

تقوم شركة أثاثكو بتصنيع عدة منتجات من الأخشاب، يتمثل أهمها في الكراسي والطاولات ، حيث يبلغ ثمن الكرسي الواحد في السوق \$10، ويحتاج إلى ساعة عمل واحدة في قسم النشر، وساعة عمل واحدة في قسم التجميع، بينما يبلغ ثمن الطاولة \$40 ، وتحتاج إلى ساعتين عمل في قسم النشر، وخمسة ساعات عمل في قسم التجميع ، وفي حين يستوعب فيها السوق جميع المنتجات من كلا المنتجين، لا يستطيع مدير الشركة الحصول شهريا على أكثر من مائة ساعة عمل في قسم النشر، كما لا يستطيع الحصول على أكثر من مائة وخمسين ساعة عمل في قسم التجميع.

1. جدول يبين بيانات المشكلة

الموارد المتاحة/ شهريا أقل من أو مساوية	X2 طاولات	x1 كراسي	
100 ساعة عمل	2	1	قسم النشر
150 ساعة عمل	5	1	قسم التجميع
	\$40	\$10	سعر البيع

2. كتابة دالة الهدف والقيود:

Max z=\$10x1+\$40x2	دالة الهدف
$1x1+2x2 \leq 100$ $1x1+5x2 \leq 150$	القيود
$x1 \geq 0, x2 \geq 0$	عدم السلبية

3. نحول قيود المشكلة من الصيغة العامة الى الصيغة القياسية،

$$X1 + 2X2 + S1 = 100 \quad (1)$$

$$X1 + 5X2 + S2 = 150 \quad (2)$$

$$X1, X2, S1, S2 \geq 0 \text{ شرط عدم السلبية}$$

4. تضاف المتغيرات الراكدة (المهملة) الى معادلة دالة الهدف

$$\text{Max : } Z=10X_1 +40X_2+0S_1+0S_2$$

ثم نحول دالة الهدف الى دالة صفرية

$$\text{Max } Z-10X_1 -40X_2-0S_1-0S_2=0$$

5. اعداد الجدول الأول الذي يبين معاملات دالة الهدف والقيود

Non- Basic var. Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S
		X1	X2	S1	S2	
Z	1	-10	-40	0	0	0
S1	0	1	2	1	0	100
S2	0	1	5	0	1	150

المتغير الداخـل

العمود المحوري

Non- Basic var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2		
Z	1	-10	-40	0	0	0	0
S1	0	1	2	1	0	100	50
S2	0	1	5	0	1	150	30

أقل قيمة موجبة

المتغير الخارج

الصف المحوري

نقوم بالحسابات الضرورية من اجل تحسين الحل الأولي

ايجاد القيم الجديدة لمعاملات المتغيرات

ايجاد قيم المتغير الداخل X_2 وذلك عن طريق قسمة كل قيمة في صف المحور على العنصر المحوري.

اذن قيم المتغير الداخل X_2 هي :

$$X_2 = (0/5, 1/5, 5/5, 0/5, 1/5, 150/5)$$

$$X_2 = (0, 1/5, 1, 0, 1/5, 30)$$

تكتب القيم الجديدة اعلاه في جدول الحل الجديد

Non- Basic var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S
		X1	X2	S1	S2	
Basic Var.						
Z						
S1						
X2	0	1/5	1	0	1/5	30

- لإيجاد قيمة Z الجديدة ، نضرب القيمة المقابلة لـ Z في عمود المحور وهي $(-40) \times$ قيم المتغير الداخل الجديدة وكما يأتي:

$$\begin{aligned}
 & -40 * (0 , 1/5 , 1 , 0 , 1/5 \ 30) \\
 & = (0 , -8 , -40 , 0 , -8 , -1200)
 \end{aligned}$$

- ثم نطرح القيم اعلاه من قيم معاملات Z القديمة في جدول الحل الابتدائي كما يأتي:

$$\begin{aligned}
 & (1 , -10 , -40 , 0 , 0 , 0 \\
 & - (0 , -8 , -40 , 0 , -8 , -1200) \\
 & = (1 , -2 , 0 , 0 , 8 , 1200)
 \end{aligned}$$

ننقل القيم الى جدول الحل الثاني.

Non- Basic var. Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S
		X1	X2	S1	S2	
Z	1	-2	0	0	8	1200
S1						
X2	0	1/5	1	0	1/5	30

ننقل القيم الى جدول الحل الثاني.

Non- Basic var. Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S
		X1	X2	S1	S2	
Z	1	-2	0	0	8	1200
S1						
X2	0	1/5	1	0	1/5	30

- لإيجاد قيمة S1 الجديدة نقوم بنفس الخطوات اعلاه أي ضرب العنصر المقابل لها في عمود المحور \times قيم المتغير الداخل الجديدة ثم نطرح الناتج من قيم المتغيرين S1 القديمة

ننقل القيم الى جدول الحل الثاني.

Non- Basic var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S
		X1	X2	S1	S2	
Basic Var.						
Z	1	-2	0	0	8	1200
S1						
X2	0	1/5	1	0	1/5	30

- لإيجاد قيمة S1 الجديدة نقوم بنفس الخطوات اعلاه أي ضرب العنصر المقابل لها في عمود المحور \times قيم المتغير الداخل الجديدة ثم نطرح الناتج من قيم المتغيرين S1 القديمة

- ثم ننقل القيم الى جدول الحل الثاني.

Non- Basic var. Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S
		X1	X2	S1	S2	
Z	1	2-	0	0	8	1200
S1	0	3/5	0	1	-2/5	40
X2	0	1/5	1	0	1/5	30

لأنه توجد قيمة سالبة في معاملات دالة الهدف فهذا يعني أننا لم نصل إلى الحل الأمثل

نجري نفس العمليات السابقة لنصل إلى الجدول الآتي

Non- Basic var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2		
Z	1	0	0	10/3	20/3	4000/3	
X1	0	1	0	5/3	2/3-	200/3	
X2	0	0	1	1/3-	1/15	50/3	

لأنه لا توجد قيمة **سالبة** في معاملات دالة الهدف فهذا يعني أننا وصلنا إلى الحل الأمثل وهو:

$$X1 = 200/3$$

$$X2 = 50/3$$

$$Z = 4000/3$$

لإنتاج الوحدة الواحدة من المنتج X1 تستهلك الشركة 6 كيلوغرام من المادة M1 و 1 كيلوغرام من المادة M2 أما لإنتاج الوحدة الواحدة من المنتج X2 فإنها تستهلك 2 كيلوغرام من المادة M1 و 4 كيلوغرام من المادة M2

الكميات المتوفرة للشركة من المادتين هي 260 كيلوغرام من المادة M1، و 80 كيلوغرام من المادة M2 المطلوب : ما هو المزيج الإنتاجي الأمثل علما بأن الربح في الوحدة الواحدة من X1 هو \$ 30، والربح في الوحدة الواحدة من X2 هو \$ 20 ؟

الموارد المتاحة/ شهريا أقل من أو مساوية	X2	x1	
260	2	6	M1
80	4	1	M2
	\$20	\$30	الربح

2. من خلال البيانات في الجدول أعلاه نكتب دالة الهدف والقيود:

Max $z=30x_1+20x_2$	دالة الهدف
$6x_1+2x_2 \leq 260$ $1x_1+4x_2 \leq 80$	القيود
$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	عدم السلبية

3. نحول قيود المشكلة من الصيغة العامة الى الصيغة القياسية،

$$6X_1 + 2X_2 + S_1 = 260 \quad (1)$$

$$X_1 + 4X_2 + S_2 = 80 \quad (2)$$

$$X_1, X_2, S_1, S_2 \geq 0 \quad \text{شرط عدم السلبية}$$

ثم نحول دالة الهدف الى دالة صفرية

$$\text{Max } Z - 30X_1 - 20X_2 - 0S_1 - 0S_2 = 0$$

5. اعداد الجدول الأول الذي يبين معاملات دالة الهدف والقيود

Non- Basic var. Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S
		X1	X2	S1	S2	
Z	1	-30	-20	0	0	0
S1	0	6	2	1	0	260
S2	0	1	5	0	1	80

Non- Basic var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2		
Z	1	-30	-20	0	0	0	0
S1	0	6	2	1	0	260	130/3
S2	0	1	5	0	1	150	80

المتغير الداخلي

العمود المحوري

المتغير الخارج

أقل قيمة موجبة

الصف المحوري

نقوم بالحسابات الضرورية من اجل تحسين الحل الأولي فنصل الى الجدول الآتي

Non- Basic var. Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2		
Z	1	0	-10	5	0	1300	
X1	0	1	1/3	1/6	0	130/3	
S2	0	0	11/3	-1/6	1	110/3	

لأنه توجد قيمة سالبة في معاملات دالة الهدف فهذا يعني أننا لم نصل إلى الحل الأمثل

العمود المحوري

Non- Basic var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2		
Z	1	0	-10	5	0	1300	
X1	0	1	1/3	1/6	0	130/3	
S2	0	0	11/3	-1/6	1	110/3	

أقل قيمة
موجبة

الصف المحوري

نجري نفس العمليات السابقة لنصل الى الجدول الآتي

Non- Basic var. Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S
		X1	X2	S1	S2	
Z	1	0	9	300/66	30/11	1400
X1	0	1	0	30/198	-1/11	40
X2	0	0	1	-3/66	3/11	10

لأنه لا توجد قيمة سالبة في معاملات دالة الهدف فهذا يعني أننا وصلنا إلى الحل الأمثل وهو:

$$X1 = 40$$

$$X2 = 10$$

$$Z = 1400$$

حل التمرين السابع

تنتج المؤسسة وحدة واحدة من المنتج A باستهلاك 2 كغم من المادة الأولية الأولى و 1 كغم من المادة الأولية الثانية، كما تنتج الوحدة الواحدة من المنتج B باستهلاك 1 كغم من المادة الأولية الأولى و 4 كغم من المادة الأولية الثانية. الربح في الوحدة الواحدة من A هو \$80 بينما الربح في الوحدة الواحدة من B هو \$40

المطلوب : ما هو المزيج الإنتاجي الأمثل علما بأن الكميات المتوفرة من المادة الأولية الأولى 450 كغم والكمية المتوفرة من المادة الأولية الثانية هي 400؟

1- تحضير المعطيات

الموارد المتاحة/ شهريا أقل من أو مساوية	X2	x1	
450	1	2	M1
400	4	1	M2
	\$40	\$80	الربح

تعديل النموذج

$$\text{Max: } Z = (80 x_1 + 40 x_2 + 0s_1 + 0s_2)$$

$$2x_1 + 1 x_2 + s_1 = 450$$

$$x_1 + 4 x_2 + s_2 = 400$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

كتابة النموذج

$$\text{Max: } Z = (80 x_1 + 40 x_2)$$

$$2x_1 + x_2 \leq 450$$

$$x_1 + 4 x_2 \leq 400$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

نرسم جدول الحل الأولي

Non- Basic var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H. S
		X1	X2	S1	S2	
Z	1	-80	-40	0	0	0
S1	0	2	1	1	0	450
S2	0	1	4	0	1	400

العمود
المحوري

Non- Basic var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H. S	
		X1	X2	S1	S2		
Z	1	-80	-40	0	0	0	0
S1	0	2	1	1	0	450	450/2
S2	0	1	4	0	1	400	400

أقل قيمة
موجبة

الصف
المحوري

المتغير الخارج

نقوم بالحسابات الضرورية من اجل تحسين الحل الأولي فنصل الى الجدول الآتي

Non- Basic var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2		
Z	1	0	0	40	0	18000	
x1	0	1	1/2	1/2	0	225	
S2	0	0	7/2	-1/2	1	175	

قراءة الحل:

إنتاج 225 وحدة من المنتج الأول
وتبقى 175 كلغ من المادة الثانية

الحل أمثل لأن كل قيم سطر الحل موجبة أو تساوي صفرا

تصنع شركة منتجين X_1 و X_2 باستهلاك مادتين أوليتين M_1 و M_2 . لصنع الوحدة الواحدة من المنتج X_1 تستهلك 4 كيلوغرام من المادة M_1 و 1 كيلوغرام من M_2 ، ولصنع الوحدة الواحدة من المنتج X_2 تستهلك 2 كيلوغرام من M_1 و 5 كيلوغرام من M_2 .

المطلوب : إذا كانت الكميات المتاحة من M_1 هي 500 كيلوغرام والكمية المتاحة من M_2 هي 350 كيلوغرام، فما هي الكمية المثلى التي يجب إنتاجها من كل منتج علما بأن الربح في الوحدة الواحدة من X_1 هو \$80 والربح في الوحدة من X_2 هو \$ 60 ؟

الموارد المتاحة/ شهريا أقل من أو مساوية	X_2	x_1	
500	2	4	M_1
350	5	1	M_2
	\$60	\$80	الربح

تعديل النموذج

$$\text{Max: } Z = (80 x_1 + 60 x_2 + 0s_1 + 0s_2)$$

$$4x_1 + 2x_2 + s_1 = 500$$

$$x_1 + 5x_2 + s_2 = 350$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

العمود المحوري

كتابة النموذج

$$\text{Max: } Z = (80 x_1 + 60 x_2)$$

$$4x_1 + 2x_2 \leq 500$$

$$x_1 + 5x_2 \leq 350$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

Non- Basic var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H. S
		X1	X2	S1	S2	
Z	1	-80	-60	0	0	0
S1	0	4	2	1	0	500
S2	0	1	5	0	1	350

أقل قيمة موجبة

الصف المحوري

Non- Basic var. Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S
		X1	X2	S1	S2	
Z	1	0	-20	20	0	10000
X1	0	1	1/2	1/4	0	125
S2	0	0	9/2	-1/4	1	225

Non- Basic var. Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية				الثوابت R.H.S
		X1	X2	S1	S2	
Z	1	0	0	680/36	40/9	1100 0
X1	0	1	0	8/36	-1/9	100
X2	0	0	1	-2/36	2/9	50

لأنه لا توجد قيمة سالبة في معاملات دالة الهدف فهذا يعني أننا وصلنا إلى الحل الأمثل وهو:

$$X1 = 100$$

$$X2 = 50$$

$$Z = 1100$$

تقوم الشركة الصناعية العامة بإنتاج نوعين من الدفاتر المدرسية: دفاتر كتابة، وكراس رسم، ولإتمام العملية الإنتاجية؛ لابد من استخدام آلة، وعدد معين من ساعات العمل، والوقت المتاح للآلة هو 24 ساعة، بينما الوقت المتاح من عنصر العمل هو 16 ساعة.

تحتاج كل وحدة منتجة من دفاتر الكتابة إلى ساعتين من الآلة، وساعتين من العمل، بينما تحتاج كل وحدة من كراس الرسم إلى 3 ساعات من الآلة و ساعة واحدة من العمل.

ما هو المزيج الإنتاجي الأمثل إذا كان سعر كل وحدة مبيعة من دفاتر الكتابة \$12 ، ومن كراس الرسم \$14، و أن الشركة تستطيع أن تبيع سبع وحدات فقط من المنتج الأول ، وست وحدات من المنتج الثاني .

الموارد المتاحة/ شهريا أقل من أو مساوية	X2	x1	
24 ساعة	3	2	الآلة
16 ساعة	1	2	ساعات العمل
7	-	1	السوق الاول
6	1	-	السوق الثاني
	\$14	\$12	الربح

تعديل النموذج

$$\text{Max: } Z = (12 x_1 + 14 x_2 + 0s_1 + 0s_2 + 0s_3 + 0s_4)$$

$$2x_1 + 3x_2 + s_1 = 24$$

$$2x_1 + x_2 + s_2 = 16$$

$$x_1 + s_3 = 7$$

$$x_2 + s_4 = 6$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

كتابة النموذج

$$\text{Max: } Z = (12 x_1 + 14 x_2)$$

$$2x_1 + 3x_2 \leq 24$$

$$2x_1 + x_2 \leq 16$$

$$x_1 \leq 7$$

$$x_2 \leq 6$$

$$x_1 \geq 0$$

$$x_2 \geq 0$$

بعد اتباع الإجراءات المعهودة سنصل للحل الأمثل التالي

$$x_1 = 6$$

$$x_2 = 4$$

$$Z = 128$$