Université Med Khider - Biskra
Faculté des Sciences et de la Technologie
Département de Génie Mécanique
Master 1 Energétique

Dynamique des Gaz (Solutions de la série n°3)

Ex. 1:
Si on connaît les propriétés de l'écoulement en amont de l'onde de choc normale, on peut déterminer ses propriétés en aval à partir des éqts. (15)-(18) du chapitre 3:

a) $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{2\gamma}{\gamma+1}\right)\mathrm{Ma}_1^2 - \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right) = \left(\frac{2\times1.4}{1.4+1}\right)(2.5)^2 - \left(\frac{1.4-1}{1.4+1}\right) = 7.125$ donc $p_2 = 7.125\ \text{atm}$

b) $\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)\mathrm{Ma}_1^2}{2+(\gamma-1)\mathrm{Ma}_1^2} = \frac{(1.4+1)(2.5)^2}{2+(1.4-1)(2.5)^2} = 3.333$ donc $\rho_2 = 4.083\ \text{kg/m}^3$

c) $T_2 = \frac{p_2}{\rho_2 R} = \frac{7.125\times101325}{4.083\times287} = 616.08\ \text{K}$

d) $\mathrm{Ma}_2^2 = \frac{(\gamma-1)\mathrm{Ma}_1^2+2}{2\gamma\mathrm{Ma}_1^2-(\gamma-1)} = \frac{(1.4-1)(2.5)^2+2}{2\times1.4\times(2.5)^2-(1.4-1)} = 0.263$ donc $\mathrm{Ma}_2 = 0.51$

e) $U_2 = \sqrt{\gamma R T_2}\,\mathrm{Ma}_2 = \sqrt{1.4\times287\times616.08}\times0.51 = 253.74\ \text{m/s}$

En suite, les propriétés de stagnation isentropique en aval de l'onde peuvent être déterminées par:

f) $\frac{p_{02}}{p_2} = \left(1+\frac{\gamma-1}{2}\mathrm{Ma}_2^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = \left(1+\frac{1.4-1}{2}(0.51)^2\right)^{\frac{1.4}{1.4-1}} = 1.194$ donc $p_{02} = 8.51\ \text{atm}$

g) $\frac{T_{02}}{T_2} = 1+\frac{\gamma-1}{2}\mathrm{Ma}_2^2 = 1+\frac{1.4-1}{2}(0.51)^2 = 1.05202$ donc $T_{02} = 648.13\ \text{K}$

Ex. 2:
1) En aval de l'onde de choc, nous avons:
$\mathrm{Ma}_1 = \frac{U_1}{\sqrt{\gamma R T_1}} = \frac{923}{\sqrt{1.4\times287\times303}} = 2.645$, donc:

a) $\frac{U_1}{U_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma+1)\mathrm{Ma}_1^2}{2+(\gamma-1)\mathrm{Ma}_1^2} = \frac{(1.4+1)(2.645)^2}{2+(1.4-1)(2.645)^2} = 3.4992$ donc $U_2 = 263.78\ \text{m/s}$

b) $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{2\gamma}{\gamma+1}\right)\mathrm{Ma}_1^2 - \left(\frac{\gamma-1}{\gamma+1}\right) = \left(\frac{2\times1.4}{1.4+1}\right)(2.645)^2 - \left(\frac{1.4-1}{1.4+1}\right) = 7.9954$ donc $p_2 = 2398.6\ \text{kPa}$

2) Si la même décélération se produit dans un écoulement isentropique, nous pouvons utiliser la relation de Saint-Venant pour déterminer la pression au point (2):

$$U_2^2 - U_1^2 = \frac{2\gamma}{\gamma-1} R T_1\left(1-\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right)$$

Alors:

$$p_2 = p_1\left(1-\frac{\gamma-1}{2\gamma R T_1}\left(U_2^2-U_1^2\right)\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 300\times\left(1-\frac{1.4-1}{2\times1.4\times287\times303}\left((263.78)^2-(923)^2\right)\right)^{\frac{1.4}{1.4-1}}$$

donc $p_2 = 5412.2\ \text{kPa}$

...A suivre