

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
République Algérienne Démocratique et Populaire  
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Mohamed Khider –  
Biskra  
Faculté des Sciences et de la  
technologie  
Département : Génie Electrique.



جامعة محمد خيضر بسكرة  
كلية العلوم و التكنولوجيا  
قسم الهندسة الكهربائية.

Cours de :

Fiabilité Des Réseaux Electriques

Préparé par :

**DR. Rouina Abdelhafid.**

2015/2016

- ***Le but du cours :***

Avoir des connaissances préliminaire comme introduction au domaine de la fiabilité en général, relié en tous domaines des systèmes d'ingénieurs, la ou il y a un système, une étude de planification est effectuer qui mène a une mise a plans théorique suivie par une construction et cette dernière est forcement suivi par un fonctionnement du système dans la vie pratique des gents. Ces système dans ce parcours d'études successif deviennent une réalité physique, économique est sociale. Pour cella les ingénieures et les operateurs de ces systèmes doivent acquérir des connaissances concernant la fiabilité des systèmes pour des fin d'amélioration du la qualité des produits et par ailleurs un fonctionnement meilleur.

- Ce cour et destiner pour les étudiants de cinquième année ingénieur toute branche ainsi que les étudiants de deuxième année master.
- Références : Livre Billinton, R., Allan, R. N., 'Reliability evaluation of Engineering Systems: concepts and techniques', First Edition, Pitman books limited, 1983.

# Sommaire

Introduction Générale	1
1. Introduction et historique :	2
2. Quelques définitions :	3
2.1 Qualité :	3
2.2 Fiabilité :	4
2.3 Défaillances :	4
2.4 MTTF :	4
2.5 Maintenabilité :	4
2.6- Disponibilité :	4
<i>Chapitre 1: LA THEORIE DES PROBABILITES « CONCEPTS DE BASE »</i>	
5	
1.1 Concept des probabilités :	6
<i>Règle :</i>	6
Exemple 1.1:	6
Exemple 1.2:	7
1.2 Permutations et combinaisons:	7
1.2.1 Généralité :	7
1.2.2 Permutations:	7
Exemple 1.4:	7
Exemple 1.5:	8
1.2.3 Combinaisons :	8
1.2.4 Comparaison des permutations et des combinaisons:	8
Exemple 1.6	8
1.2.5 Application dans l'évaluation de probabilité :	9
1.3 Concepts d'ingénieur pratiquent :	9
1.4 Diagramme de Venn:	9
1.5 Distribution des probabilités :	10

1.5.1 Variable aléatoire :	10
1.5.2 Densité et fonction de distribution :	11
Exemple 1.7:	11
1.5.3 Espérance mathématique:	14
1.5.4 Variance et déviation standard:	14
Exemple 1.8:	15
<i>Chapitre 2 : DISTRIBUTIONS BINOMIALS ET LEURS APPLICATIONS</i>	
16	
2.1 Concepts de la distribution binomiale :	17
Exemple 2.1:	17
2.2 Propriétés des distributions binomiale :	18
2.2.1 Coefficient Binomial :	18
Exemple 2.2 :	18
<i>Chapitre 3 : Modélisation Et Evaluation Des Systèmes Simples</i>	
19	
3.1 Système Série :	20
a. Définition :	20
3.2 Système Parallèle :	20
b. Définition :	20
3.3 Système série :	20
3.4 Système parallèle :	20
3.5 Système série –parallèle :	21
<i>Chapitre 4 : Modélisation et Evaluation des Systemes Complex</i>	
22	
4.1 Concepts de la modélisation et de l'évaluation :	23
4.2 Méthode des sous-ensembles :	23
4.2.1 Définition :	23
Exemple 4.1:	23
4.3 Probabilité conditionnel :	25
<i>Chapitre 5 La Distribution des probabilités Dans l'évaluation de la fiabilité</i>	
27	
5.1 Concepts:	28

5.2 Terminologie des distributions :	28
5.3 Distribution de poisson :	29
Exemple 5.1:	29
Exemple 5.2:	30
5.4 Evaluation de la fiabilité en utilisant les distributions :	31
5.4.1 Système série :	31
5.4.2 Système parallèle :	31
Exemple 5.3:	32
5.4.3 Système série :	32
5.4.4 Système parallèle :	32
Exemple 5.4:	32
Remarque :	33
<i>Chapitre 6 La Chaîne de MARKOV</i>	<i>34</i>
6.1 Introduction :	35
6.2 Concepts générale de modelisation :	35
6.3 Conditions d'application	35
Exemple 6.1:	36
6.4 Conclusion :	38
7. Références	39

*I n t r o d u c t i o n*

*G é n é r a l*

## 1. Introduction et historique :

L'électricité est la forme d'énergie la plus facile à utiliser, mais elle exige des techniques et des investissements très importants pour la produire et la distribuer aux consommateurs. Cela demande l'installation de divers réseaux qui doivent assurer la canalisation de cette énergie depuis la centrale jusqu'au plus simple utilisateur.

La fonction de base d'un système d'énergie électrique est de répondre aux exigences de l'électricité des clients, avec une qualité et une fiabilité raisonnable, et d'une façon économique.

Les ingénieurs du domaine électrique sont responsables de la planification, le design, la construction et le fonctionnement des systèmes simple et complexe.

Les systèmes électriques sont atteints par des pannes qui touchent les consommateurs de l'énergie électrique, les clients du système électrique qui sont appelés techniquement les charges électriques peuvent être des clients particuliers (Maison, appartement) et industrielle (usine). Les pannes électriques ont des impacts sur la vie sociale des gens et aussi sur l'environnement (les incendies des forêts), d'autre part les pertes sont traduites d'une manière directe en impacts significatifs sur la vie économique de la société.

L'analyse des systèmes pour une étude de fiabilité n'est pas nouvelle, depuis toujours, les ingénieurs ont pour objectif de construire des systèmes fiables. Au début, l'étude des systèmes pour des fins de fiabilité était basée sur les connaissances et l'expérience des ingénieurs, dont le design et le fonctionnement des systèmes. Il peut être conclu que l'étude et l'évaluation de la fiabilité commence par l'expérience des ingénieurs qui est exprimée en jugement des ingénieurs. Les jugements des ingénieurs donnent une évaluation qualitative de la fiabilité, par contre si on veut utiliser les ordinateurs qui sont les surveillants actuels des systèmes, une modélisation des jugements des ingénieurs doit être effectuée pour aboutir à des modèles mathématiques qui par simulation et après calcul émergent une mesure quantitative exprimée en indices de fiabilités.

Il doit être noté que l'ingénieur ne peut être remplacé par une machine, tout système innové par l'homme n'est qu'un outil entre les mains de l'ingénieur qui l'aide pour bien effectuer sa mission.

Pendant les années 70 l'étude de la fiabilité devient plus importante due à l'exigence de l'économie, cette importance est due à la relation forte entre la fiabilité des systèmes et de leurs coûts de planification, design, fonction et bien sûr le coût de production.

Le développement de la fiabilité était associé à l'industrie aérospatiale et les applications militaires. Rapidement la fiabilité était sollicitée dans de nombreux domaines stratégiques comme l'industrie nucléaire et électrique, cette dernière est sensé a alimenté de l'énergie électrique sur demande son aucune coupure d'énergie locale ou a grande échelle « Blackout ».

Une fois décider de faire une étude, analyse et calcule de la fiabilité qui veut dire une évaluation quantitative de la fiabilité, il devient nécessaire de faire le chois de la méthode qui doit être utilisé. Toute les méthodes de calcule sont concerner par le future comportement de la des systèmes. Le problème relié à la fiabilité est de nature stochastique (non déterministe), car les variables évoluent d'une manière aléatoire dans le temps comme dans l'espace.

Les systèmes étudiés sont de nature stochastique, qui on une variation incertaine, qui varie dans le temps et dans l'espace, ce sont des systèmes a variables aléatoires, leurs étude doit être basé sur la théorie des probabilités. Le calcule de la fiabilité nécessite une grande connaissance du système a partir des phases préliminaire de la créance du système noté la planification, désigne, fonctionnement et opération, les grandeurs électriques du système comme la tension, courant et fréquence, les puissances active, réactive et leurs écoulements dans le circuit électrique, et leurs variations, ainsi que les événements qui les affecte. Les connaissances doivent toucher aussi le comportement général du système, comme la manière ou le système se trouvera en états de panne (comment le système tombe en panne), l'impacte de l'environnement sur le système et les stresse qui peut subir.

Il doit être marqué que la théorie des probabilités, n'est seulement qu'un outil de calcule entre les mains des ingénieurs responsable de tout type de système d'ingénieur, pour pouvoir transformer les connaissances de l'ingénieur pour la prédiction du futur comportement des systèmes.

## **2- Quelques définitions :**

### **2.1- Qualité :**

Degré (ou mesure) avec lequel un produit convient aux besoins du client. La qualité totale est fonction de la qualité du projet, qui mesure la valeur intrinsèque du projet par rapport aux besoins du client, et de la qualité de fabrication, qui mesure la fidélité avec laquelle le produit fabriqué est conforme au projet.



## 2.2- Fiabilité :

La fiabilité est la probabilité pour qu'un appareil remplisse une fonction donnée sans défaillance pendant un temps donné dans des conditions d'emploi et d'environnement données. Nous la désignerons par  $R(t)$ .

Dans cette définition, appareil peut désigner des objets de complexité variable: simples composants (bougie d'allumage, arbre de transmission, transistor, etc.) ; organes de complexité moyenne (moteur, boîte de vitesses, amplificateur, etc.); ensembles extrêmement complexes (systèmes d'armes comprenant des missiles, des radars de tir, des radars de détection, des équipements de transmission de voies téléphoniques, etc.).

Nous admettrons par la suite que le temps est la variable principale dont dépend la fiabilité. Pour certains appareils, il peut être plus normal de prendre une autre variable : nombre de cycles d'ouverture-fermeture pour un relais, nombre de tours pour un moteur, nombre de kilomètres pour une voiture, etc.

On donne très souvent aussi au mot fiabilité un sens plus général pour exprimer l'aptitude d'un dispositif à fonctionner jusqu'à un instant donné, la confiance que l'on a dans son bon fonctionnement ou la discipline qui regroupe toutes les méthodes pour acquérir cette confiance.

## 2.3- Défaillances :[3]

Une défaillance - failure - est la cessation de l'aptitude d'une entité à accomplir une fonction requise, qui passe dans l'état de panne.

## 2.4- MTTF :

Le MTTF (Mean Time To First Failure), moyenne des temps de bon fonctionnement avant la première défaillance est défini par :

$$MTTF = \int_0^{\infty} tF(t)dt = \int_0^{\infty} R(t)dt$$

## 2.5- Maintenabilité :

Caractéristique d'un système réparable mesurée par la probabilité qu'un système en panne soit remis en état dans un délai maximal donné, lorsque l'entretien et la réparation sont faits dans des conditions spécifiées.

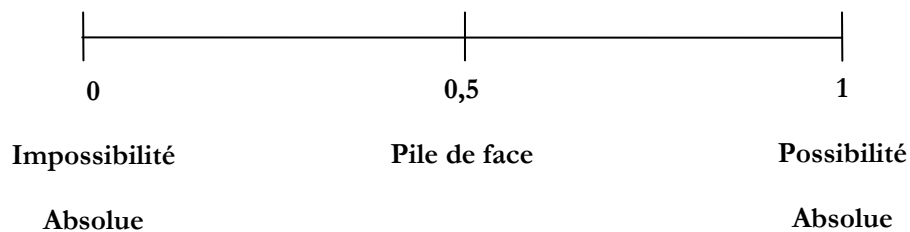
## 2.6- Disponibilité :

Caractéristique d'un système réparable mesurée par la probabilité que le système fonctionne correctement à un instant quelconque, lorsqu'il est utilisé et entretenu dans les conditions spécifiées.

*Chapitre 1:*  
*La Théorie Des*  
*Probabilités*  
*« Concepts De Base »*

## 1.1 Concept des probabilités :

Le mot probabilité est fréquemment utilisé dans un sens approximatif, qui veut dire qu'un événement a une bonne chance pour ce produit. Dans ce sens c'est une mesure qualitative. C'est important de réaliser qu'elle a une signification strictement technique, c'est une mesure scientifique de la chance, la probabilité définie quantitativement la vraisemblance d'un événement, mathématiquement c'est un index qui varie de zéro et l'unité respectivement impossibilité absolue et possibilité absolue comme représenté sur l'échelle des probabilités voir Figure.1.



**Figure : 1.1 : Echelle des probabilités**

D'après la définition de la probabilité on trouve peu d'événements qui sont associés aux valeurs absolues (0,1).

Si un événement a une possibilité favorable de ce produire égale à : 0.7 (70%) ce qui implique qu'il possède une possibilité défavorable de 0.3 (30%).

**Règle :** chaque événement possède deux possibilités (2 indices de probabilité) : favorable et défavorable, qui peuvent être calculés par les formules suivantes.

$$P_{favorable} = \frac{\text{nombre des possibilités favorable}}{\text{nombre des possibilités total}}$$

$$P_{défavorable} = \frac{\text{nombre des possibilités défavorable}}{\text{nombre des possibilités total}}$$

### Exemple 1.1:

On considère une pièce : la probabilité d'avoir la face du dessin ou du numéro en jetant la pièce pour seulement une fois :

$$\text{Face de l'image: } P_{image} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Face du chiffre: } P_{chiffre} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

### Exemple 1.2:

Considérant deux dés, la probabilité d'avoir un total égale à neuf (09) points pour un seul jetter des deux dés résulte en quatre possibilités favorables (3,6), (4,5), (6,3), (5,4) sur 36 cas possibles.

$$P_{fav} = \frac{4}{36}$$

$$P_{défav} = \frac{32}{36}$$

## 1.2 Permutations et combinaisons:

### 1.2.1 Généralité :

Dans les exemples précédents la probabilité de succès (favorable) et de l'échec (défavorable) était calculée par énumération de tous les résultats du système ou de l'événement. Pour les systèmes large 'nombre de résultats élevées'. Cette méthode peut être gênante, et fatigante, par conséquent elle sera le sujet d'erreur de calcul. Pour cela on introduit les concepts de permutation et combinaison.

Ils sont concerné par le nombre de façon dans les objets sont arrangé ou combiné : la permutation et relié a l'ordre de l'arrangement or que la combinaison ne l'est pas.

### 1.2.2 Permutations:

Le nombre de permutation de n différents objets est le nombre des différentes façons de les arrangés (ordonné).

- $nPn$  : l'arrangement concerne tout les 'n' objets.
- $nPr$  : l'arrangement concerne seulement 'r' objets sur les 'n' objets, ou  $r < n$

$$nPr = \frac{n!}{(n-r)!} \quad 1.1$$

### Exemple 1.4:

- 1- Considérant 3 lettre A, B, C on prenant les 3 en même temps :

$$nPr = \frac{3!}{(3-3)!} = 6$$

- 2- Quelle est la probabilité pour qu'une lettre occupe la 1<sup>ère</sup> position :

$$2 \text{ résultats possibles sur les } 6 \text{ possibilités donc } \rightarrow P_{fav} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

**Exemple 1.5:**

Combien de façon on peut choisir 3 livres de 7 livres ?

Réponse :

$${}_7P_3 = \frac{7!}{(7-3)!} = 210 \text{ façons, qui explique que la probabilité d'un seul arrangement est de :}$$

1/210. La loi de la permutation repousse l'énumération de tous les arrangements possibles du système. L'application du concept de la permutation n'est pas universel elle est applicable quand les trois conditions suivantes sont satisfais.

1. Touts les objets son différent,
2. Pas de restrictions concernent la position des objets et
3. Touts les objets sont utilisés une seule fois.

**1.2.3 Combinaisons :**

Le nombre de combinaisons de (n) objets est le nombre de différentes sélections de 'r' objets sans tenir compte de l'ordre ou l'arrangement de l'objet dans le group, 'est la majeur différence entre les concepts permutation et combinaison.

*nCr*: combinaison de (r) éléments sur (n) éléments.

$$nCr = \frac{nPr}{r!} \tag{2.1}$$

**1.2.4 Comparaison des permutations et des combinaisons:**

Pour le même problème (système) on a toujours  $nCr \leq nPr$ .

**Exemple 1.6**

Déduire le nombre des permutations et des combinaisons qui peuvent être obtenus depuis :

- a- 4 éléments sont considérer et r (= 1, 2, 3, 4) au même temps.
- b- 7 éléments sont considérer et r (= 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) au même temps.

Les équations 1.1 et 1.2 sont utilisés, les résultats sont représentés sur le tableau 1.1

Tableau : 1.1				
n	4		7	
r	Permutation	combinaison	permutation	Combinaison
1	4	4	7	7
2	12	6	42	21
3	24	4	210	35
4	24	1	840	35
5			2520	21
6			5040	7
7			5040	1

### 1.2.5 Application dans l'évaluation de probabilité :

On applications pratique de la fiabilité, le concept de combinaison est utiliser beaucoup plus que celui de permutation, parce que généralement il est nécessaire de savoir qu'elles événements combinés ensemble pour qu'il y est un échec du système ou l'ordre 'permutation' n'est pas toujours sollicité et qui est moins important.

### 1.3 Concepts d'ingénieur pratique :

Dans la pratique d'ingénieur, le calcul de la probabilité des résultats (favorable et/ou défavorable), ne peut être trouvé par une simple connaissance géométrique, design ou mathématique du system. Dans ce cas on passe a l'expérimental (test); voir composant électronique. Dans les cas des systèmes plus coûteux comme les stations station électrique en fait une décomposition du système (nombre de composants) et par application des technique de calcul en trouve la probabilité du système tout entier.

### 1.4. Diagramme de Venn:

Dans les problèmes d'évaluation de la fiabilité, et dans le but dévalué la probabilité du comportement du système tout entier il est nécessaire de combiné les probabilités associer aux événements individuelle, pour effectué cette évaluation il existe un ensemble de règles des probabilités qui peuvent être utilisé pour ces fins. L'introduction de ces règles est effectuée ci après dans cette section. Ils peuvent être exprimés mathématiquement par la théorie des ensembles.

Les règles qui seront introduites plus tard ne sont pas toujours faciles à concevoir, mais l'utilisation de certaines représentations schématiques. Dans les applications de la théorie des ensembles, la compréhension est faite par l'intermédiaire des diagrammes de Venn. Avant la description des règles et l'utilisation des diagrammes de Venn pour les représenter schématiquement, les concepts de base des diagrammes de Venn doivent être introduits.

Le diagramme de Venn est une représentation schématique des ensembles, de relations logiques ou mathématiques. Il est normalement dessiné par un rectangle qui représente l'espace des probabilités «  $S$  » (figure 1.2), cette aire  $S$  entoure ou représente tout l'espace des probabilités considéré. Deux événements ou plus existent qui sont représentés dans cet espace et qui les probabilités seront combinés. Si l'événement  $A$  est entièrement entouré par l'événement  $B$  (figure 1.3.a), alors l'événement  $A$  est un sous-ensemble de l'événement  $B$ . C'est une association particulière entre  $A$  et  $B$ , une relation plus qu'habituelle et que  $A$  et  $B$  chevauchent partiellement (figure : 1.3.b) ou ne chevauchent jamais, totalement indépendants (figure 1.3.c).

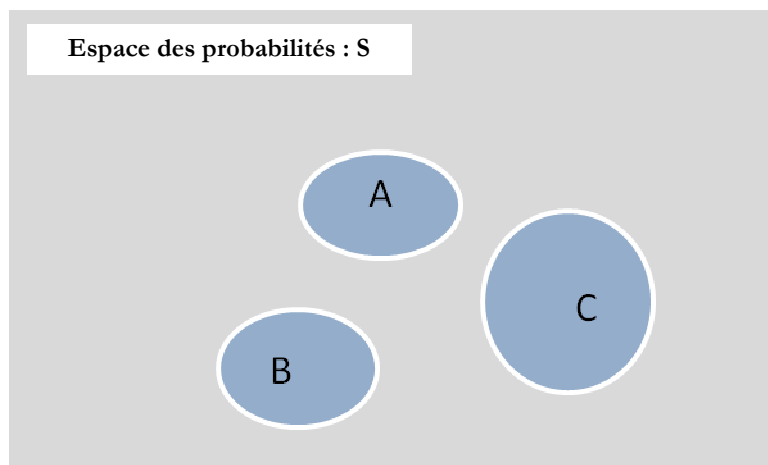


Figure 1.2 Diagramme de Venn

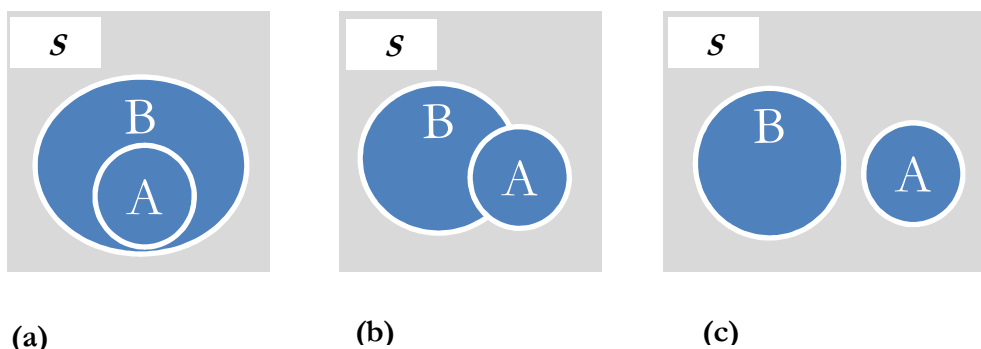


Figure 1.3 Diagramme de Venn

## 1.5- Distribution des probabilités :

### 1.5.1 Variable aléatoire :

On pratique l'information sur le système n'est pas facilement disponible ; une série d'expérience doit être exécuté, ou une collection de données est construite dans le but de déduire une connaissance suffisante sur le comportement de système et cela pour l'évaluation de la fiabilité.

Cette détermination empirique des données est improbable pour conduire à une valeur (unique et précise) de probabilité. Au lieu de cela, une chaîne entière de valeur va émerger, pour que la théorie des probabilités soit applicable sur ce type de valeur qui se produit par chance et qui varient dans le temps et l'espace. Le taux de défaillance, le temps de réparation, sont des valeurs qui varie d'une manière aléatoire dans le temps et dans l'espace donc en manipule des variable aléatoire'. En trouve deux types de variable.

- Variable discrète : le jet d'une pièce ou d'un dé résulte dans un nombre fini de valeur (sorties).
- Variable continue : Les valeurs de courant dans l'intervalle :  $[5, 10]$  représente un nombre infini de valeurs (sorties).

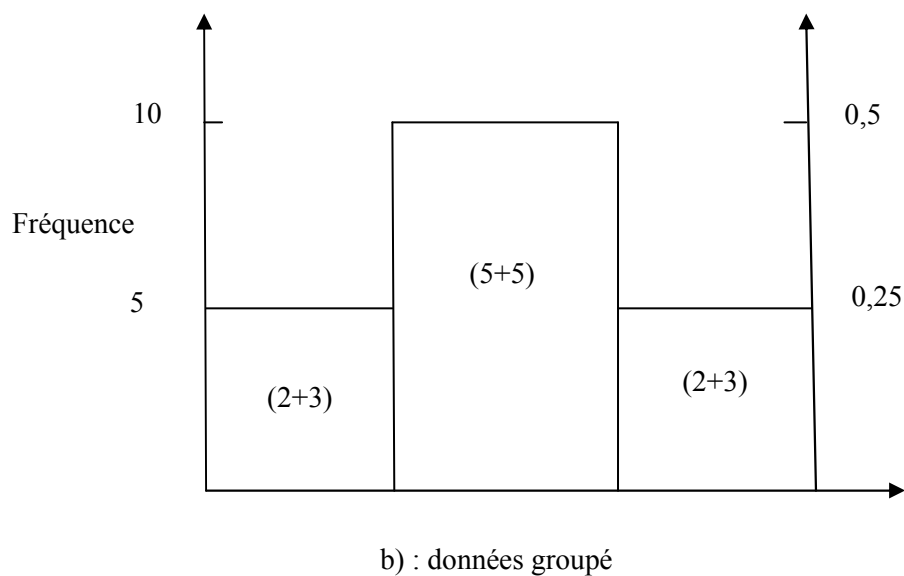
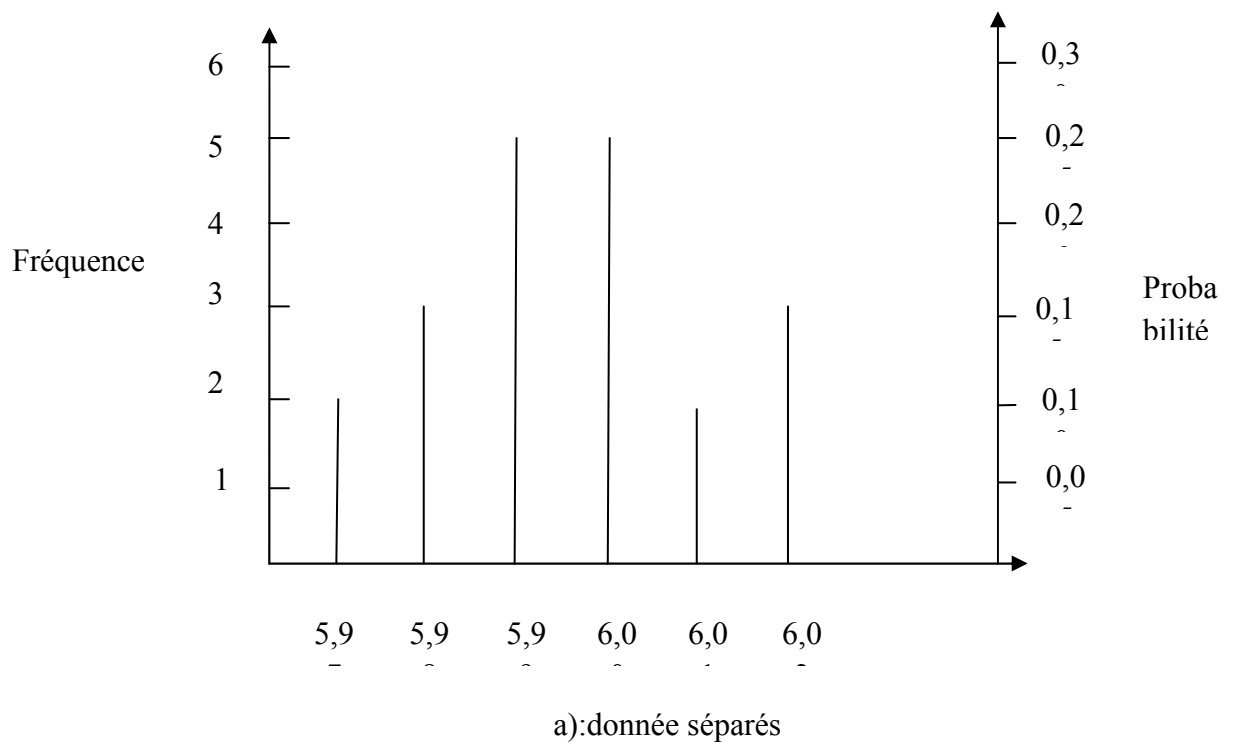
#### **1.5.2- Densité et fonction de distribution :**

Les données déterminées empiriquement et par des expérimentations spéciales, doivent être analysé est estimé pour être utiliser dans le calcul de la fiabilité. Cella est possible par utilisation des fonctions de densité des probabilités et fonctions de distribution des probabilités (cumul)

#### **Exemple 1.7:**

20 mesures aléatoires de courant dans un circuit électrique par un seul ampèremètre a donné les résultats suivante : 2 fois (5,97), 3 fois (5,98), 5 fois (5,99), 5 fois (6,00), 2 fois (6,01), 3 fois (6,02).



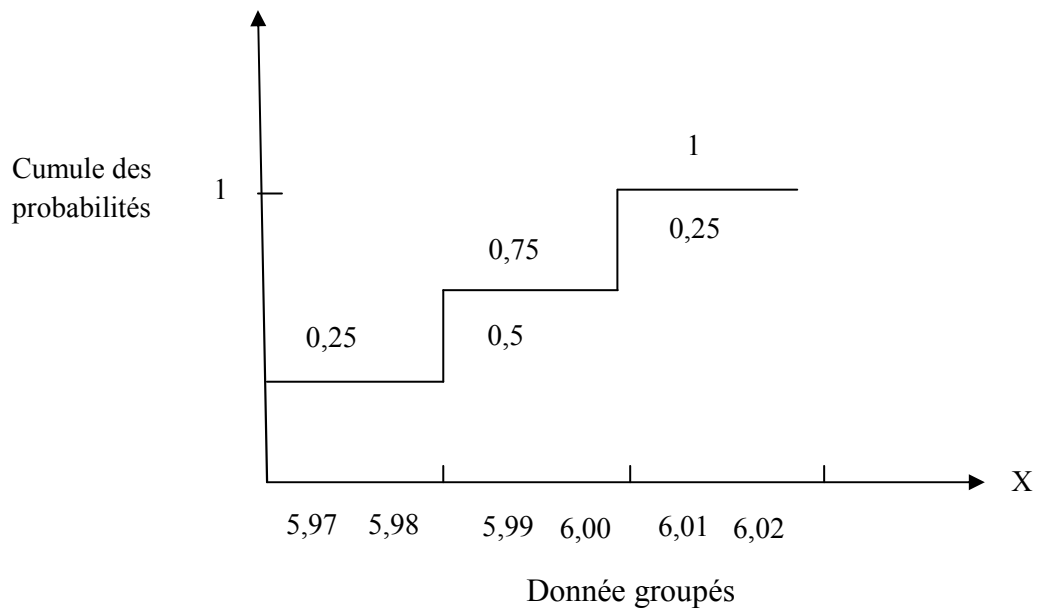
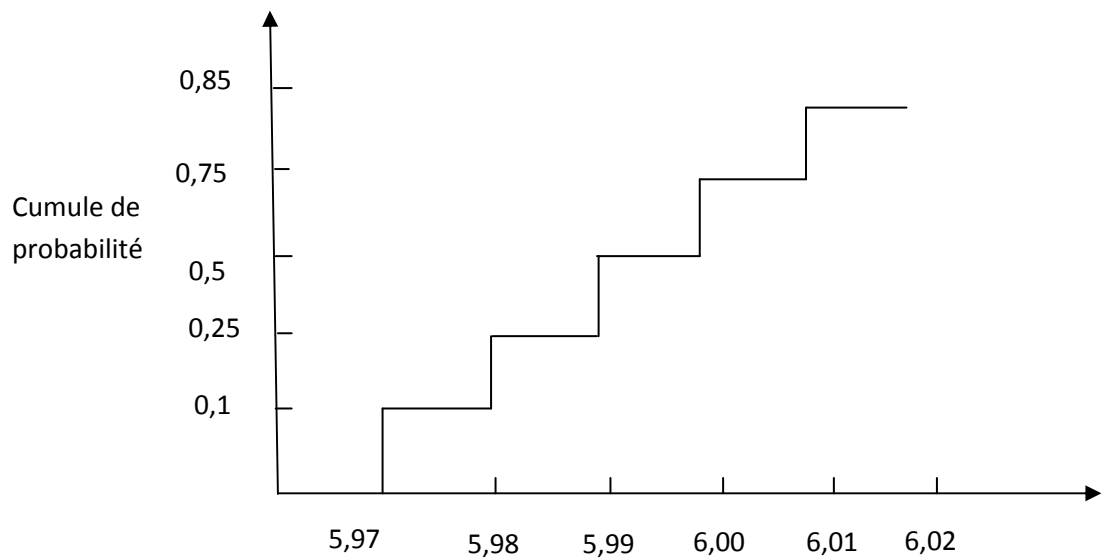


$P(5,97) = \frac{2}{20} = 0,1$  c'est la probabilité de (5,97) ou du group de mesures

20 : c'est le nombre de mesures.

$$P(5,97) = \sum \left( \frac{2}{20} - 0,1, \frac{3}{20}, \frac{5}{20}, \frac{2}{20}, \frac{3}{20} \right) = 1 \text{ (figure a)}$$

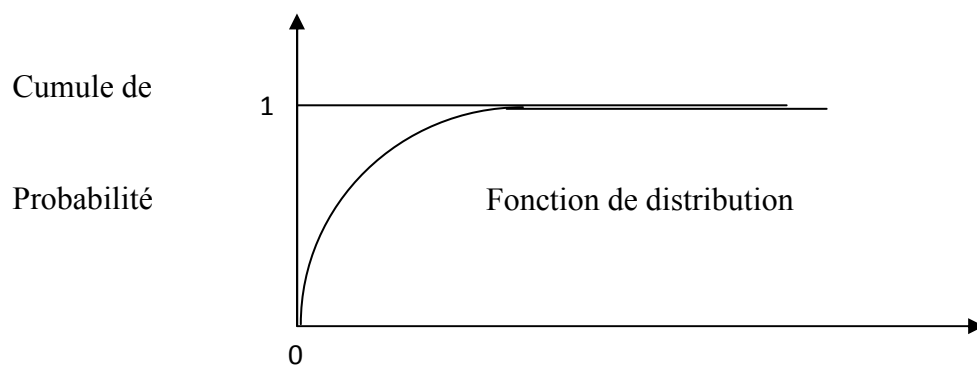
$$\sum (0,25 * 2 + 0,1) = 1 \text{ (Figure b).}$$

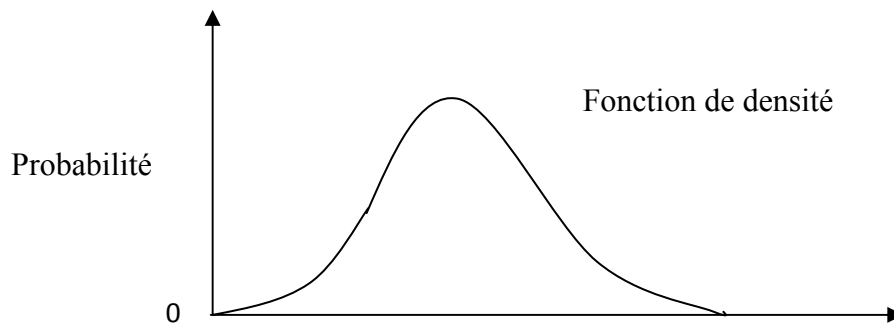


Lorsque :

$$P(x) = \sum_{i=1}^n P_i(x).$$

Avec des variables continues les résultats seront des fonctions continues.





On pratique on trouve que les valeurs aléatoire suivent une distribution parmi un nombre de fonction standard appelé fonction de distribution :

Pour les systèmes a variable aléatoire discrète, les fonctions de distribution binomiales et poissons sont utilisé, et pour les systèmes a variable aléatoire continue les fonctions suivante sont adopté : normal, log normal, exponentielle, wiebull, gamma, ray Leigh.

### 1.5.3-Espérance mathématique:

On pratique il est utile de prédire le comportement aléatoire du système, utilisant un ou plusieurs paramètre au lieu des fonctions de distribution des probabilités.

La valeur attendue et la valeur moyenne.

$$V_{moy} = \frac{1}{20} (5,97 + 5,97 + 5,98 + 5,98 + 5,98 + 5,99 + 5,99 + 5,99 + 5,99 + 5,99 + 6,00 + 6,00 + 6,00 + 6,00 + 6,00 + 6,01 + 6,01 + 6,02 + 6,02 + 6,02)$$

$$V_{moy} = 5,97 * \frac{2}{20} + 5,98 * \frac{3}{20} + 6,99 * \frac{5}{20} + 6,00 * \frac{5}{20} + 6,01 * \frac{2}{20} + 6,02 * \frac{3}{20} = 5,9955.$$

$$E(x) = \sum x_i p_i \approx \text{fréquence de probabilité.}$$

### 1.5.4- Variance et déviation standard:

$$V(x) = E(x^2) - E^2(x)$$

$$\Rightarrow V(x) = \sum_i^n x^2 p_i - E^2(x_i)$$

Exemple 1.8:

$$V(x) = 5,97^2 * \frac{2}{20} + 5,98^2 * \frac{3}{20} + 5,99^2 * \frac{5}{20} + 6,00^2 * \frac{5}{20} + 6,01^2 * \frac{2}{20} + 6,02^2 * \frac{3}{20} - 5,9955^2 = 2,248 * 10^{-4}$$

$V(x) \approx 0 \Rightarrow$  la dispérance entre les mesure est petite.

*Chapitre 2:*  
*Distributions*  
*Binomials Et*  
*Leurs Applications*

## 2.1. Concepts de la distribution binomiale :

Essentiellement la distribution binomiale est associée au problème combinatoire, discuté antérieurement.

Beaucoup de problèmes peuvent être évalué facilement on utilisant la distribution binomiale. Pour commencer on doit faire une liaison entre le type combinatoire des problèmes et la distribution binomiale.

Considérant de nouveau un seul coup de pile ou face, les sorties possible sont (P) et (F) donc  $P(F)=P(P)=1/2$ . On peut exprimer les sorties sous la forme:

$$P(H)+P(P) = [P(H)+P(P)]^1.$$

Considérant maintenant « 2 » coups les sorties possible seront : (PP), (FF), (PF), (FP), la permutation n'est pas importante donc on a (PP), (FF), 2(PF) ce qui donné

$$P(P).P(P)+2P(P).P(F)+P(F).P(P) = P^2(P) + 2P(P).P(F) + P^2(F) = [P(P) + P(F)]^2$$

Notes :  $P(A \text{ et } B)=P(A).P(B)$

$$P(A \text{ ou } B)=P(A)+P(B).$$

Considérant 3 coups de pile ou face :

$$P^3(P) + 3P^2(P).P(F) + 3(P(P).P^2(F)) + P^3(F) = [P(P) + P(F)]^3.3(PFF)$$

Le coté gauche de l'équation indique toutes les sorties possible, le nombre des combinaisons, et la probabilité de chaque sortie.

**Exemple 2.1:**

$$P^2(P) + 2P(P).P(F) + P^2(F).$$

$P^2(P)$  : 2 piles.

$2P(P).P(F)$  : 2 fois la combinaison de PF : (PF) et (FP).

$P^2(F)$  : Probabilité de la combinaison.

Le coté droit de l'équation indique l'expression conventionnelle binomiale, ou la puissance de l'expression  $[P(P) + P(F)]^2$  représente le nombre d'exécution de l'expérience 'test'.

Si on considère que le résultat pile est favorable et le résultat face est défavorable. L'expression binomial de vient plus générale et le concept sera lié au concept de la fiabilité et l'expression binomial sera :  $(p+q)^n$ , ou  $q=1-p$ .

$p$ : probabilité de succès.

$q$ : probabilité de l'échec.

## 2.2-Propriétés des distributions binomiale :

Pour que l'équation de la distribution binomiale soit applicable quatre conditions doivent être réalisées:

1.  $n$  : Doit être constant.
2. Seulement 2 sorties (événements) sont possible et  $p+q=1$ .
3. Les valeurs de  $p$  et  $q$  sont constante pour le même système.
4. Tous les essais (expériences) sont indépendants.

### 2.2.1- Coefficient Binomial :

La méthode du triangle de pascales :

				1									
				1		1							
			1		2		1						
		1		3		3		1					
	1		4		6		4		1				
	1		5		10		10		5		1		
	1		6		15		20		15		6		1

### Exemple 2.2 :

$$(p+q)^1 = p^1 + q^1$$

$$(p+q)^2 = 1.p^2 + 2.p.q + 1.q^2$$

*Chapitre 3:*  
*Modélisation Et*  
*Evaluation Des*  
*Systemes Simples*



### 3.1- Système Série :

#### a. Définition :

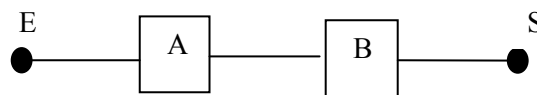
Un système est dit série du point de vue fiabilité si tous les éléments du système doivent être opérationnels "système fonctionnel" et seulement la panne d'un élément implique la panne de tout le système.

### 3.2- Système Parallèle :

#### b. Définition :

Un système est dit parallèle du point de vue fiabilité si la panne de tous les éléments du système doit être causée par la panne de tout le système, et le système est fonctionnel si seulement un élément est fonctionnel.

### 3.3- Système série :



R : probabilité du succès

Q : probabilité d'échec

$$R_A + Q_A = 1, \quad R_B + Q_B = 1$$

Succès (système)  $\rightarrow$  A et B sont fonctionnels

$$\rightarrow R_S = R_A \cdot R_B$$

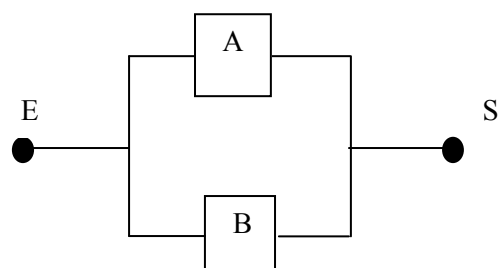
Pour n éléments  $R_S = \prod_{i=1}^n R_i$

$$Q_S = 1 - \prod_{i=1}^n R_i$$

### 3.4- Système parallèle :

$$Q_A = 1 - R_A, \quad Q_B = 1 - R_B$$

$$R_P = 1 - Q_A Q_B = R_A + R_B - R_A \cdot R_B$$



⇒ Pour n éléments

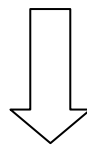
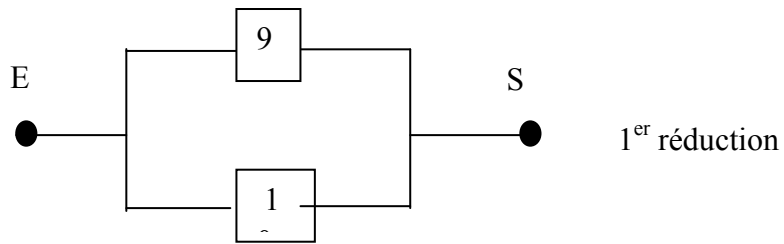
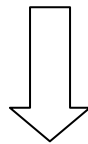
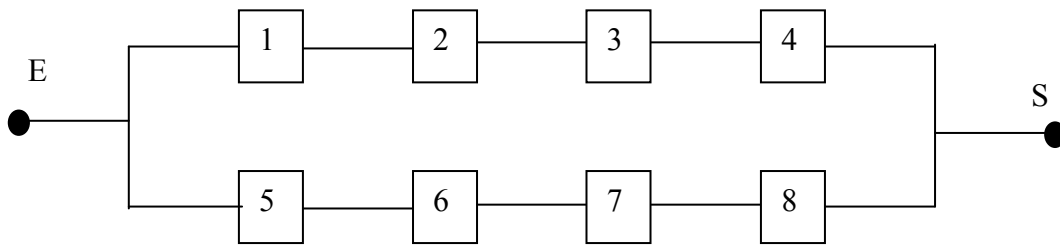
$$R_p = 1 - \prod_{i=1}^n Q_i$$

Aussi

$$Q_p = Q_A \cdot Q_B$$

$$Q_p = \prod_{i=1}^n Q_i$$

### 3.5- Système série -parallèle :



$$R_9 = R_1 \cdot R_2 \cdot R_3 \cdot R_4$$

$$R_{10} = R_5 \cdot R_6 \cdot R_7 \cdot R_8$$



$$R_{11} = 1 - (1 - R_9)(1 - R_{10}) \dots \dots \dots \text{Système (11)}$$

*Chapitre 4:*  
*Modélisation et*  
*Evaluation des*  
*Systemes Complex*

#### 4.1- Concepts de la modélisation et de l'évaluation :

Les méthodes discuté précédemment sont limitées aux systèmes ayant une structure série et parallèle (simple), autre systèmes n'ont pas cette structure simple, c'est systèmes présente une certain complexité. Dans ce cas, les méthodes de Modélisation ainsi l'évaluation seront différente de celle utilisée pour les systèmes simple. La structure du «système-pond» est le système le plus fréquemment utilisé pour la démonstration des techniques des systèmes complexes. Ce type de circuit est souvent rencontré dans divers application d'ingénieur.

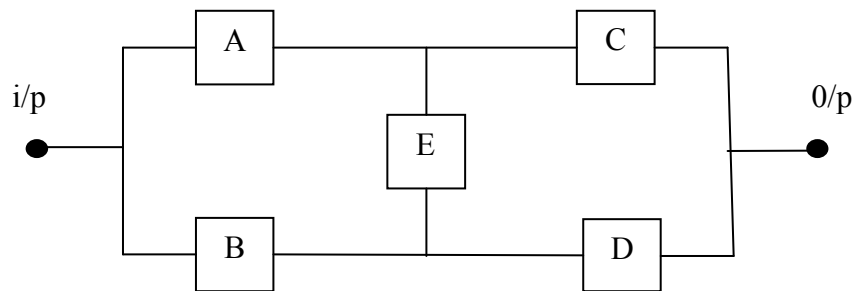


Fig. I- 2 : système « type –pond ».

C'est visible que les connections ne sont pas du type simple "série, parallèle " il y a un membre de méthodes disponible pour l'évaluation de ce type de circuit; voire méthode des sous-ensembles, matrice de connexion, arbre d'événement, ...etc.

L'application de ces méthodes, simplifie le système complexe dans une structure simple « série-parallèle » qui veut dire une transformation de la logique du fonctionnement ou de la topologie du système. Les méthodes appliquées à ce type de système sont similaire du point de vue concept. La différence est la présentation formulaire, ou la logique de la méthode. Ces méthodes aussi sont applicables au système simple.

#### 4.2- Méthode des sous-ensembles :

Cette méthode peut être simulée par ordinateur, et les sous-ensembles identifient directement la manière dont le système doit être en panne.

##### 4.2.1-Définition :

Un sous-ensemble est l'ensemble des éléments causant la panne direct de tout le système.

#### Exemple 4.1:

Prenant le circuit du pond:

Tableau-I-3-					
Eléments chemins	A	B	C	D	E
1	1	0	1	0	0
2	1	0	0	1	1
3	0	1	0	1	0
4	0	1	1	0	1

Les sous-ensembles:

1<sup>er</sup> Ordre 0

2<sup>eme</sup> Ordre AB, CD

3<sup>eme</sup> Ordre ABC, ABD, ABE, ACD, ADE, BCD, BCE, CDE

On éliminé le sous-ensemble (2<sup>eme</sup>ordre) des sous-ensembles (3<sup>eme</sup>ordre)

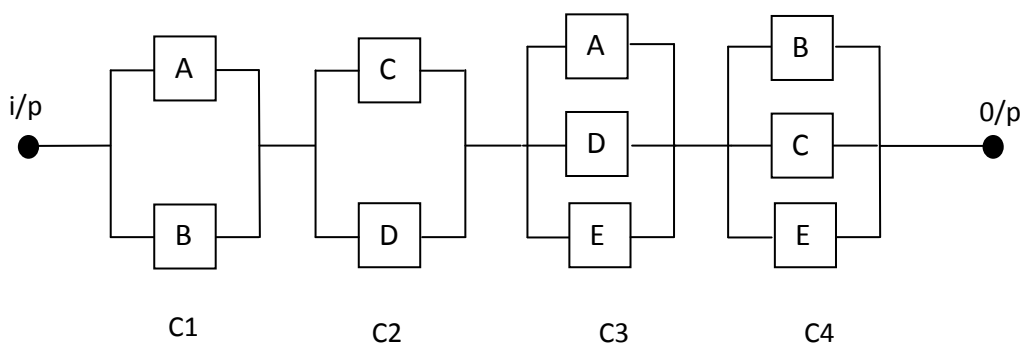
⇒ (3<sup>eme</sup>Ordre) : ADE, BCE

D'après la définition des sous-ensembles on déduit que les éléments des sous-ensembles sont connecter on parallèle "A et B" doivent être on panne pour que le système et en panne.

⇒ (A//B)

⇒  $Q_{(A//B)} = Q_A \cdot Q_B$  et  $R_{(A//B)} = 1 - Q_A \cdot Q_B$

Ainsi : le circuit peut être transformé au diagramme



Sous-ensemble de l'exemple.

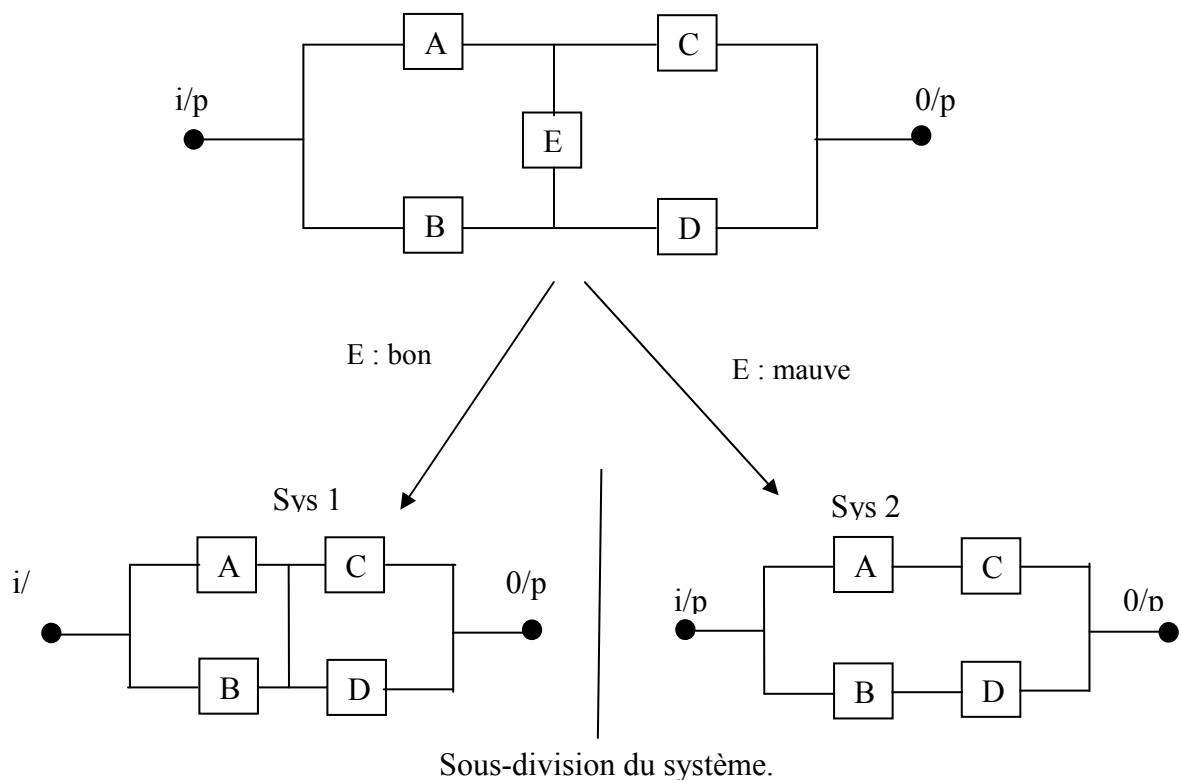
Donc :  $Q_S = Q_A \cdot Q_B + Q_C \cdot Q_D + Q_A \cdot Q_D \cdot Q_E + Q_B \cdot Q_C \cdot Q_E$

$R_S = 1 - Q_S$

**4.3- Probabilité conditionnel :**

Cette méthode est basé sur la transformation séquentiel du circuit on sous-circuit procédons des structure simple : série - parallèle. A la fin ont fait une combinaison des probabilités des sous-système, ont utilisant la théorie des probabilités conditionnel.

$P(\text{systeme: sucée, échec}) = P(\text{Systeme, sucée où échec, si X est bon}) \cdot P(X \text{ est bon})$   
 $+ P(\text{Sys, sucée où échec, si X est mauve}) \cdot P(X \text{ est mauvais})$



Note : autre système peuvent être division plusieurs fois pour l'obtention d'une connexion simple (série -parallèle).

Utilisant R au lieu de Q :

$R_S = R_S(\text{si: E bon}) \cdot P(\text{E bon}) + R_S(\text{si: E mauve}) \cdot P(\text{E mauve})$

$R_S = R_{\text{sys1}} \cdot R_E + R_{\text{sys2}} \cdot Q_E$

Si E bon :  $R_{\text{sys1}} = (A // B) \text{serie} (C // D)$

$$R_{sys1} = (1 - Q_A \cdot Q_B)(1 - Q_C \cdot Q_D)$$

Si E mauve :  $R_{sys2} = AC // BD = 1 - Q_{AC} Q_{BD}$

$$R_{sys2} = 1 - (1 - R_A R_C)(1 - R_B R_D)$$

Si  $R_i = R$

Alors :  $R_{sys} = 2R^2 + 2R^3 - 5R^4 + 2R^5$

*Chapitre 5*

*La Distribution des*

*probabilités Dans*

*l'évaluation de la*

*fiabilité*



## 5.1- Concepts:

On pratique les paramètres normalement associée à la fiabilité sont décrites par les distributions des probabilités cela peut être expliqué par considéré que tout les éléments du même type « construction, fabrication, et condition d'opération. » ne seront pas en état d'échec après la même période de temps. Mais les défauts se produiront à des différentes périodes dans le futur.

Si la construction ou les conditions d'opération changent ou le fabricant n'est pas le même, la distribution qui décrit le temps jusqu'au premier l'échec va changer elle aussi donnant de nouvelle valeur à la probabilité de l'élément et du système, et c'est la même hausse pour le temps de réparation des éléments qui apparais être constant, il varie aussi suivant une certain distribution.

## 5.2- Terminologie des distributions :

-la fonction de cumule des probabilités varie de  $0^{\min} \rightarrow 1^{\max}$  et la variable aléatoire varie du : minimum au max (exemple des mesure de courant).

-cette variation est discrète pour les variable discret est elle est continue pour les variable continue.

-dans l'évaluation de la fiabilité, la variable aléatoire est toujours le temps.

- à  $t = 0$  probabilité de (élément) = 0 i.e. : il est fonctionnel.

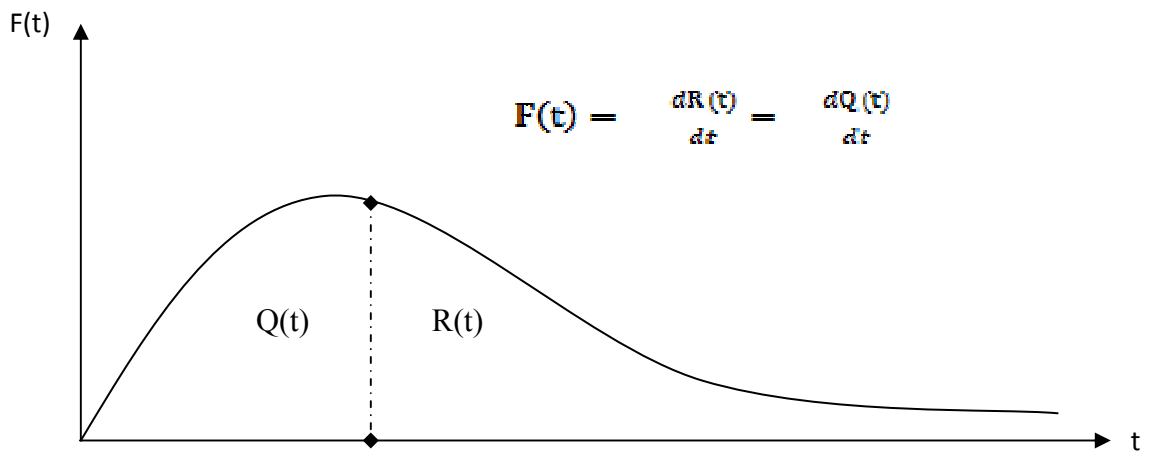
- à  $t \rightarrow \infty$  la probabilité (élément) tend vers 1 (unité). Car l'élément ou le système à un moment donné va tomber en panne.

- cette caractéristique est équivalente a la fonction de cumule des probabilités .et en même temps c'est une mesure de la probabilité d'échec en fonction du temps ou en fonction d'autre variable qui peuvent être considéré.

- dans la terminologie de la fiabilité cette fonction est : la fonction de distribution des cumule d'échec ou distribution des cumule, désigne par  $Q(t)$ .

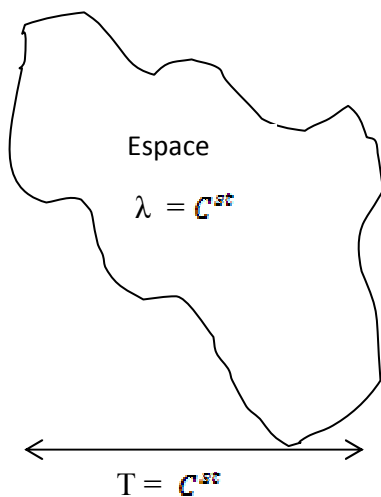
-on pratique il est nécessaire d'évalué la duré de vie du système et non pas la probabilité d'échec. Cette fonction est le complément de  $Q(t)$  ;(le complément de la distribution de l'échec) cette fonction Nommé : fonction de distribution de survie.

$R(t) = 1 - Q(t)$  : complément de  $Q(t)$ .



### 5.3- Distribution de poisson :

Elle représente la probabilité d'un événement isolé qui se produit un nombre spécifique de fois dans un intervalle de temps donné ou en espace, dont le hasard de production «  $\lambda$  » est constant dans le temps et l'espace.



Not : une production par chance.

#### Exemple 5.1:

Nombre de défaut d'un système / temps est  $C^{st}$

Nombre d'appels téléphonique / temps est  $C^{st}$

$$P(t) = \frac{(\lambda \cdot t)^x \cdot e^{-\lambda t}}{x!}$$

$\lambda$  : La fréquence de production (défaut / année).

X : nombre de défaut.

### Exemple 5.2:

-un câble : 0,5 défaut/année \*100Km

- on considère : 10 km

Trouver la probabilité 0. 1. 2 défauts dans 20 ans (période)

Et la probabilité 0. 1. 2 défauts dans 40 ans (période)

$$\lambda = \frac{0,5}{100\text{Km}/10\text{Km}} = 0,05 \text{ défaut/année}$$

Pour : 20 ans

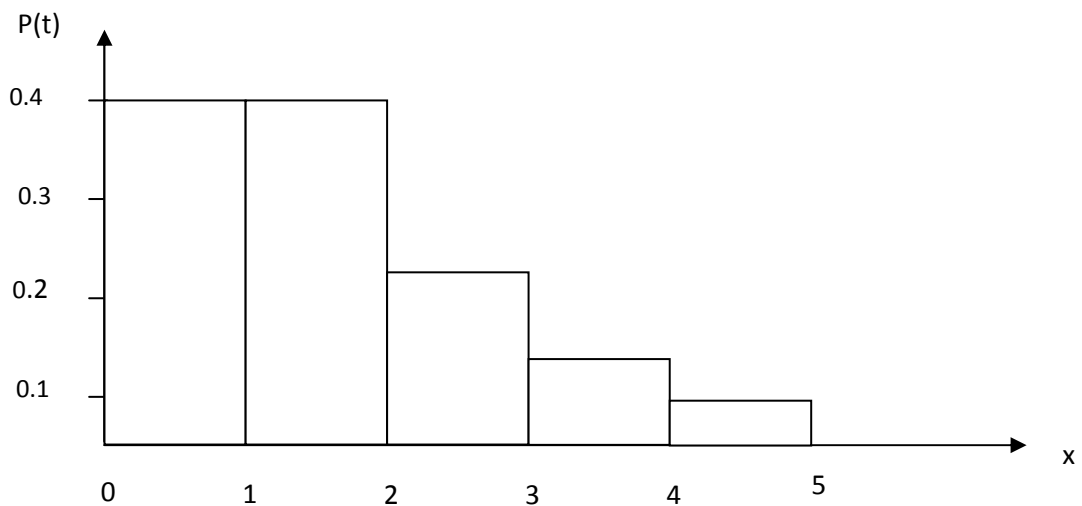
$$E(x) = \lambda * t = 0,05 * 20 = 1$$

$$P(t) = \frac{(\lambda t)^x \cdot e^{-\lambda t}}{x!} = \frac{1^x \cdot e^{-1}}{x!} \text{ Pour } x=0.1.2$$

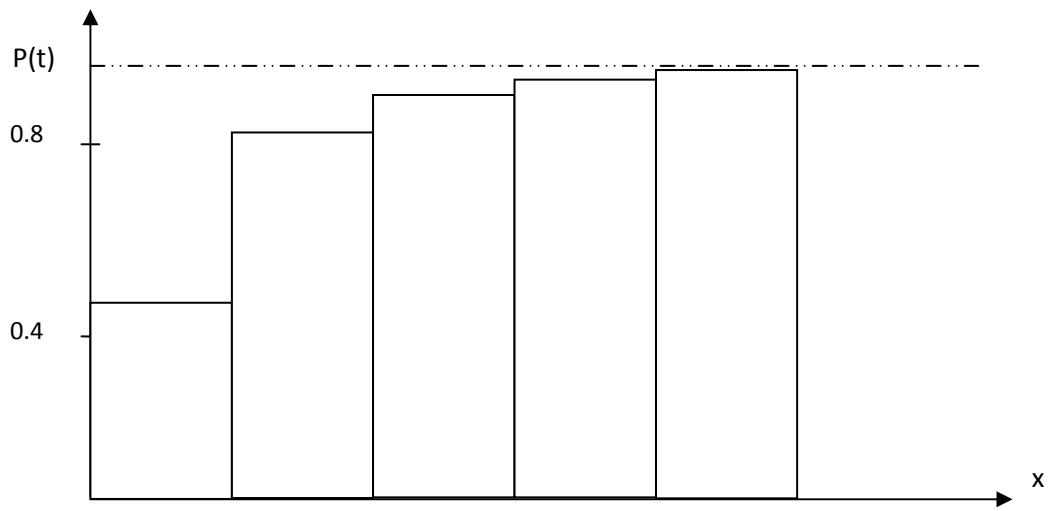
Pour : 40 ans

$$E(x) = \lambda * t = 0,05 * 40 = 2$$

$$P(t) = \frac{(\lambda t)^x \cdot e^{-\lambda t}}{x!} = \frac{2^x \cdot e^{-2}}{x!} \text{ Pour } x=0.1.2$$



- Distribution de probabilité -

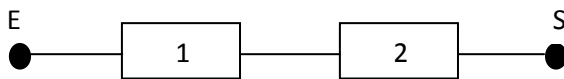


- Cumule -

#### 5.4- Evaluation de la fiabilité en utilisant les distributions :

##### 5.4.1- Système série :

En utilisant la distribution en potentiel



$$R_S = R_1 \cdot R_2$$

$$R_S(t) = R_1(t) \cdot R_2(t)$$

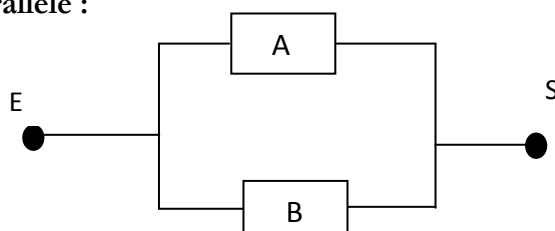
$$R_S(t) = e^{-\lambda_1} \cdot e^{-\lambda_2} = e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}$$

Pour n élément :  $R_S(t) = e^{\sum -(\lambda_i)t}$

$$Q_S(t) = 1 - e^{\sum -(\lambda_i)t}$$

Avec  $\lambda$  : Taux de défaillance.

##### 5.4.2- Système parallèle :



$$Q_p(t) = Q_1(t) \cdot Q_2(t) \quad \text{et} \quad R_p(t) = 1 - Q_1(t) \cdot Q_2(t)$$

avec  $R(t) = e^{-\lambda t}$

$$R_p(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda_1 t})(1 - e^{-\lambda_2 t})$$

Pour n éléments :  $R_p(t) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda_i t})$

$$Q_p(t) = \prod_{i=1}^n (1 - e^{-\lambda_i t})$$

Pour n éléments identique :  $R_p(t) = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^n$

**Exemple 5.3:**

6 : transistors  $\lambda_t = 10^{-6}$  défaut/année.

4 : diodes  $\lambda_d = 0,5 \cdot 10^{-6}$  défaut/année.

Trouver la fiabilité dans une période de 1000h.

$$\lambda_{t6} = 6 \cdot 10^{-6} \text{ d/an} \quad \text{et} \quad \lambda_{d4} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ d/an}$$

**5.4.3- Système série :**

$$R_{sys} = e^{-(6+2) \cdot 10^{-6} \cdot t}$$

Pour (t=1000h) :  $R_{sys}(1000h) = e^{-(6+2) \cdot 10^{-6} \cdot (1000)}$

$$R_{sys}(1000h) = e^{-8 \cdot 10^{-3}} = 0,992$$

**5.4.4- Système parallèle :**

$$R_{sys} = 1 - (1 - e^{6 \cdot 10^{-6} t})(1 - e^{2 \cdot 10^{-6} t})$$

Pour (t=1000h) :  $R_{sys}(1000h) = R_{sys} = 1 - (1 - e^{6 \cdot 10^{-3}})(1 - e^{2 \cdot 10^{-3}})$

**Exemple 5.4:**

Un système à 4 unités identiques  $\lambda=0.1$  d/an

-évaluation la probabilité de système suivant : 0.5année, 5années

Si : au moins deux unité sont opérationnels pour le système fonction.

Solution :

-on utilisant la distribution binomiale :

$$[R(t) + Q(t)]^4 = R(t)^4 + 4R(t)^3Q(t) + 6R(t)^2Q(t)^2 + 4R(t)Q(t)^3 + Q(t)^4$$

- Deux unités au minimum sont opérationnelles :

$$\underbrace{R(t)^4 + 4R(t)^3Q(t) + 6R(t)^2Q(t)^2 + 4R(t)Q(t)^3 + Q(t)^4}$$

Deux unités opérationnelles

-on appliquant la distribution exponentielle :

$$R(t)_{sys} = e^{-4\lambda t} + 4e^{-3\lambda t}(1 - e^{-\lambda t}) + 6e^{-2\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})^2$$

Pour :  $\lambda=0.1$  d/an et  $t=0.5$ année  $R(t)_{sys} = 0,9996$

Pour :  $\lambda=0.1$  d/an et  $t=5$ années  $R(t)_{sys} = 0.8282$

**Remarque :**

Si les unités sont non-identiques

$$[R_1(t) + Q_1(t)] \cdot [R_2(t) + Q_2(t)] \cdot [R_3(t) + Q_3(t)] \dots \dots \dots [R_n(t) + Q_n(t)]$$

Si les éléments ne sont pas identiques

$$[R(t)+Q(t)]^n \longrightarrow [R_1(t)+Q_1(t)]^* [R_2(t)+Q_2(t)]^* \dots \dots \dots [R_n(t)+Q_n(t)]. \text{ (n éléments).}$$

*Chapitre 6*

*La Chaîne*

*de*

*MARKOV*

## 6.1 Introduction :

Les méthodes précédentes sont applicables pour tout élément ou système « réparable et non réparable », pour les éléments ou système réparable il est supposé que le processus de réparation est instantané ou négligeable comparé au temps d'opération. Le problème relié à la négligence de la réparation des éléments (systèmes), peut être réglé par l'utilisation de la méthode de la chaîne de MARKOV. Elle est applicable à l'analyse reliée au comportement aléatoires des systèmes à variables aléatoires discrètes comme celles continues. Cette variation est connue sous le nom de processus stochastique, résultant du hasard qui est applicable sur les systèmes réparable et non-réparable.

## 6.2. Concepts générale de modélisation :

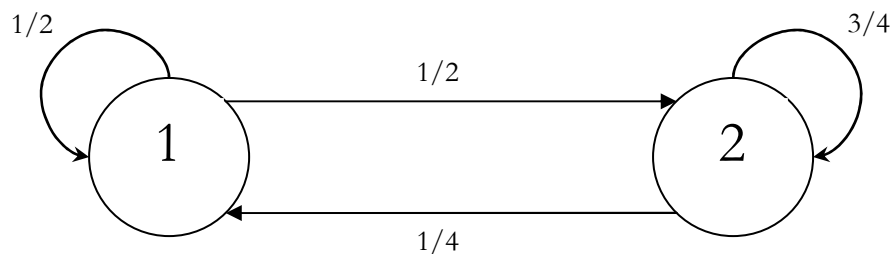


Figure 6.1 : Système à deux états

## 6.3. Conditions d'application

1- Système stationnaire.

Cette condition concerne la probabilité des transitions entre tous les états du système est la même « stationnaire » pour tous les temps.

2- Pas de mémoire : Les états futurs sont indépendants des états passés, ils dépendent seulement sur le présent.

3- Les états du système doivent être identifiables.

La figure 6.1 représente une chaîne de MARKOV discrète, qui explique que le mouvement entre les états est discret.

Le système peut : Rester à l'état 1 avec une probabilité de  $p_1=1/2$ .

Transiter à l'état 2 avec une probabilité de  $p_2=1/2$ .



Ce qui vérifie:  $p_1+p_2=1/2 + 1/2 = 1$ .

Le système peut : Resté à l'état 2 avec une probabilité de  $p_1=3/4$ .

ou

Transité à l'état 1 avec une probabilité de  $p_2=1/4$ .

Ce qui vérifie:  $p_1+p_2=3/4 + 1/4 = 1$ .

Admettant que le système initialement se trouve à l'état 1, la figure 6.2 montre les états où le système réside après chaque pas ou intervalle de temps (4 intervalles sont utilisés pour cet exemple).

La probabilité de suivre un certain chemin =  $\prod_i^n (P(ch_i))$

### Exemple 6.1:

Pour le premier chemin  $P(ch\ 1) = (1/2)^* (1/2)^* (1/2)^* (1/2)=1/16$ .

Pour le 3<sup>ème</sup> chemin  $P(ch\ 3) = (1/2)^* (1/2)^* (1/2)^* (1/4)=1/32$ .

La probabilité de résider dans un état après un certain nombre d'intervalles, dans notre exemple après 4 intervalles le système peut résider à l'état 1 ou à l'état 2.

Si le système se trouvera après 4 intervalles dans l'état 1 alors

$$P1(\text{état}1) = \sum P(ch_i) \text{ qui aboutissent à l'état 1} \\ = 43/128 = 0.336$$

Si le système termine après 4 intervalles dans l'état 2 alors

$$P1(\text{état}2) = \sum P(ch_i) \text{ qui aboutissent à l'état 2} \\ = 85/128 = 0.664$$

La somme des probabilités d'un système toute entière est toujours égale à l'unité, qui aussi peut être vérifiée :

$$P1+P2=(43/128)+(85/128)=0.336+0.664=1.$$

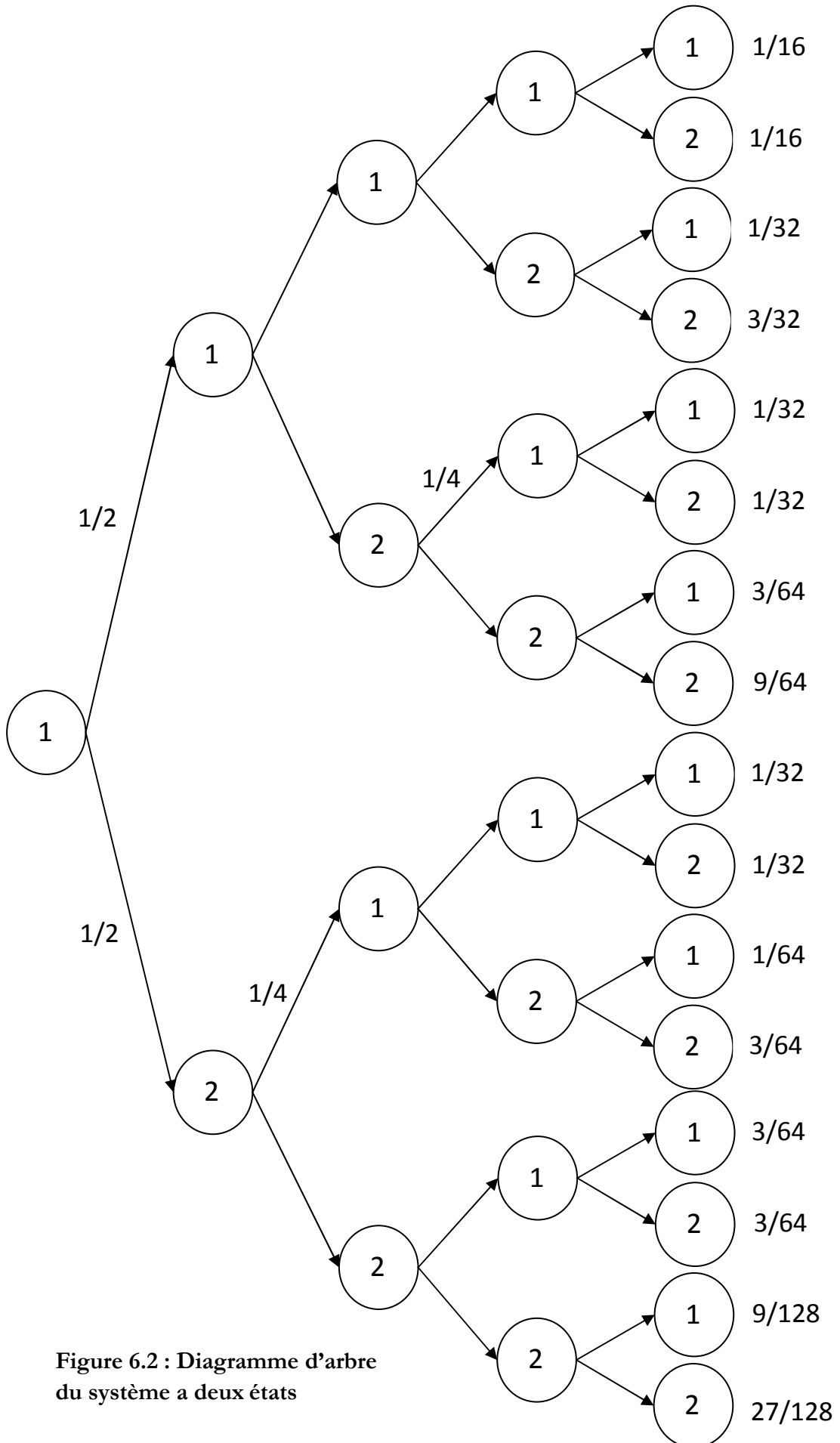
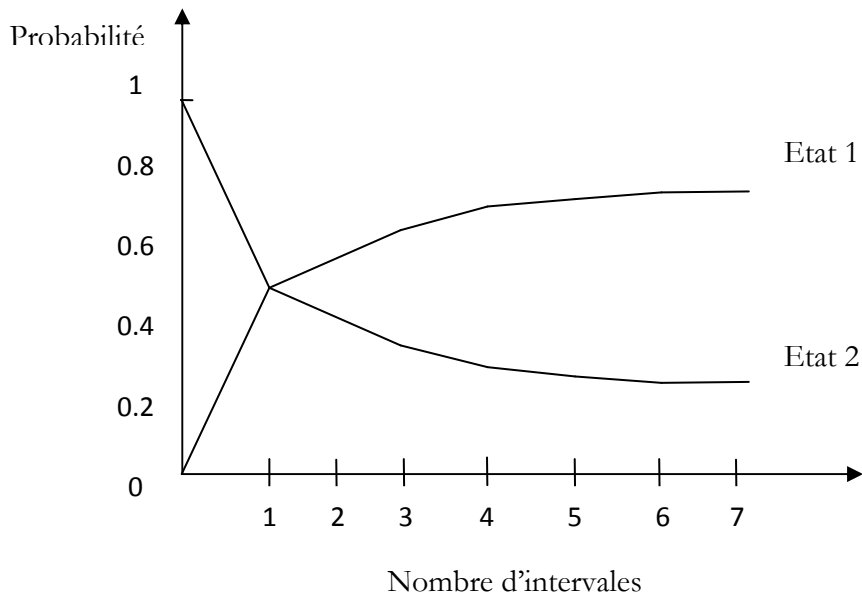


Figure 6.2 : Diagramme d'arbre du système a deux états

Il doit être noté que, le résultat de cette analyse est très dépendant de l'état initial de démarrage des transitions ici le système débute à l'état 1.



**Figure 6.3 : la Caractéristique du comportement du système.**

Ces la caractéristique de tout système qui satisfère les conditions de l'approche de *MARKOV*, comme le nombre d'intervalles, augmente les valeurs de la probabilités converge vers des valeurs constantes.

#### **6.4. Conclusion :**

La méthode inrtroduite dans ce chapitre, est une technique utile pour illustré le concepte de base de la chaine de *MARKOV*. En vérité elle est totalement impraticable pour les systèmes complexes, géant et aussi pour les cas ou le nombre d'intervalle est élever. Pour cella d'autre méthodes, sont interpellé.

# *Références*

1. Billinton, R., Allan, R. N., 'Reliability evaluation of Engineering Systems: concepts and techniques', First Edition, Pitman books limited, 1983.
2. Billinton, R., Allan, R. N., 'Reliability evaluation of Power Systems', Second Edition, plenum press • New York and London, 1996.