Chapitre № 01 : Résolution des équations non linéaires

TP № 02 Méthode du point fixe:

I – Le point fixe d'une fonction :

Avant d'aborder la méthode des points fixes, il est important de définir qu'est un point fixe d'une fonction.

Par **définition**, un point fixe d'une fonction g*(x)* est une valeur de *x* qui reste invariante pour cette fonction, c'est-à-dire toute solution de x=g (x*)* est un point fixe de la fonction *g(x)*.

Pour déterminer le point fixe d'une fonction il suffit d'effectuer les itérations suivantes :

$$\begin{cases} x_0 \; donné \\ x_{n+1} = g(x_n) \end{cases}$$

On peut résoudre des équations non linéaires de la forme *f(x)=0* en utilisant l'algorithme des points fixes. Il suffit pour ce faire de transformer l'équation *f(x)=0* en un problème équivalent de la forme *x=g(x).* L'ennui, c'est qu'il y a une infinité de façons différentes de le faire.

II- Algorithme des points fixes :

1- Etant donné un critère d'arrêt (tolérance) *tol*
2- Etant donné *itmax* le nombre maximale des itérations
3- Etant donné x_0 une valeur estimée initiale du point fixe.
4- Effectuer $x_{n+1}=g(x)$
5- Si $f(x_{n+1})< tol$
    - Tolérance acceptée
    - Ecrire la solution x_{n+1}
    - Arrêter
6- Si le nombre maximale *itmax* est atteint :
    - Convergence non atteinte
    - Arrêter
7- Retour à l'étape 4

II- Exercice :

Dans ce TP, il est demandé de trouver la racine de la fonction $f(x) = x \quad cos(x)$, en utilisant la méthode du point fixe suivant l'algorithme précédente (écrire le code Matlab).

On donne : tolérance = $10^{\ 6}$, les valeurs initiales sont $x_0 = 0.8$.