

TD N° 4 : La transformée de Laplace (TL)

Exercice 1

1. Calculer la transformée de Laplace des fonctions suivantes :

$$x(t) = e(t) - e(t - 2), \quad y(t) = e(t) - 2e(t - 1) + e(t - 3)$$

2. Déterminer la transformée de Laplace TL des fonctions temporelles suivantes :

$$s_1(t) = 0.5e(t) - \frac{2}{3}e^{-t} + \frac{1}{2}e^{-4t}e(t), \quad s_2(t) = -3e(t) + 2t \cdot e(t) + 6e^{-t}e(t)$$

$$s_3(t) = 2te^{-3t} + 4e^{-0.5t} \sin(0.5\sqrt{2} \cdot t) \quad s_4(t) = t \sin(at)$$

$$s_5(t) = e^{-t} \sin(5t) \quad s_6(t) = 2 - 2e^t + 0.5 \sin(4t)$$

$$s_7(t) = (2t^2 - 1)e(t) \quad s_8(t) = e^t - \cos\left(\frac{2}{3}t\right)$$

Exercice 2

Pour chacune des fonctions suivantes :

$$F_1(P) = \frac{1}{P^2+P-2}, \quad F_2(P) = \frac{3}{P(P+1)(P+3)}, \quad F_3(P) = \frac{3}{P(1+\tau P)}, \quad F_4(P) = \frac{Ke^{-\theta P}}{P(1+\tau P)}$$

$$F_5(P) = \frac{1}{P^2(1+\tau P)}, \quad F_6(P) = \frac{10}{(P^2+10P+34)}, \quad F_7(P) = \frac{12P}{(P^2+16P+100)},$$

1. Donner la nature des pôles (simple ou multiple, réel positif, négatif ou nul, ou complexe ?)
2. Les valeurs initiale et finale de la fonction du temps.
3. Les transformées de Laplace inverses.

Exercice 3

Résoudre les équations différentielles suivantes munies de ses conditions initiales :

$$\frac{d^2(x(t))}{dt^2} + 5 \frac{dx(t)}{dt} + 4x(t) = e^{-2t}e(t) \quad (\text{conditions initiales nulles})$$

$$\frac{d^2(x(t))}{dt^2} + 5 \frac{dx(t)}{dt} + 6x(t) = e^t e(t), \quad \text{avec } x(0^+) = 1, \text{ et } x'(0^+) = 0$$

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + 4 \frac{dx(t)}{dt} + 4x(t) = t \cdot e^{-t}, \quad \text{avec } x(0^+) = 1, \text{ et } \frac{dx(0^+)}{dt} = 2$$

Exercice 4

Soient les systèmes définis par les circuits suivants, RC et RLC:
Trouver l'équation différentielle qui relie l'entrée à la sortie pour chaque système .

1. Calculer La réponse impulsionnelle du système.
2. Calculer La réponse indicielle du système.

