جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية
و علوم التسييـــر

التاريخ: 2021/06/24
التوقيت: 08 :00 – 09 :00
المدة: ساعة واحدة.

مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
و العلوم التجارية *LMD-SEGC*
السنـة الأولـى 2021/2020

التصحيح النموذجي لامتحان نهاية السداسي في مقياس الإحصاء الرياضي. (V1)

الاسم: .... اللقب: .... الفوج: .... السنة والشعبة (للمؤجلين): ....

التمرين الأول: 7

يتألف قسم من 20 طالبا أجريت عليهم دراسة إحصائية حول ارتداء الكمامة في الامتحان، وقد تبين أن 60% منهم لا يرتدون الكمامة في الامتحان. وللتحقق من ذلك قامت لجنة "البروتوكول" الصحي بسحب عينة عشوائية من هذا القسم مكونة من 5 طلبة.

لنفرض أن X متغير عشوائي يمثل عدد الطلبة الذين لا يرتدون الكمامة في العينة المسحوبة.

1. ما هو التوزيع الاحتمالي الذي يخضع له X وحدد معالمه؟

الجواب:.

1 1

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X هو "**التوزيع فوق الهندسي**". **معالمه**: N = 20 , M = 12 , n = 5

$$X \sim H(5,12,20) \qquad P(X=k)=\frac{C_M^k C_{N-M}^{n-k}}{C_N^n}$$

2. ما هو احتمال أن يكون في هذه العينة 4 طلبة على الأقل "يرتدون الكمامة" ؟.

الجواب

أي: طالب واحد لا يرتدي الكمامة أو لا أحد لا يرتدي الكمامة. 2.5

$$P(X=0)+P(X=1)=\frac{C_{12}^0 C_8^5}{C_{20}^5}+\frac{C_{12}^1 C_8^4}{C_{20}^5}=\frac{56+840}{15504}=\frac{896}{15504}=\mathbf{0.05779}$$

3. ما هو احتمال أن يكون فيها على الأكثر طالبين اثنين "لا يرتديان الكمامة"؟

الجواب:

معناه: طالبين أو واحد أو لا أحد ممن لا يرتدون الكمامة. 2.5

$$P(X\le 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=\frac{896}{15504}+\frac{C_{12}^2 C_8^3}{C_{20}^5}$$

$$=\frac{896+3696}{15504}=\frac{4592}{15504}=\mathbf{0.2962}$$

التمرين الثاني: 4.5

جلس أحمد يراجع دروس الاحصاء مع سعيد، فدار بينهما الحوار العلمي الآتي:

1. قال أحمد لسعيد: لو رمينا حجر نرد مرة واحدة، فإن هناك ستة احتمالات ممكنة؟ فرد سعيد: لقد ارتكبت خطأ علميا في جملتك. المطلوب: هل فعلا أخطأ أحمد؟ واذا كان قد أخطأ فعلا فما هما الأمران اللذان خلط بينهما أحمد؟ وكيف صحح له سعيد الخطأ؟

الجواب

نعم أخطأ أحمد. 0.5

تصحيح سعيد: لو رمينا حجر نرد مرة واحدة، فإن هناك ستة **"امكانيات"** منتظرة. 1

2. قال أحمد لسعيد: إن احتمال تحقق أحد الحدثين المتنافيين A أو B هو احتمال تحقق الأول اتحاد احتمال تحقق الثاني. فرد سعيد: لقد ارتكبت خطأ علميا في جملتك. المطلوب: هل فعلا أخطأ أحمد؟ واذا كان قد أخطأ فعلا فما هما الأمران اللذان خلط بينهما أحمد؟ وكيف صحح له سعيد الخطأ؟

الجواب

نعم أخطأ أحمد. 0.5

تصحيح سعيد: إن احتمال تحقق أحد الحدثين المتنافيين A أو B هو احتمال تحقق الأول **"زائد"** احتمال تحقق الثاني. 1

3. قال أحمد لسعيد: اذا كان X متغيرا عشوائيا مستمرا معرفا من 0 الى 3، وكانت x_k قيمة ضمن هذا المجال، فإن تابع التوزيع $F(x_k) = 0$ لأنه لا توجد مساحة بين x_k ونفسها. فرد سعيد: لقد ارتكبت خطأ علميا في إجابتك، المطلوب: هل فعلا أخطأ أحمد؟ واذا كان قد أخطأ فعلا فما هما الأمران اللذان خلط بينهما أحمد؟ وكيف صحح له سعيد الخطأ؟

الجواب

نعم أخطأ أحمد. 0.5

تصحيح سعيد: اذ كان X متغيرا عشوائيا مستمرا معرفا من 0 الى 3، وكانت x_k قيمة ضمن هذا المجال، فإن تابع التوزيع $F(x_k) = 0$ لأن تابع التوزيع هنا هو المساحة من بداية مجال التعريف إلى القيمة x_k. 1

التمرين الثالث: 8.5

في كلية الاقتصاد بجامعة بسكرة أربعة أقسام هي: الاقتصاد (E) ، التسيير (G)، التجارة (C) والمحاسبة (T)، يتخرج منها على التوالي 20% ، 30% ، 35%، 15% من إجمالي الطلبة. تقدم أحد الطبة المتخرجين من الكلية إلى مسابقة توظيف، لكن احتمال فوزه بالوظيفة (B) يتأثر بالقسم الذي تخرج منه، حيث كان احتمال فوزه 0.3 في حال كونه طالب اقتصاد، و0.6 في حال كونه طالب تسيير، و0.5 في حال كونه خريج تجارة، و0.2 إذا كان خريج محاسبة.

1. **أحسب احتمال عدم فوز هذا الطالب المتخرج في المسابقة.**

الجواب

أي حساب متمم الحدث B.

نطبق قانون الاحتمال الكلي. 1

$$p(\bar{B}) = 1 - p(B) = 1 - [p(B\cap E) + p(B\cap G) + p(B\cap C) + p(B\cap T)]$$

$$= 1 - [p(E)\times p(B/E) + p(G)\times p(B/G) + p(C)\times p(B/C) + p(T)\times p(B/T)]$$

$$= 1 - [(0.2)(0.3) + (0.3)(0.6) + (0.35)(0.5) + (0.15)(0.2)]$$

$$= 1 - [0.06 + 0.18 + 0.175 + 0.03] \quad 1$$

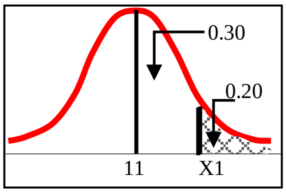
$$= 1 - 0.445 = \mathbf{0.555} \quad 1$$

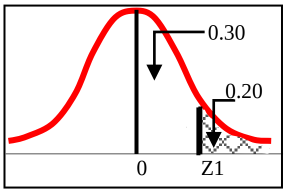
2. **إذا علمت أن الطالب قد فاز في المسابقة وحصل على الوظيفة، أحسب احتمال أن يكون من خريجي قسم المحاسبة.**

نطبق قانون الاحتمال السببي (قانون بايز). 1

$$p(T/D) = \frac{p(B\cap T)}{p(B)} = \frac{0.03}{0.555} = \mathbf{0.054} \quad 1$$

3. نظرا للعدد الكبير من المترشحين لهذه المسابقة، قررت اللجنة المنظمة قبول 20% فقط من المرشحين الأفضل حسب المعدل. فإذا علمت أن معدلاتهم تتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط 11 نقطة وانحراف معياري 2 نقطة، حدد المعدل الأدنى للقبول في هذه المسابقة.





$$p(X \geq x_1) = p(Z \geq z_1) = 0.20 \Longrightarrow p(0 \leq Z \leq z_1) = 0.30 \quad 1$$

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد أن z_1 محصورة بين 0.85 و 0.86 أي:

$$z_1 = \frac{0.85+0.86}{2} = \mathbf{0.855} \quad 1$$

ملاحظة هامة: إذا اختار الطالب إحدى هاتين القيمتين ولم يحسب وسطهما تقبل النتيجة.

وعلى ذلك:

$$z_1 = \frac{x_1-\mu}{\sigma} \Longrightarrow x_1 = z_1\sigma + \mu = 0.855\times 2 + 11 = \mathbf{12.71} \quad 1.5$$

وهو المعدل الأدنى للدخول في هذه المسابقة.

جامعة محمد خيضر بسكرة كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسييـــر	**التاريخ:** 2021/06/24 **التوقيت:** 00: 08 – 00: 09 **المدة:** ساعة.	مجال العلوم الاقتصادية والتسيير و العلوم التجارية *LMD-SEGC* السنــة الأولــى 2021/2020

التصحيح النموذجي لامتحان نهاية السداسي في مقياس الإحصاء 02 (V2)

الاسم: .... **اللقب:** .... **الفوج:** .... **السنة والشعبة (للمؤجلين):** ....

التمرين الأول: 7

يتألف قسم من 20 طالبا أجريت عليهم دراسة إحصائية حول ارتداء الكمامة في الامتحان، وقد تبين أن 60% منهم لا يرتدون الكمامة في الامتحان. وللتحقق من ذلك قامت لجنة "البروتوكول" الصحي بسحب عينة عشوائية من هذا القسم مكونة من 5 طلبة **مع الإرجاع**.

لنفرض أن X متغير عشوائي يمثل عدد الطلبة الذين "لا يرتدون الكمامة" في العينة المسحوبة.

المطلوب:

4. **ما هو احتمال أن يكون فيها على الأكثر طالب واحد يرتدي الكمامة؟**

الجواب أي أن يكون طالب واحد يرتدي الكمامة او لا أحد، وهذا معناه 4 طلبة من أصل 5 لا يرتدون الكمامة أو كلهم لا يرتدون الكمامة.

1

التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي X هو "**التوزيع الثنائي**". معالمه: $p = 0.6\ ,\ n = 5$

$$X \sim B(0.6\,,5) \qquad p(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

$$p(X \geq 4) = p(X = 4) + p(X = 5) = C_5^4 0.6^4 0.4^1 + C_5^5 0.6^5 0.4^0 = 0.2592 + 0.0778$$ 1

$$= \mathbf{0.3770}$$ 1

5. **ما هو احتمال أن يكون في هذه العينة ولا طالب يرتدي الكمامة؟**

الجواب:

$$p(X = 0) = C_5^0 0.6^0 0.4^5 = \mathbf{0.01024}$$ 2

6. **ما هو العدد المتوقع من الطلبة الذين لا يرتدون الكمامة؟**

$$E(X) = np = 5 \times 0.6 = \mathbf{3}$$ 2

اي اننا نتوقع في هذه العينة **ثلاثة طلبة** من اصل 5 دون كمامة.

التمرين الثاني: 4.5

جلس أحمد يراجع دروس الاحصاء مع سعيد، فدار بينهما الحوار العلمي الآتي:

4. قال أحمد لسعيد: نظرا لوضعية الجو، فإن نزول المطر احتمال ممكن. فرد سعيد: لقد ارتكبت خطأ علميا في جملتك. **المطلوب**: هل فعلا أخطأ أحمد؟ واذا كان قد أخطأ فعلا فكيف صحح له سعيد الخطأ؟

الجواب: نعم أخطأ أحمد. 0.5 1

تصحيح سعيد : نظرا لوضعية الجو، فإن نزول المطر **"حدث"** ممكن. (لا يجب الخلط بين الحدث واحتمال وقوعه).

5. قال أحمد لسعيد: إن احتمال تحقق حدثين مستقلين معا هو احتمال الأول تقاطع احتمال الثاني. فرد سعيد: لقد ارتكبت خطأ علميا في جملتك. **المطلوب**: هل فعلا أخطأ أحمد؟ واذا كان قد أخطأ فعلا، فكيف صحح له سعيد الخطأ؟

الجواب: نعم أخطأ أحمد. 0.5

تصحيح سعيد: إن احتمال تحقق حدثين مستقلين معا هو احتمال الأول **"ضرب" (جداء)** احتمال الثاني. 1

تصحيح آخر لسعيد: إن **"حدث"** تحقق حدثين مستقلين معا هو **"الحدث"** الأول تقاطع **"الحدث"** الثاني.

6. قال أحمد لسعيد: إذا رمينا زهرة نرد مرة واحدة، فإن تابع التوزيع $F(9) = 0$ لأنه ليس لدينا الرقم 9 في النرد. فرد سعيد: لقد ارتكبت خطأ علميا في جملتك. المطلوب: هل فعلا أخطأ أحمد؟ واذا كان قد أخطأ فعلا، فكيف صحح له سعيد الخطأ؟

الجواب: نعم أخطأ أحمد. 0.5

تصحيح سعيد: إذا رمينا زهرة نرد مرة واحدة، فإن تابع التوزيع $\mathbf{F(9) = 1}$ لأنه عبارة عن احتمال الحصول على 9 أو اقل، وهذا أمر مؤكد. 1

....

التمرين الثالث: 8.5

في كلية الاقتصاد بجامعة بسكرة أربعة أقسام هي: الاقتصاد (E) ، التسيير (G)، التجارة (C) والمحاسبة (T)، يتخرج منها على التوالي 30% ، 20% ، 15%، 35% من إجمالي الطلبة. تقدم أحد الطبة المتخرجين من الكلية إلى مسابقة توظيف، لكن احتمال فوزه بالوظيفة (D) يتأثر بالقسم الذي تخرج منه، حيث كان احتمال فوزه 0.5 في حال كونه طالب اقتصاد، و0.3 في حال كونه طالب تسيير، و0.4 في حال كونه خريج تجارة، و0.6 إذا كان خريج محاسبة.

1. أحسب احتمال فوز هذا الطالب المتخرج في المسابقة وحصوله على الوظيفة.

نطبق قانون الاحتمال الكلي. 1

$$p(D) = p(D \cap E) + p(D \cap G) + p(D \cap C) + p(D \cap T)$$

$$= p(E) \times p(D/E) + p(G) \times p(D/G) + p(C) \times p(D/C) + p(T) \times p(D/T)$$

$$= (0.3)(0.5) + (0.2)(0.3) + (0.15)(0.4) + (0.35)(0.6) \quad 1$$

$$= 0.15 + 0.06 + 0.06 + 0.21 = \mathbf{0.48} \quad 1$$

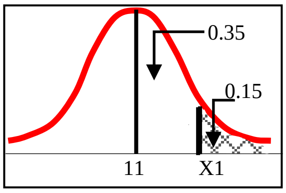
2. إذا علمت أن الطالب قد فاز في المسابقة، أحسب احتمال أن يكون من خريجي قسم التسيير.

نطبق قانون الاحتمال السببي (قانون بايز). 1

1

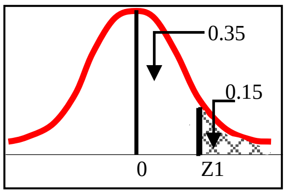
$$p(G/D) = \frac{p(D \cap G)}{p(D)} = \frac{0.06}{0.48} = \mathbf{0.125}$$

3. نظرا للعدد الكبير من المترشحين لهذه المسابقة، قررت اللجنة المنظمة قبول 15% فقط من المرشحين الأفضل حسب المعدل. فإذا علمت أن معدلاتهم تتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط 11 نقطة وانحراف معياري 2 نقطة، حدد المعدل الأدنى للقبول في هذه المسابقة.



$$p(X \geq x_1) = p(Z \geq z_1) = 0.15 \Longrightarrow p(0 \leq Z \leq z_1) = 0.35$$ 1

من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد $\boldsymbol{z_1 = 1.04}$ 1



ونعلم أن:

$$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} \Longrightarrow x_1 = z_1\sigma + \mu = 1.04 \times 2 + 11 = \mathbf{13.08}$$ 1.5

وهو المعدل الأدنى للدخول في هذه المسابقة.

جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الاقتصادية و التجارية
و علوم التسييـــر

التاريخ: 2021/06/24
التوقيت: 30: 09 – 30: 10
المدة: ساعة.

مجال العلوم الاقتصادية والتسيير
و العلوم التجارية *LMD-SEGC*
السنـــة الأولـــى 2021/2020

التصحيح النموذجي لامتحان نهاية السداسي في مقياس الإحصاء الرياضي. (V3)

التمرين الأول: 6

رغب تاجر في شراء صندوق من المصابيح الكهربائية، سحب منه 10 مصابيح –مع الإرجاع- ليفحصها واضعا الشرط الآتي: إذا ظهر من بين هذه المصابيح العشرة مصباحان اثنان أو أكثر غير صالحة، فإنه سيرفض شراء الصندوق.

لنفرض أن X متغير عشوائي يمثل عدد المصابيح التالفة في العينة المسحوبة، وأن احتمال الحصول على مصباح تالف هو 0.05.

7. **ما هو العدد المتوقع من المصابيح التالفة داخل العينة؟** أي حساب التوقع الرياضي $E(X)$ 1

بما أن:

- أي مصباح مسحوب إما أن يكون تالفا وإما أن يكون سليما.
- السحب مع الإرجاع.

إذن X متغير عشوائي خاضع **للتوزيع الثنائي**.

$X \sim B(0.05\,, 10) \qquad p(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$

$E(X) = np = 10 \times 0.05 = \mathbf{0.5}$ 2

8. **ما هو احتمال عدم شراء الرجل للصندوق" ؟ (قانون – تطبيق عددي – نتيجة).**

إن هذا الرجل لن يشتري الصندوق لو ظهر في العينة مصباحان تالفان أو أكثر، أي أن المطلوب حساب احتمال ظهور مصباحين تالفين أو أكثر.

$$p(X \geq 2) = 1 - p(X < 2) = 1 - [p(X = 0) + p(X = 1)]$$ 1

$$= 1 - [C_{10}^0 p^0 q^{10} + C_{10}^1 p^1 q^9]$$

$$= 1 - \left[\frac{10!}{0!\,10!}(0.05)^0(0.95)^{10} + \frac{10!}{1!\,9!}(0.05)^1(0.95)^9\right]$$

$$= 1 - [0.5987 + 0.3151]$$ 1

$$= 1 - 0.9139 = \mathbf{0.0861}$$

1

التمرين الثاني: 4.5

جلس أحمد يراجع دروس الاحصاء مع سعيد، فدار بينهما الحوار العلمي الآتي:

7. قال أحمد لسعيد: التوزيع الاحتمالي المتقطع هو ذلك التطبيق الذي يرفق كل إمكانية من Ω بتكرار حدوثها. فرد سعيد: لقد ارتكبت خطأ علميا في جملتك. المطلوب: هل فعلا أخطأ أحمد؟ واذا كان قد أخطأ فعلا، فكيف صحح له سعيد الخطأ؟ **(في حال التصحيح يمكن الاكتفاء بذكر الجزء الصحيح من الجملة فقط)**

الجواب: نعم أخطأ أحمد. 0.5

تصحيح سعيد: التوزيع الاحتمالي المتقطع هو ذلك التطبيق الذي يرفق كل إمكانية من Ω **"باحتمال"** حدوثها. 1

8. قال أحمد لسعيد: إن احتمال تحقق أحد الحدثين A أو $\bar{A}$ هو المجموعة Ω . فرد سعيد: لقد ارتكبت خطأ علميا في جملتك. **المطلوب:** هل فعلا أخطأ أحمد؟ واذا كان قد أخطأ فعلا فكيف صحح له سعيد الخطأ؟

الجواب: نعم أخطأ أحمد. 0.5

تصحيح سعيد: إن احتمال تحقق أحد الحدثين A أو $\bar{A}$ هو **"احتمال تحقق"** المجموعة Ω أو **"هو الواحد"** 1

9. قال أحمد لسعيد: إن الفرق بين التوزيع الثنائي عن التوزيع فوق الهندسي أنه في التوزيع الثنائي تكون النتائج المنتظرة بعد كل تجربة **"ثنائية"** بينما تكون **"ثلاثية"** في التوزيع فوق الهندسي. فرد سعيد: كلامك فيه خطأ علمي واضح. المطلوب: ما هو الخطأ العلمي الذي وقع فيه أحمد، وكيف صححه له سعيد؟

الخطأ الذي وقع فيه أحمد أن التوزيع فوق الهندسي لا تكون النتائج المنتظرة بعد كل تجربة **"ثلاثية"**

تصحيح سعيد: إن الفرق بين التوزيع الثنائي عن التوزيع فوق الهندسي أن السحب يكون في الأول مع الاعادة بينما يكون في الثاني دون إعادة، مما يترتب نه – في حالة التوزيع فوق الهندسي- عدم استقلالية التجارب وبالتالي عدم ثبات احتمال النجاح p 1.5

ملاحظة هامة: التنقيط كله على تصحيح سعيد، ولا تنقيط على تحديد خطأ أحمد. ولكم القرار النهائي حسب الوضعية.

التمرين الثالث: 9.5

I. في عيادة طبية؛ 60% نساء (F) حيث من كل ثلاث نساء تضع واحدة نظارة، و20% رجال(H) : حيث من كل اثنين يضع واحد نظارة، و20% أطفال(E) : حيث من كل أربعة أطفال يضع طفل واحد نظارة. (ارتداء النظارة L)

4. سحبنا أحد الاشخاص عشوائيا، فكان ممن يضعون نظارة. ما هو احتمال أن يكون هذا الشخص طفلا؟.

الجواب

نطبق قانون الاحتمال السببي (قانون بايز). 1

$$p(E/L) = \frac{p(E \cap L)}{p(L)}$$

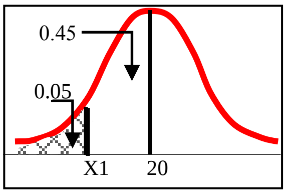
لحساب $p(L)$ **نطبق قانون الاحتمال الكلي: احتمال أن يكون ممن يلبسون النظارة.**

$$p(L) = p(L \cap F) + p(L \cap H) + p(L \cap E)$$
$$= p(F) \times p(L/F) + p(H) \times p(L/H) + p(E) \times p(L/E)$$
$$= (0.6)\left(\frac{1}{3}\right) + (0.2)\left(\frac{1}{2}\right) + (0.2)\left(\frac{1}{4}\right)$$
$$= 0.2 + 0.1 + 0.05 = \mathbf{0.35}$$ 1

1

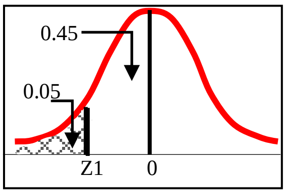
$$p(E/L) = \frac{p(E \cap L)}{p(L)} = \frac{0.05}{0.35} = \mathbf{0.1428}$$

5. قررت الدولة إعفاء 5% من العيادات الأضعف دخلا من الضرائب، فإذا كانت مداخيل هذه العيادات تتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط 20 مليون سنتيم، وانحراف معياري 2 مليون سنتيم. أوجد الدخل الأعلى الذي لا يجب أن تتعداه العيادة لتستفيد من الإعفاء الضريبي.



$$p(X \leq x_1) = p(Z \leq z_1) = 0.05$$ 0.5

$$\Rightarrow p(z_1 \leq Z \leq 0) = p(0 \leq Z \leq -z_1) = 0.45$$ 0.5



من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد أن قيمة $-z_1$ تقع بين 1.64 و 1.65 اذن نأخذ الوسط بينهما أو لا بأس أن نختار إحداهما.

1

$$-z_1 = \frac{1.64 + 1.65}{2} = 1.645 \Rightarrow \boldsymbol{z_1} = (\mathbf{-1.645})$$

ونعلم أن:

$$z_1 = \frac{x_1 - \mu}{\sigma} \Rightarrow x_1 = z_1\sigma + \mu = (-1.645) \times 2 + 20 = \mathbf{16.71}$$ 1

و هو الدخل الأعلى الذي لا يجب أن تتعداه العيادة لتستفيد من الإعفاء الضريبي.

II. لنفرض أن متوسط عدد المصابين بحادث سيارة الذين يدخلون إلى هذه العيادة في اليوم هو 5 مصابين.

1. <u>أحسب احتمال عدم دخول ولا مصاب في يوم معين.</u>

X متغير عشوائي يمثل عدد المصابين بحادث سيارة الذين يدخلون إلى هذه العيادة في اليوم. وهو خاضع **لتوزيع بواسون** ذي المعلمة λ حيث $\lambda = 5$

1

$$X \sim \mathcal{P}(\lambda)$$

$$P(X = k) = \frac{\lambda^k\, e^{-\lambda}}{k!}$$

$$P(X = 0) = \frac{5^0\, e^{-5}}{0!} = \mathbf{0.0067}$$

1

2. <u>أحسب احتمال دخول مصابين اثنين على الأكثر في يوم معين</u>

$$P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)$$

$$= \frac{5^0\, e^{-5}}{0!} + \frac{5^1\, e^{-5}}{1!} + \frac{5^2\, e^{-5}}{2!}$$

$$= 0.0067 + 0.0337 + 0.0842$$

0.5

$$= \mathbf{0.1246}$$

1

التصحيح النموذجي لامتحان نهاية السداسي في مقياس الإحصاء02 (V4)

التمرين الأول: 6

رغب تاجر في شراء صندوق من المصابيح الكهربائية، سحب منه 10 مصابيح –مع الإرجاع- ليفحصها واضعا الشرط الآتي: إذا ظهر من بين هذه المصابيح العشرة مصباحان اثنان أو أكثر غير صالحة، فإنه سيرفض شراء الصندوق.

لنفرض أن X متغير عشوائي يمثل عدد المصابيح التالفة في العينة المسحوبة، وأن احتمال الحصول على مصباح تالف هو 0.05.

المطلوب:

9. **ما هو احتمال شراء الرجل للصندوق" ؟ (قانون – تطبيق عددي – نتيجة).**

الجواب

إن هذا الرجل لن يشتري الصندوق لو ظهر في العينة مصباحان تالفان أو أكثر، أي أن المطلوب حساب احتمال ظهور أقل من مصباحين تالفين.

بما أن:

- أي مصباح مسحوب إما أن يكون تالفا وإما أن يكون سليما.
- السحب مع الإرجاع.

إذن X متغير عشوائي خاضع **للتوزيع الثنائي**.

$$X \backsim B(0.05\,,10) \qquad p(X=k)=C_n^k p^k q^{n-k}$$

$$p(X<2)=[p(X=0)+p(X=1)]$$ 1

$$=[C_{10}^0 p^0 q^{10}+C_{10}^1 p^1 q^9]$$

$$=\left[\frac{10!}{0!\,10!}(0.05)^0(0.95)^{10}+\frac{10!}{1!\,9!}(0.05)^1(0.95)^9\right]$$

$$=[0.5987+0.3151]$$ 1

$$=\mathbf{0.9139}$$ 1

10. **ما هو العدد المتوقع من المصابيح التالفة داخل العينة؟ (قانون – تطبيق عددي – نتيجة).**

الجواب: أي حساب التوقع الرياضي $E(X)$ 1

$$E(X)=np=10\times 0.05=\mathbf{0.5}$$ 2

التمرين الثاني: 4.5

جلس أحمد يراجع دروس الاحصاء مع سعيد، فدار بينهما الحوار العلمي الآتي:

10. قال أحمد لسعيد: التوزيع الاحتمالي المتقطع هو ذلك التطبيق الذي يرفق كل إمكانية من Ω بتكرار حدوثها. فرد سعيد: لقد ارتكبت خطأ علميا في جملتك. المطلوب: هل فعلا أخطأ أحمد؟ واذا كان قد أخطأ فعلا، فكيف صحح له سعيد الخطأ؟ **(في حال التصحيح يمكن الاكتفاء بذكر الجزء الصحيح من الجملة فقط)**

الجواب: نعم أخطأ أحمد. 0.5

تصحيح سعيد: التوزيع الاحتمالي المتقطع هو ذلك التطبيق الذي يرفق كل إمكانية من Ω **"باحتمال"** حدوثها. 1

11. قال أحمد لسعيد: إن احتمال تحقق أحد الحدثين A أو $\bar{A}$ هو احتمال تحقق Ω . فرد سعيد: لقد ارتكبت خطأ علميا في جملتك. **المطلوب**: هل فعلا أخطأ أحمد؟ واذا كان قد أخطأ فعلا فكيف صحح له سعيد الخطأ؟

الجواب:

لا... لم يخطئ أحمد. 1.5

12. قال أحمد لسعيد: بما إن التوقع الرياضي احتمال، فإن قيمته محصورة بين 0 و 1 . فرد سعيد: لقد ارتكبت خطأ علميا في جملتك. **المطلوب**: هل فعلا أخطأ أحمد؟ واذا كان قد أخطأ فعلا، فكيف صحح له سعيد الخطأ؟

الجواب:

نعم أخطأ أحمد. 0.5

تصحيح سعيد: التوقع الرياضي ليس احتمالا، بل من المميزات العددية للمتغير العشوائي، ولذلك فإن قيمته لا يجب أن تكون دائما محصورة بين 0 و 1 . 1

....

<u>التمرين الثالث</u>: (9ن)

III. في عيادة طبية؛ 60% نساء (F) حيث من كل ثلاث نساء تضع واحدة نظارة، و30% رجال(H) : حيث من كل اثنين يضع واحد نظارة، و10% أطفال(E) : حيث من كل أربعة أطفال يضع طفل واحد نظارة. (ارتداء النظارة L)

6. سحبنا أحد الاشخاص عشوائيا، فكان ممن يضعون نظارة. ما هو احتمال أن يكون هذا الشخص رجلا؟.

<u>الجواب:</u>

نطبق قانون الاحتمال السببي (قانون بايز). **1**

$$p(H/L) = \frac{p(H \cap L)}{p(L)}$$

لحساب $p(L)$ **نطبق قانون الاحتمال الكلي: احتمال أن يكون ممن يلبسون النظارة.**

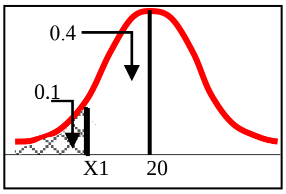
$$p(L) = p(L \cap F) + p(L \cap H) + p(L \cap E)$$
$$= p(F) \times p(L/F) + p(H) \times p(L/H) + p(E) \times p(L/E)$$
$$= (0.6)\left(\frac{1}{3}\right) + (0.3)\left(\frac{1}{2}\right) + (0.1)\left(\frac{1}{4}\right)$$
$$= 0.200 + 0.150 + 0.025 = \mathbf{0.375}$$ **1**

$$p(H/L) = \frac{p(H \cap L)}{p(L)} = \frac{0.150}{0.375} = \mathbf{0.4}$$ **1**

7. قررت الدولة إعفاء 10% من العيادات الأضعف دخلا من الضرائب، فإذا كانت مداخيل هذه العيادات تتبع توزيعا طبيعيا بمتوسط 20 مليون سنتيم، وانحراف معياري 2 مليون سنتيم.

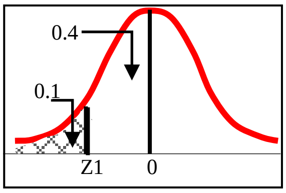
<u>أوجد الدخل الأعلى الذي لا يجب أن تتعداه العيادة لتستفيد من الإعفاء الضريبي.</u>

<u>الجواب</u>:



$$p(X \leq x_1) = p(Z \leq z_1) = 0.1$$ **0.5**

$$\Longrightarrow p(z_1 \leq Z \leq 0) = p(0 \leq Z \leq -z_1) = 0.4$$ **0.5**



من جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد أن قيمة $-z_1$ تقع بين 1.28 و 1.29 اذن نأخذ الوسط بينهما أو <u>لا بأس أن نختار إحداهما</u>.

$$-z_1 = \frac{1.28 + 1.29}{2} = 1.285 \Longrightarrow \boldsymbol{z_1} = (\mathbf{-1.285})$$ **1**

ونعلم أن:

$$z_1=\frac{x_1-\mu}{\sigma}\Longrightarrow x_1=z_1\sigma+\mu=(-1.285)\times 2+20=\mathbf{17.43}$$ 1

إذن **17.43 مليون سنتيم** هو الدخل الأعلى الذي لا يجب أن تتعداه العيادة لتستفيد من الإعفاء الضريبي

IV. لنفرض أن متوسط عدد المصابين بحادث سيارة الذين يدخلون إلى هذه العيادة في اليوم هو 5 مصابين.

3. أحسب احتمال عدم دخول ولا مصاب في يوم معين.

X متغير عشوائي يمثل عدد المصابين بحادث سيارة الذين يدخلون إلى هذه العيادة في اليوم. وهو خاضع **لتوزيع بواسون** ذي المعلمة λ حيث $\lambda=5$ 1

4. $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$

$$P(X=k)=\frac{\lambda^k\,e^{-\lambda}}{k!}$$

$$P(X=0)=\frac{5^0\,e^{-5}}{0!}=\mathbf{0.0067}$$ 1

5. أحسب احتمال دخول مصابين اثنين على الأقل في يوم معين.

$$P(X\geq 2)=1-P(X<2)$$

$$=1-[P(X=0)+P(X=1)]$$

$$=\frac{5^0\,e^{-5}}{0!}+\frac{5^1\,e^{-5}}{1!}$$

$$=0.0067+0.0337$$ 0.5

$$=\mathbf{0.0404}$$ 1

انتهى... بالتوفيق.