

### II-1 Introduction

Dans la plupart des phénomènes de transport moléculaire à travers les membranes biologiques, la diffusion est connue comme un moyen d'échange des molécules de soluté d'un compartiment à l'autre à travers une membrane, qui tend à uniformiser la distribution des particules (des ions ou des molécules non dissociables), donc s'effectuant dans le sens des concentrations décroissantes. Où les particules se déplacent d'une région de forte concentration vers une région de faible concentration[1][3].

### II-2 Diffusion du soluté à travers les membranes:

Afin d'étudier le mouvement des molécules de soluté à travers les pores membranaires, nous citons les deux lois fondamentaux de Fick suivant[1]

#### a- Première loi de Fick

On appelle le débit molaire diffusif du soluté  $J_D$  le transfert molaire du soluté considéré qui correspond au nombre de moles  $n$  traversant une membrane de surface  $S$  dans un temps  $dt$

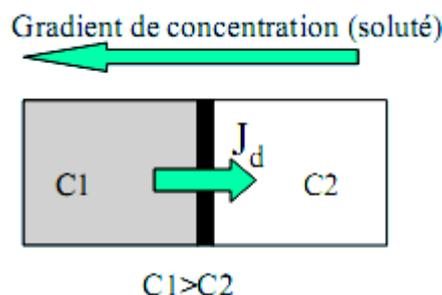
$$J_D = \frac{dn}{dt}$$

Qui peut être donné par la première loi de Fick comme suit :

$$\text{A une dimension : } J_D = \frac{dn}{dt} = -DS_p \frac{dC}{dx} \quad (\text{mol.s}^{-1})$$

$$\text{Et à trois dimensions : } \vec{J}_D = -DS_p \vec{\text{grad}}(C) = -DS_p \vec{\nabla} C$$

Où  $\vec{\nabla} C = \frac{\partial C}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial C}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial C}{\partial z} \vec{k}$  représente le gradient de concentration dans un repère cartésien.



## Chapitre II : PHÉNOMÈNE DE DIFFUSION

---

Et le signe (-) exprime que le transfert diffusif se fait de l'endroit plus concentré vers moins concentré.

Avec  $D\left[\frac{m^2}{s}\right]$  est le coefficient de diffusion des molécules du soluté dans la solution.

Et  $S_p$  représente la surface totale des pores perméables au soluté, qui peut être donnée par l'expression suivante:  $S_p = N\pi a^2 = pS\pi a^2$ .

Où  $N$  est le nombre total de pores,  $a$  : le rayon de pore,  $p$  : le nombre de pores par unité de surface et  $S$  : la surface totale de la membrane.

Comme le coefficient de diffusion  $D$  joue un rôle primordial dans le phénomène de diffusion, il est commode d'étudier explicitement l'expression de ce coefficient qui est donné par :

$$D = RTb$$

Où  $R = 8,31 [J.K^{-1}.mol^{-1}]$ ,  $T[K]$  et  $b[s.kg^{-1}]$  représentent respectivement le coefficient de gaz parfaits, la température et la mobilité mécanique molaire.

Lorsqu'on considère une particule sphérique de rayon  $r [m]$  dans un milieu de viscosité

$\eta [pa.s]$ , l'équation de la mobilité mécanique devient comme :  $b = \frac{1}{N6\pi\eta r}$

Avec  $N = 6,023.10^{23}$  est le nombre d'Avogadro.

Qui peut nous mène à une nouvelle expression de coefficient de diffusion comme

$$D = \frac{K_B T}{6\pi\eta r}$$

Car  $K_B = \frac{R}{N} = 1,38.10^{-23} [J.K^{-1}]$  représente la constante de Boltzmann.

Dans un modèle de molécule sphérique, la masse est proportionnelle au (rayon)<sup>3</sup>  $m \propto r^3$ , le coefficient de diffusion  $D$  prend la forme suivante :

$$D = \frac{CT}{\eta} \sqrt[3]{\frac{\rho}{M}}$$

Où  $C$  est une constante,  $\rho$  : la masse volumique et  $M$  : la masse molaire.

## Chapitre II : PHENOMENE DE DIFFUSION

---

Plus générale pour une particule de forme géométrique quelconque:  $D = \frac{AT}{\sqrt[3]{M}}$

Avec  $A$  est une constante.

Remarques :

1- l'expression de flux molaire à une dimension est donnée par :

$$J = \frac{J_D}{S_p} = -D \frac{dC}{dx} \quad (\text{mol.m}^{-2}.\text{s}^{-1})$$

2- Un soluté donné va toujours vers le compartiment où il est le moins concentré.

Exemple

Soit une membrane d'épaisseur 0,1mm sépare deux compartiments  $A$  et  $B$ , le compartiment  $A$  contient une solution de glucose à 0.2 mol/l, la concentration de glucose dans le compartiment  $B$  est de 0.1 mol/l.

1- Calculer le flux molaire initial de diffusion du glucose à 25°C sachant que le rayon de ces molécules qui sont supposées sphériques est  $r = 3\text{Å}$ .

2- Quel serait le flux molaire initial de diffusion du glucose à 0°C?

On donne : les coefficients de Boltzmann  $K_B = 1,38.10^{-23} \text{JK}^{-1}$  et de viscosité de glucose  $\eta_g = 10^{-3} \text{Pa.s}$ .

1- Calcul de flux molaire initial de diffusion du glucose  $J_{g_i}$  à 25°C:

$$\text{On a : } J_g = -D_{g_{25^\circ}} \frac{dC}{dx} \Rightarrow \int_0^h J_{g_i} dx = -\int_{C_A}^{C_B} D_{g_{25^\circ}} dc.$$

$$\text{Avec un calcul direct, on aura } J_{g_i} = \frac{D_g (C_A - C_B)}{h}.$$

A ce point, on doit déterminer le coefficient de diffusion  $D_{g_{25^\circ}}$  à 25°C :

$$\text{Par définition, on a } D_{g_{25^\circ}} = \frac{K_B \cdot T_{25^\circ}}{6\pi\eta_g r_g} = \frac{1,38.10^{-23} \cdot (25 + 273)}{6,3,14.10^{-3} \cdot 3.10^{-10}} = 7,28.10^{-10} \text{ m}^2.\text{s}^{-1}.$$

$$\text{Alors } J_{g_i} = \frac{7,28.10^{-10} (0,2 - 0,1).10^{+3}}{0,110^{-3}} = 7,28.10^{-4} \text{ mol.m}^{-2}.\text{s}^{-1}.$$

2- Calcul de flux molaire initial de diffusion du glucose  $J_{g_i}'$  à 0°C.

## Chapitre II : PHENOMENE DE DIFFUSION

---

Tout d'abord, il faut qu'on détermine la valeur de  $D_{g_0^\circ}$  à  $0^\circ\text{C}$ .

$$\text{Nous avons: } \frac{D_{g_0^\circ}}{D_{g_{25^\circ}}} = \frac{T_{0^\circ}}{T_{25^\circ}} \Rightarrow D_{g_0^\circ} = \frac{T_{0^\circ}}{T_{25^\circ}} D_{g_{25^\circ}} = \frac{(0+273)}{(25+273)} 7,28 \cdot 10^{-10} = 6,67 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}.$$

$$\text{Finalement: } J'_{g_t} = \frac{6,67 \cdot 10^{-10} (0,2 - 0,1) \cdot 10^3}{0,110^{-3}} = 6,67 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}.$$

### b- Deuxième loi de Fick

Au cours de la migration moléculaire à travers les pores de la membrane, la concentration unidimensionnelle  $C(x,t)$  en un point quelconque du système qui dépend de la position  $x$  par rapport au temps  $t$  est une solution de l'équation du second ordre par rapport à la position, qui est donnée par la deuxième loi de Fick

$$\frac{\partial C}{\partial t} = - \frac{\partial J}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

Dans un régime stationnaire, la concentration est indépendante du temps (cas de variation de la concentration à l'intérieur du pore)

$$\frac{\partial C}{\partial t} = 0 \Rightarrow C = f(x)$$

Ce qui implique que la concentration devient une fonction linéaire du premier ordre en  $x$ .

### Exemple

Soit une membrane poreuse sépare deux compartiments contenant du saccharose avec comme concentration  $0,5$  et  $0,2 \text{ mol.l}^{-1}$ . ces concentrations sont maintenues constantes au cours de la diffusion des molécules de saccharose à travers la membrane. On suppose le régime permanent (stationnaire) établi.

- Trouver le coefficient de diffusion du saccharose?

- Etablir la loi de variation de la concentration à l'intérieur de la membrane. Quelle est la valeur du flux de saccharose?

On donne: Le débit molaire du saccharose  $J_D = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$ .

Surface totale des pores de la membrane  $S_p = 0,05 \text{ m}^2$ .

Epaisseur de la membrane  $h = 10 \mu\text{m}$ .

## Chapitre II : PHENOMENE DE DIFFUSION

---

- Calcul de coefficient de diffusion du saccharose  $D_s$  :

D'après l'expression de débit molaire:  $J_{D_s} = -S_p \cdot D_s \cdot \frac{dC}{dx}$ .

On peut trouver  $\int_0^h J_{D_s} \cdot dx = -S_p \cdot D_s \cdot \int_{C_1}^{C_2} dC \Rightarrow D_s = \frac{J_{D_s} \cdot h}{(C_1 - C_2)}$

Application numérique:  $D_s = \frac{1,2 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{0,3 \cdot 10^{-10} \cdot 0,05} = 8 \cdot 10^{-10} m^2 s^{-1}$ .

Pour établir la loi de variation de la concentration à l'intérieur de la membrane, on utilise la

deuxième de Fick:  $\frac{\partial C}{\partial t} = D_s \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ .

Qui peut se réduire dans le cas de régime permanent à  $\frac{\partial C}{\partial t} = D_s \cdot \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = 0$ .

Qui nous conduit à l'expression de la concentration suivante:  $C(x) = ax + b$

Où a et b sont des constantes à déterminer.

$$x = 0 \Rightarrow b = C_1 = 0,5 \text{ mol.l}^{-1}$$

Lorsque :  $x = h \Rightarrow ah + b = 0,2 \Rightarrow a = \frac{0,2 - b}{h} = -3 \cdot 10^4 \text{ mol.m}^{-1} \cdot \text{l}^{-1}$

Donc la loi de variation de la concentration  $C(x)$  s'écrit comme

$$C(x) = -3 \cdot 10^4 x + 0,5 \quad \text{avec } x \text{ en m.}$$

- Calcul du flux de saccharose, on a

$$J_s = -D_s \cdot \frac{dC}{dx} = -D_s \cdot (-3 \cdot 10^4) = 8 \cdot 10^{-10} \cdot 3 \cdot 10^4 = 24 \cdot 10^{-3} \text{ mol.m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$$

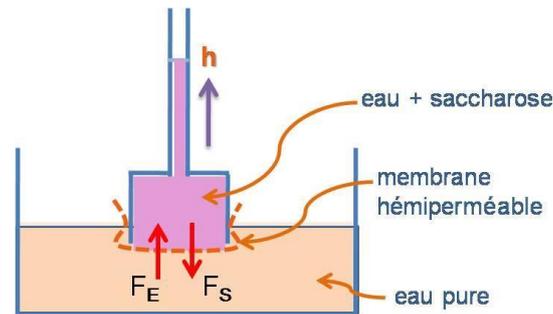
### II-3 Diffusion du solvant à travers les membranes: phénomène d'osmose

C'est un cas particulier des transports membranaires, plus précisément c'est un phénomène de transfert de molécules de solvant d'un compartiment à l'autre à travers une membrane imperméable au soluté considéré dans la solution, c'est-à-dire à travers la membrane qui supprime le flux de diffusion du soluté.

## Chapitre II : PHÉNOMÈNE DE DIFFUSION

---

A l'intérêt d'étudier le phénomène d'osmose, physiquement, il faut bien comprendre la notion de la pression osmotique qui a été induite par Dutrochet (1826) en proposant un appareil (osmomètre) constitué d'un réservoir de verre rempli d'une solution (eau + soluté) colorée ( sorte de cylindre vertical dont la base est obturée par une membrane hémiperméable (imperméable au soluté : seul le solvant peut diffuser dans les deux sens) et dont la partie supérieure est reliée à un long tube vertical de petit calibre) et plongé dans un cristallisoir contenant de l'eau.



Au départ, le flux de solvant entrant  $F_e$  est très supérieur au flux sortant  $F_s$ , puis on atteint l'équilibre, à ce moment la pression hydrostatique  $p = h\rho g$  est égale à la pression osmotique. Donc la pression osmotique d'une solution est la pression hydrostatique qu'il faudrait exercer sur la solution pour empêcher le solvant pur de traverser la membrane, où elle est établies empiriquement à partir de nombreuses études expérimentales et finalement exprimées sous forme théorique par Vant'Hoff.

$$\pi = iC_mRT \quad \text{en } [Pa] \text{ ou } [N/m^2]$$

Avec :  $i$  est le coefficient d'ionisation qui peut être donné par  $i = 1 + \alpha(\beta - 1)$  pour un électrolyte faible et  $i = \beta$  pour un électrolyte fort.

$C_m$  : concentration molaire,  $R$  : constante des gaz parfaits et  $T$  : la température.

Dans cette expression (), on peut également raisonner en osmolarité:  $\pi = \omega RT$ .

Exemple :

Calculer la pression osmotique à 27°C d'une solution aqueuse contenant 9g de glucose et 2,92g de NaCl par litre.

Avec :  $R=8,31 \text{ J.K.mol}^{-1}$ ,  $M_{NaCl}=58,5\text{g.mol}^{-1}$ ,  $M_{glucose}=180\text{g.mol}^{-1}$ .

## Chapitre II : PHENOMENE DE DIFFUSION

---

Pour une solution avec plusieurs solutés:  $\pi = \sum_{i=1}^n \omega_i RT$

On note ici, que la solution contient deux solutés (n=2): glucose et *NaCl*

$$\pi = \pi_g + \pi_{NaCl} = (\omega_g + \omega_{NaCl})RT = \left( \frac{C_{P_{glucose}}}{M_{glucose}} + \frac{2C_{P_{NaCl}}}{M_{NaCl}} \right) RT$$

$$\pi = \left( \frac{9 \cdot 10^3}{180} + 2 \frac{2,92 \cdot 10^3}{58,5} \right) 8,31 \cdot 300 = 373 \cdot 10^3 \text{ pascal}$$