =M Y/I*
* *Flexion composée  =F/B + M Y/ I*

Les caractéristiques géométriques à étudier sont :

* *Aire de la section B [cm2]*
* *Moments statiques Sx et Sy [cm3]*
* *Moments d’inertie axiaux Ix et Iy [cm4]*
* *Moments d’inertie centrifuges Ixy [cm4]*
* *Moments d’inertie polaires Ip [cm4]*
* *Module de résistance Wx et Wy [cm3]*
* *Module de résistance de torsion Wp [cm3]*
* *Rayon de giration ix et iy [cm]*
* *Rendement d’une section *

## Moment statique

Les moment statiques de l’aire d’une section par rapport aux axes X et Y sont donnés par

les expressions :

Si l’axe X ou l’axe Y passe par le centre de gravité de la section, les moments statiques

Sx et Sy sont nuls.

## Moment d’inertie

Les moment d’inertie de l’aire d’une section par rapport aux axes X et Y sont donnés par les formules :



Le moment d’inertie polaire d’une section est donné par : Ip=Ix+Iy

## Module de résistance

Le module de résistance est égal au quotient du moment d’inertie axial par la distance de l’axe à la fibre la plus éloignée.

*Wx* = *Ix*

y

## Rayon de giration

*Wy* = *Iy*

x

On appelle rayon de giration la quantité donnée par l’équation :

*ix* =  *iy* =

*Ix B*

## Rendement d’une section

*Iy B*

Le rendement d’une section est donné par :

**

## Types de section a). Section brute

C’est la section du béton seul, telle qu'elle résulte des dessins de coffrage, sans réduction des conduits et ancrages ( Figure III.10). Elle est utilisée pour l'évaluation :

* *du poids propre d'une structure ;*
* *des rigidités des différentes pièces constituant la structure (en vue de calculer les sollicitations hyperstatiques) ;*
* *des déformations pour les parties d'ouvrages respectant les conditions de la classe II .*

*Bb =a \* b*



*b*

a

1. ***Section nette***

C’est la section totale du béton avec déduction des conduits et ancrages(Figure III.11). Elle est utilisée pour le calcul des contraintes à l'ELS en classe I et II.



*Bn =Bb-BV b*

## Section homogène

C’est la section obtenue en ajoutant à section nette la section des armatures

longitudinales adhérente multipliée par un coefficient d'équivalence convenable « n ».

**Section homogène = section nette +(section d'armatures longitudinales adhérentes)** **x (Coefficient d'équivalence).**

*n = 5 : cas des actions de courte durée n = 15 : cas des actions de longue durée* ***d). Section homogène réduite***

Pour le calcul des contraintes en classe III , il y a lieu de faire intervenir des sections homogènes réduites, définies à partir :

- de la seule partie comprimée du béton de la section,

* *de la section des armatures passives longitudinales multipliée par le coefficient d'équivalence nv = 15,*
* *de la fraction  de la section des armatures longitudinales de précontrainte multipliée par le coefficient d'équivalence nv = 15.*

Section homogénéisée et réduite = (Section du béton comprimé seul)+ (section d'armatures passives )x (nv) + (section d'armatures de précontrainte) x (nv )x ()

avec :

 = 1 : cas de pré-tension

 = 0,5 : cas de post-tension avec injection de coulis

 = 0: cas de la post-tension lorsque les armatures ne sont pas adhérentes .

## e). Section d'enrobage

C’est la surface délimitée par le contour de la section et deux parallèles à l’axe de flexion

considéré encadrant l’ensemble des armatures de précontrainte, à une distance égale minimale admise « c » (Figure III.12). Cette section est utilisée pour certaines vérifications en classe II.



c

c

## Figure III.12

## APPLICATIONS

***Application 1***

Déterminer, pour une poutre en T, les caractéristiques géométriques suivantes :

* *L’aire de la section (B)*
* *Le moment statique (S)*
* *La distance de la fibre supérieure (Vs) et la distance de la fibre inférieure (Vi )*
* *Le moment d’inertie (I)*
* *Le module de résistance (W)*
* *Le rayon de giration (i)*
* *Le rendement de la section ()*

1.00

0.40



0.20

0.90

## Application 2

Déterminer les caractéristiques géométriques de la section :

* *L’aire de la section (B)*
* *Le moment statique (S)*
* *La distance de la fibre supérieure (Vs ) et la distance de la fibre inférieure (Vi )*
* *Le moment d’inertie (I)*
* *Le module de résistance (W)*
* *Le rayon de giration (i)*
* *Le rendement de la section ()*

1.4

0.18



0.3

0.06

1.55

0.21

0.18

0.6

## Application 4

**Q = 30 KN / m**

0,50

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | | | |
|  | | | |
|  | |  | 0,28 |
|  |  |
|  | 4,50 | 10,00 |  |

1,50

1)- Déterminer les caractéristiques géométriques de la section .

* *La section brute du béton (B)*
* *Le rendement de la section ()*
* *Le moment quadratique de la section de béton (I)*
* *Le module de résistance (W)*
* *Le rayon de giration (i)*

2)- Déterminer le moment fléchissant Mmin et MMax 3)- Déterminer les contraintes limites du béton

* *En phase de construction j = 7 et 14 jours*
* *En phases de service*

Béton : fc28=35 MPa

## DEFINITION

D’une façon générale, on désigne sous le nom «perte de tension » ou «perte de précontrainte » toute différence entre l’effort exercé lors de sa mise en tension et l’effort qui s’exerce en un point donné d’une armature à un instant donné.

En post tension, l’effort de précontrainte varie à la fois :

* *dans l’espace, avec l’abscisse le long du câble, du fait de fortement ;*
* *dans le temps, à cause du retrait et du fluage du béton et de la relaxation des aciers.*

En pré tension, l’effort de précontrainte varie principalement dans le temps du fait de l’application successive des actions.

## TYPES DE PERTES

Les pertes de tension se divisent en deux groupes :

* *Les pertes de tension instantanées :se produisant lors de la mise en tension des câbles de précontrainte.*
* *Pertes de tension différées :se produisant dans un temps plus au moins long après la mise en tension.*

## TENSION A L'ORIGINE

Les efforts de précontrainte sont variables le long des armatures et dans le temps. Ils sont évalués à partir de la valeur probable de la tension à l'origine, notée « po » .Ils ne doivent pas non plus dépasser la plus faible des valeurs suivantes :

Min ( 0,80 fprg , 0 ,90 fpeg ) en post-tension Min (0,85 fprg , 0,95 fpeg ) en pré-tension

## PERTES DE TENSION (EN POST-TENSION)

## Pertes de tension instantanées

Dans le cas de la post-tension, les armatures de précontrainte subissent des pertes de tension instantanées qui sont :

* *les pertes de tension par frottement ;*
* *les pertes de tension par recul de l'ancrage ;*
* *les pertes de tension par déformations instantanées du béton.*

La valeur totale de ces pertes de tension instantanées, dans une section d'abscisse « x » de l'armature, est notée pi (x).

La tension au point d'abscisse x, après pertes de tension instantanées, appelée tension initiale , est notée : pi (x) = po - pi (x)

**Perte de tension par frottement**

Ce type de perte se produit par fortement des câbles sur la gaine lors de la mise en tension.

Le tension appliquée po à l’origine diminue entre le point d’application et un point donnée d’abscisse « x » (Figure VI.1),sa nouvelle valeur est donnée par la relation :

*p(x)po e -(f  +  x)*

po : la tension à l’origine ;

e : la base des logarithmes népériens ;

f : coefficient de frottement en courbe (rd-1 ) ;

 : somme des déviations angulaires arithmétiques du câble sur la distance x (rd) ;

:coefficient de frottement en ligne (m-1 ) ; x : la distance de la section considérée (m).

p0



x



## Figure IV.1

La perte de tension par frottement est estimée par la formule:

*frot (x)= po - p (x)= po (1-e -(f  +  x))*

Si l’exposant est faible, on peut admettre la relation suivante :

frot (x)  po (f  +  x)

* + 1. ***Perte de tension par recul de l'ancrage***

Cette perte de tension résulte du glissement de l'armature par rapport à son ancrage, du tassement ou de la déformation de l'ancrage.

Son influence diminue à partir de l’ancrage jusqu’à s’annuler à une distance « d » à partir de laquelle la tension demeure inchangée.

Le glissement à l’ancrage « g », qui dépend du type d’ancrage, est donnée par la relation :



En pratique, en assimilant les branches d’exponentielle à des droites , la perte par recule d’ancrage peut être évaluée à partire de l’aire d’un tringle dans ce cas, on a :

**



La longueur du glissement du bloc d’ancrage est donnée par :

*d*=

*gE lAB*

*pA*\_*pB*

## Perte de tension par déformations instantanées du béton

La perte de tension qui résulte des déformations instantanées du béton dues à l'action des armatures de précontrainte et aux autres actions permanentes peut être assimilée à une perte moyenne affectant chacune des armatures et égale dans une section donnée :



avec :

n : nombre de gaines

EP : module d’élasticité des armatures ;

Eij : module instantané du béton au jour « j » ;

b(x) : contrainte normale du béton :



P=(po - frot - recu) Ap

e(x) : excentricité du câble de précontrainte.

## Remarque :

Le BPEL préconise de prendre un coefficient « 2 » pour les variations de contraintes dues à la contrainte relative à la phase de mise en tension et aux actions permanentes appliquées simultanément à cette mise en tension, et la valeur de « 1 » pour les variations de contrainte dues aux actions permanentes postérieures à cette phase de précontrainte, y compris celles dues aux armatures de précontrainte mises en tension ultérieurement.

## Pertes de tension différées

Dans le cas de la post-tension, les armatures de précontrainte subissent des pertes de tension différées qui sont :

* *Perte de tension due au retrait du béton*
* *Perte de tension due au fluage du béton*
* *Perte de tension due à la relaxation de l'acier*

La valeur totale de ces pertes de tension différées, dans une section d'abscisse « x » de l'armature, est notée pd (x).

La tension au point d'abscisse x, après pertes de tension instantanées, appelée tension finale , est notée : pf (x) = po - pi (x) - pd (x)

## Perte de tension due au retrait du béton

La perte finale de tension due au retrait du béton est égale à :



r : retrait total du béton

t1 : l'âge du béton au moment de sa mise en précontrainte

r(t) : une fonction traduisant l'évolution du retrait en fonction du temps

Très souvent, on peut négliger r(t1) devant 1, ce qui conduit à la **formule simplifiée** suivante :

## 

## Perte de tension due au fluage du béton

Lorsqu'une pièce est soumise, à partir de sa mise en précontrainte, à des actions permanentes subissant des variations dans le temps, la perte finale de tension due au fluage du béton est prise égale à :

fl = (bM + bF ) Ep /Eij

bM : contrainte maximale dans le béton ;après les pertes instantanées

bF: contrainte finale dans le béton ;après les pertes différées

j : l'âge du béton lors de sa mise en précontrainte.

Si bM ≤1,5 bF , il est loisible, à titre de simplification, d'évaluer la perte finale de tension due au fluage du béton à :

fl = 2,5 bF Ep /Eij

et comme Ep /Eij  6, on aura donc :

fl = 15 bF

## Perte de tension due à la relaxation de l'acier

La perte finale de tension due à la relaxation de l'acier est donnée par :



pi(x) :contrainte dans les armatures de précontrainte ; après les pertes instantanées.

1000 : coefficient de relaxation à 1000 h fprg :contrainte limite garantie à la rupture µ0 étant un coefficient pris égal à :

0,43 pour les armatures à très basse relaxation (TBR). 0,30 pour les armatures à relaxation normale (RN).

0,35 pour les autres armatures.

## Perte de tension différée totale

La formule donnée pour la relaxation suppose que la longueur de l’armature est constante ; or la perte par relaxation est diminuée par l’effet du raccourcissement due au retrait et fluage du béton.

Pour tenir compte de cette interaction, le BPEL propose de minorer forfaitairement la relation par le coefficient 5/6.

Ainsi, La perte différée finale est prise égale à :





Lorsqu'il est nécessaire de tenir compte de l'évolution des pertes de précontrainte en fonction du temps, on peut admettre que la valeur totale des pertes différées d(t) , évaluée « j » jours après la mise en tension du groupe d'armatures considéré, suit la loi suivante :

d(t) = r(j) d

La fonction r(j) étant identique à la fonction r(t)

## APPLICATIONS

***Application 1***

Soit une poutre de post- tension de longueur de 47.00 m soumise à la précontrainte par 4 câbles de 7T15 à j = 8 jours.

Pour la section à mi travée ,déterminer :

* *la tension à l’origine*
* *la perte due au frottement*
* *la perte due à la déformation instantanée du béton*
* *la perte instantanée*
* *la perte due au retrait du béton*
* *la perte due au fluage du béton*
* *la perte due à la relaxation des aciers*
* *la perte différée Déduire la valeur de :*
  + *La contrainte finale probable*
  + *La contrainte finale maximale*
  + *La contrainte finale minimale*

## Données :

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| * =0.2984 rd* | *f = 0.18 rd-1* | * = 0.002 m-1* |
| *g= 6mm* | *bc = 12.4 MPa* | *bM = 15.3 MPa* |
| *bF = 11.1 MPa* | *fc28=35 MPa* | *r= 3.10-4* |
| *fprg=1860 MPa*  *O =0.43* | *fpeg=1660 MPa*  *Ep=190000 MPa* | *1000=2.5 %* |

## Application 2

Soit une poutre de pot tension de section rectangulaire (35x72)cm, de longueur de 15m soumise à la précontrainte par 6 câbles à j = 10 jours.

Pour la section à mi travée (ep=-270 mm) ,déterminer :

* *la tension à l’origine*
* *la perte due au frottement*
* *la perte due au recul d’ancrage*
* *la perte due à la déformation instantanée du béton*
* *la perte instantanée*
* *la perte due au retrait du béton*
* *la perte due au fluage du béton*
* *la perte due à la relaxation des aciers*
* *la perte différée Déduire la valeur de :*
  + *La contrainte finale probable*
  + *La contrainte finale maximale*
  + *La contrainte finale minimale*

## Données :

 =0.072 rd f = 0.18 rd-1  = 0.002 m-1

g= 1mm Ei10 = 34 103 MPa Ap = 1672.2 mm2

fc28=35 MPa r= 3.10-4 fprg=1720 MPa fpeg=1460 MPa

1000=8 % O =0.3 Ep=190000 MPa

In=1.033 1010 mm4 Bn=0.250 106 mm 2

## Application 3

Soit une poutre de 40 m de longueur, précontrainte par des câbles formés de torons à très basse relaxation avec une relaxation garantie à 1000 heurs égale à 2.5 % , de limite d’élasticité 1583 MPa et de contrainte de rupture garantie 1770 MPa. La mise en tension a lieu à 12 jours sur un béton de résistance fc28 = 35 MPa.

Le retrait final est égal à r = 3.10-4 . le glissement de l’ancrage est de 5 mm,

les coefficients de frottement valent : f = 0.17 m-1 ,  = 0.0016 rd-1.

La contrainte au centre de gravité des armatures due à l’action des charges permanentes existantes à la mise en tension et à l’action de la précontrainte vaut : 7.5 MPa . La contrainte supplémentaire apportée par les actions permanentes appliquées à 50 jours vaut 1 MPa. La contrainte finale valant 7.2 MPa.

Pour la section à mi travée (x=20m ,  =0.11 rd) ,déterminer :

* *la tension à l’origine*
* *la perte due au frottement*
* *la perte due au recul d’ancrage*
* *la perte due à la déformation instantanée du béton*
* *la perte instantanée*
* *la perte due au retrait du béton*
* *la perte due au fluage du béton*
* *la perte due à la relaxation des aciers*
* *la perte différée Déduire la valeur de :*
  + *La contrainte finale probable*
  + *La contrainte finale maximale*
  + *La contrainte finale minimale*

***Dimensionnement de la précontrainte***

## OBJECTIF DU DIMENSIONNEMENT

L’objectif du dimensionnement de la précontrainte est de déterminer la force effective P (après soustraction des pertes de tension ) qui doit régner dans la section étudiée afin que les contraintes limites soient assurées.

## DIAGRAMME DE VERIFICATION

Les vérifications des contraintes peuvent se ramener aux deux cas suivants :

* ***Cas 1*** *: élément soumis à la précontrainte et à un moment minimum Mm*

Mm

P

P

## Figure V.1

* ***Cas 2*** *: élément soumis à la précontrainte et à un moment maximum MM*

MM

P

P

## Figure V.2

Ces deux ensembles , un peu contradictoire , peuvent être regroupés sous forme du diagramme de vérification suivant :

*s1*



*Vs*

*s2*

*h*

*Vi*

*i2 i1*

## Figure V.3

Avec:

s1 : contrainte limite à la fibre supérieure sous chargement 1 (P et Mm)

s2 : contrainte limite à la fibre supérieure sous chargement 2 (P et MM)

i1 : contrainte limite à la fibre inférieure sous chargement 1 (P et Mm)

i2 : contrainte limite à la fibre inférieure sous chargement 2 (P et MM)

## DONNEES DE BASE

Les données de base du dimensionnement de la précontrainte sont :

* *Les données géométriques :*
* *La géométrie de la section*
* *L’aire de la section « B »*
* *Moment d’inertie « I »*
* *Distance de la fibre supérieure « Vs »*
* *Distance de la fibre inférieure « Vi »*
* *Rendement de la section  =I / B Vs Vi*
* *Les contraintes limites : s1 ,s2 , i1, i2*

## APPROCHE DE LA PRECONTRAINTE

## Câble moyen fictif

Les câbles de précontrainte dans chaque section , forment un ensemble qui peut être assez complexe ; c’est pour quoi, pour les calculs ,on remplace souvent cet ensemble par un câble moyen fictif qui aurait , dans chaque section , le même effet des câbles réellement mis en place (Figure V.4 ).

## Figure V. 4

## Centre de pression

L’effet d’un effort de précontrainte P excentré de « eo » et d’un moment fléchissant Mf est équivaut à un effort de précontrainte P, appliqué en point appelé « centre de pression » d’ordonnée :

*e**eo* *Mf*

P



P

Mf

e

eo

P

## Figure V. 5

## Noyau limite

La contrainte dans une fibre d’ordonnée « y » s’écrit en valeur algébrique, sous

la forme suivante :

***y* *P* *(PeO* *Mf y = P* *Pe y = P(1* *ey )*

)

B I B I B VsVi

puisque  =I / B Vs Vi

Dans le cas général, on doit avoir : t  (y)  C

Sur la fibre supérieure y= (+) Vs :

S1 

*P(1* *e )*  *S2*

B Vi

Sur la fibre inférieure y= (-) Vi :

i2 

*P(1* *e )*  *i1*

B Vs

Ces deux doubles inégalités peuvent se mettre sous la forme suivante :

*Vi**1* *s1B* *e**Vi**s2B* *1*

P P

*Vs**i1B* *1**e**Vs**1* *i2B* 

P P

si on pose

*-Bi =* *Vs**i1B* *1*

P

*Bs = Vi**s2B* *1*

P

*-Ci=* *Vi**1* *s1B* 

P

*Cs = Vs**1* *i2B* 

P

* *Le segment [- Bi, Bs] est le noyau limite de compression.*
* *Le segment [- Ci,Cs] est le noyau limite de traction.*
* *Le segment [- Di,Ds]= [- Bi,Bs]  [- Ci,Cs] est le noyau limite au sens strict.*

## Remarque

En pratique, le concept de noyau au sens strict est lourd à manier. Au niveau du pré dimensionnement ,seule est facilement exploitable la notion de noyau de traction qui permet de définir la précontrainte P et son excentricité eo.

Le noyau de compression conditionne, pour sa part les caractéristiques à donner aux section droites mais, pour effectuer leurs dimensionnement , il est beaucoup plus simple d’écrire directement, dans les zones déterminantes, le respect des contraintes limites de compression s2 et i1.

## Excentricité du câble moyen fictif

On a: Pe=Pe+Mf  e=eo+ Mf

P

-Ci e correspondant au cas de chargement 1 : Mf=Mm

*-Ci* *eo* *Mf  eo* *Ci* *Mm*

P P

e Cs correspondant au cas de chargement 2 : Mf=MM

*eo* *MM* 

P

*Cs eo* *Cs* *MM*

P

L’excentricité du câble moyen fictif doit être comprise entre deux bornes :

*Ci*  *Mm*  *eo* *Cs* *MM*

P P

le câble moyen fictif doit passer à l’intérieure du segment « eo1eo2 » appelé segment de passage.

* *Le segment [- Bi - Mm/P, Bs -MM/P] est le noyau de passage de compression*
* *Le segment [- Ci - Mm/P, Cs - MM/P] est le noyau de passage de traction*
* *Le segment [-Di-Mm/P, Ds- MM/P]= [-Bi - Mm/P, Bs - MM/P] [- Ci - Mm/P, Cs -MM/P] est le noyau de passage au sens strict.*

## FUSEAU DE PASSAGE

La zone qui , sur tout l’élément, est délimité par l’ensemble des segments de passage s’appelle fuseau de passage.

*Fuseau de passage*

## Figure V.6

Pour que la précontrainte d’un élément soit possible ,il faut réunir deux conditions :

* *L’existence du segment de passage*
* *Un enrobage suffisant*

## NOTION DE SECTION CRITIQUE

* 1. ***Section sous critique :****Si tout les segment de passage est à l’intérieure de la zone qui*

permet un enrobage suffisant, la section est dite sous critique.

* 1. ***Section critique :****Dans le cas où ils serait possible que le segment de passage soit réduit à un point , la section est critique.*
  2. ***Section sur critique :****Si le segment de passage à une de ses frontières découpe*

la zone d’enrobage (segment ouvert),la section est dite sur critique.

*Section sous critique*

*Section critique*

## Figure V.7

*Section sur critique*

## EVALUATION DE LA PRECONTRAINTE

## Cas de section sous critique et critique

Le segment de passages est limité à un point

*Ci* *Mm* *eo**Cs* *MM* ***,*** *d’ou on tire :*

*PI*  *MM* *Mm*  *M*

*PI PI*

CsCi CsCi

et comme :

 

*Cs**Vs 1* *Bi2*

*PI*

 

*Ci**Vi 1* *Bs1*

*PI*

on obtient :

*PI*  *M*  *B**Vsi12Vis1*

h

ou encore, puisque B  I :

*M*  *I i2* *I s1*

VsVi

*PI* 

Vi Vs

h

## Cas de section sur critique

1. ***Moment positif :***

*eo* *Cs* *MM* *(Vi**di)*

*PII*

d’ou on tire

*MM*

*Vi**di*

*PII* *Cs*

*MM*  *I i2*

De même :PII= Vi Vi

Vsdi

## Moment négatif:

*eo**Ci* *Mm* *Vs**d*

*PII*

D’ou :

*PII*  *Mm*

*Ci**Vs**ds*

De même :

*Mm* *I s1 PII*  *Vs Vs* *Vi**ds*

## Remarque

*si PI > PII la section est sous critique si PI < PII la section est sur critique* ***7.3. Cas particulier***

Si on suppose  s1 =  i2=o ,alors on a:

CsVs CiVi

## Section sous critique

*PI*  *M*



h

## Section sur critique

1. ***Moment positif***

*PII= Vi* *MM* *di*

Vs

## Moment négatif

*PII*  *Mm*

** 

Vs Vi ds

Par comparaison ,on peut constater les économies obtenues sur l’effort de précontrainte

lorsqu’on tolère des contraintes de traction dans le béton (s1 = i2<o)

## SECTION MINIMALE DE BETON

* 1. ***Cas d’une section sous critique***

*I*  *MM* *Mm*  *M*

*Vs s2**s1 s*

*I*  *MM* *Mm*  *M*

*Vi i1**i2 i*

## Cas d’une section sur critique

1. ***Moment positif***

*I*  *Ph*

*Vs s2**Vsi2*

Vi

*I*  *MM* *Mm*  *M*

*Vi i1**i2 fi*

## Moment négatif

*I*  *MM* *Mm*  *M*

*Vs s2**s1 s*

*I*  *Ph*

*Vi i1**Vis1*

Vs

## APPLICATIONS

***Application 1***

Soit une poutre de section rectangulaire (50x120)cm soumise aux moments Mmin=1.2 MNm et Mmax=3.2 MNm avec une valeur de l’enrobage telle que di=0.15m.

* *Déterminer la valeur de la précontrainte (P1 et P2).*
* *Donner une constatation sur la nature de la section.*
* *Déterminer la valeur de l’excentricité eO.*

## Solution

En section sous critique , la valeur de la précontrainte est déterminée par l’équation :

*PI*  *M*



h

avec :

M=2 MNm

=1/3 h=1.20 m

d’où : P1=5 MN

En section sur critique (moment positif) , la valeur de la précontrainte est déterminée par

*l’équation : PII= Vi* *MM* *di*

Vs

Avec :

Mmax= 3.2 MNm

=1/3

Vs=Vi= 0.60 m

di=0.15 m

d’où : P2= 4.92 MN

On constate que P1>P2 d’où la section est sous critique La valeur de l’excentricité eO est donnée par :

*Ci* *Mm* *eo**Cs* *MM*

*PI PI*

avec :

Cs=Vs =0.2 m P1=5 MN

d’où : e0= - 0.44 m

## Application 2

Soit une poutre de section rectangulaire (50x120)cm soumise aux moments Mmin=1.9 MNm et Mmax=2.4 MNm avec une valeur de l’enrobage telle que di=0.15m.

* *Déterminer la valeur de la précontrainte (P1 et P2).*
* *Schématiser le diagramme des contraintes*

## Application 3

Soit une dalle (1m, h) de 15m de portée, soumise à une charge d’exploitation q=0.05 MN/m2 avec une valeur de l’enrobage telle que di=0.107m. Le béton utilisé a une résistance de 30 MPa.

Contrainte limite de traction t= 0 Contrainte limite de compression b=15 MPa

* *Déterminer la hauteur h*
* *Déterminer la valeur de la précontrainte P et la valeur de l’excentricité eO.*
* *Donner une constatation sur la nature de la section.*

## Application 4

Soit une dalle (1m, h) de 15m de portée, soumise à une charge d’exploitation q=0.03 MN/m2 avec une valeur de l’enrobage telle que di=0.107m. Le béton utilisé a une résistance de 30 MPa.

Contrainte limite de traction t= 0 Contrainte limite de compression b=15 MPa

* *Déterminer la hauteur h*
* *Déterminer la valeur de la précontrainte P et la valeur de l’excentricité eO.*
* *Donner une constatation sur la nature de la section.*