

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

**MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**

UNIVERSITÉ MOHAMED KHIDER – BISKRA-

**FACULTÉ DES SCIENCES EXACTES ET DES SCIENCES DE LA
NATURE ET DE LA VIE**

DÉPARTEMENT DES SCIENCES DE LA MATIÈRE

Polycopié

Physique

Cours et Exercices Résolus

1^{ère} année Licence Biologie

Dr. BOUDAIRA Boukhemis MC.B

Novembre 2020

Préface

Ce document photocopie correspond au support de cours de Physique enseigné en première année dans le domaine de sciences naturelles et de vie (SNV). Il constitue une introduction sur les grandeurs physiques et un calcul de divers types d'erreurs et d'incertitudes de mesure, l'optique géométriques et la mécanique des fluides. Ces applications se manifestent dans plusieurs phénomènes physiques très importants dans divers domaines biologiques et médicaux qui nécessitent une connaissance de base dans le milieu. Ce présent photocopie de cours que je présente, dans le cadre de mon habilitation (HDR) est destiné essentiellement aux étudiants des tronc-communs de Sciences de la Nature et de la Vie (SNV), science de matière SM et sciences biomédicales pour bien comprendre les notions de bases de la physique qui peuvent être exploitées dans le domaine. Le but de ce cours est d'offrir un large exposé dans les phénomènes physiques en biologie afin de comprendre tout les mécanismes utiles à cette matière. Les différents modes d'application de cette science y sont exposés, à savoir les différentes méthodes de calcul d'incertitude de mesure physique, la compréhension des Principes de l'optique géométriques et propagation de la lumière et un rappel intéressant de quelques notions fondamentales de la mécanique des fluides.

Ce document photocopie fournit à la fois une description des phénomènes et des mécanismes en jeu, ainsi que des méthodes de base permettant de les quantifier, en s'appuyant sur les approches analytiques et expérimentales.

A cet égard, on note aussi que la plupart des chapitres sont appuyés par un nombre des exercices et des exemples concrets dans le domaine.

Ce photocopie de cours représente également une synthèse des cours que j'ai assurés depuis mon recrutement en 2013 à 2020 au sein de département de biologie à l'université de Biskra.

Tables des Matières

Physique, Cours et Exercices Résolus

Tables des matières

I. Rappels mathématiques.....	01
I.1. Grandeurs et unités physiques.....	01
a- Définition.....	01
b- Grandeurs fondamentales et grandeurs dérivées.....	01
c- Système international d'unités (SI).....	02
I.2. Analyse dimensionnelle.....	03
I.2.1. Dimension.....	03
a- Définition.....	03
b- Homogénéité d'un résultat.....	04
I.2.2. Changement de systèmes de grandeurs.....	04
I.3. Incertitudes et calculs d'erreurs.....	05
a-Incertitudes.....	05
b- Erreurs.....	06
c- Calcul d'erreur-incertitude.....	06
d- Théorème des erreurs-incertitudes.....	06
I. 4. Quelques applications.....	07
a- Cas d'une somme ou d'une différence.....	07
b- Cas d'un produit, d'un rapport ou d'une puissance.....	07
TD N°01- Rappels mathématiques-.....	08
Réponses aux exercices de TD N°01.....	09
C h a p i t r e II: Optique géométrique.....	10
II.1. Introduction.....	10
II.2. Caractéristiques d'un milieu optique.....	10
II.3. Hypothèses fondamentale	10
II.3.1. Lois de Snell-Descartes.....	10
II.4. Notion d'objet, d'image et de système optique.....	11
II.5. Conditions de stigmatisme approché (Approximation de Gauss).....	13
II.6. Réfraction.....	15
II.6.1. Dioptré plan.....	15
a- Grandissement d'un dioptré plan.....	16
b- Formule de Lagrange-Helmholtz.....	17
II.6.2. Lame à faces parallèles.....	17
II.6.3. Le prisme.....	19
1. Étude de la marche du rayon.....	19
2. Déviation du prisme.....	20
TD N° 02-Optique géométrique (propagation de la lumière, dioptrés plans et prisme)-	21
Réponses aux exercices de TD N° 02.....	23
II.6.4. Dioptrés sphériques.....	26
1. Définition.....	26
2. Relations de conjugaison.....	26
3. Grandissement.....	27
4. Foyer Image F'.....	28
5. Foyer Objet F.....	28
II.7. Lentilles minces.....	28
II.7.1. Définition.....	28
II.7.2. Types de lentilles.....	29
II.7.3. Notion de foyers.....	29
a-Foyer image.....	29
b-Foyer objet.....	30

Physique, Cours et Exercices Résolus

<i>II.7.4. Plans focaux.....</i>	<i>31</i>
<i>a. Relations de conjugaison.....</i>	<i>31</i>
<i>b. Relations de Newton: origine aux foyers.....</i>	<i>31</i>
<i>c- Relations de Descartes: origine au centre.....</i>	<i>32</i>
<i>II.7. 5. Lentilles accolées.....</i>	<i>32</i>
<i>II.7. 6. Construction des images.....</i>	<i>32</i>
<i>a- Lentille convergente.....</i>	<i>33</i>
<i>b- Lentille divergente.....</i>	<i>34</i>
<i>TD N° 03- Optique géométrique (Dioptries sphériques et lentilles minces)-.....</i>	<i>36</i>
<i>Réponses aux exercices de TD N° 03.....</i>	<i>37</i>
II.8. Réflexion.....	40
<i>II.8.1. Miroir plan.....</i>	<i>40</i>
<i>II.8-2. Miroir sphérique.....</i>	<i>41</i>
<i>II.8.2.1. Définition.....</i>	<i>41</i>
<i>II.8.2.2. Formule de conjugaison et grandissement avec origine au sommet.....</i>	<i>42</i>
<i>II.8.2.3. Formule de conjugaison et grandissement avec origine aux foyers.....</i>	<i>44</i>
<i>II.8.2.4. Formule de conjugaison et grandissement avec origine au centre.....</i>	<i>45</i>
II.9. Instruments optiques.....	45
<i>II.9.1. L'Œil.....</i>	<i>45</i>
1. <i>L'indice optique.....</i>	<i>47</i>
2. <i>Ponctum Proximum.....</i>	<i>47</i>
3. <i>Ponctum Remotum.....</i>	<i>48</i>
4. <i>Formation de l'image par l'œil.....</i>	<i>48</i>
<i>II.9.2. Les défauts de l'œil.....</i>	<i>48</i>
<i>a- Myopie.....</i>	<i>48</i>
<i>b- Hypermétropie.....</i>	<i>49</i>
<i>c- L'astigmatisme.....</i>	<i>49</i>
<i>d- La presbytie.....</i>	<i>49</i>
<i>II.9.3. Correction des défauts de l'œil.....</i>	<i>50</i>
<i>a- Correction de l'Hypermétropie.....</i>	<i>50</i>
<i>b- Correction de l'Hypermétropie.....</i>	<i>50</i>
<i>TD N°04 - Optique géométrique (miroirs plans et sphériques et l'œil réduit)-.....</i>	<i>51</i>
<i>Réponses aux exercices de TD N° 04.....</i>	<i>52</i>
III. Mécaniques des fluides.....	56
III.1. Introduction.....	56
1. <i>État solide.....</i>	<i>56</i>
2. <i>État liquide.....</i>	<i>56</i>
3. <i>État gazeuse.....</i>	<i>56</i>
III.2. Les Propriétés des Fluides.....	57
<i>a- La Densité.....</i>	<i>57</i>
<i>b- Densité relative.....</i>	<i>57</i>
<i>c- Pression des fluides.....</i>	<i>57</i>
<i>d- Théorème de Pascal.....</i>	<i>57</i>
<i>e- Théorème D'Archimède.....</i>	<i>58</i>
<i>f- La viscosité.....</i>	<i>58</i>
III.3. Statique des fluides.	59
III.4. Dynamique des fluides incompressibles.....	60
1. <i>Définitions.....</i>	<i>60</i>
2. <i>Équation Générale d'Écoulement ou Équation de Bernoulli.....</i>	<i>62</i>
<i>a- Cas des Fluides Parfaits (non visqueux).....</i>	<i>62</i>
<i>b- Cas des Fluides réels (visqueux).....</i>	<i>62</i>

Physique, Cours et Exercices Résolus

TD N°05 et 06 -Mécanique des fluides (Hydrostatique et Dynamique)-.....	63
Réponses aux exercices de TD N° 05et 06.....	64
Références Bibliographiques.....	65

Chapitre I

Rappels Mathématiques

I. Rappels mathématiques

I.1. Grandeurs et unités physiques

a- Définition

La Physique "en tant que science" est une activité humaine qui s'intéresse à l'étude rationnelle des phénomènes naturels. C'est à partir de l'observation, de l'expérimentation, de la mathématisation, de l'analyse épistémologique et de la mise en place d'outils conceptuels que le physicien et la physicienne construisent des théories et des modèles dont les prévisions se doivent d'être en accord avec un maximum de phénomènes observés dans la nature ou expérimentés en laboratoire.

Ce terme (Physique) aussi joue un rôle très important en biologie, en médecine puisque les phénomènes comme la montée de la sève dans les végétaux, l'ouïe, la vue, la tension artérielle, ...etc. sont des problèmes qui ne peuvent être expliqués sans les lois de la physique.

Les lois physiques sont exprimées par des formules mathématiques. Pour décrire ces lois, la physique fait appel aux notions de grandeurs physiques. Chacune d'elles doit être bien définie et nous devons savoir la mesurer. Il existe deux types de grandeurs:

- Scalaires : la longueur, le temps, comme la masse, ...etc ;
- Vectorielles : qui sont caractérisées par un sens, une direction, un module et un point d'application. Par exemple, la vitesse, la force, ... etc.

b- Grandeurs fondamentales et grandeurs dérivées

La mesure de quelques grandeurs physiques exige l'utilisation d'étalons préalablement choisis, par exemple, pour mesurer les distances, il faut être en possession d'un étalon de longueur qui est le mètre, pour mesurer le temps, il faut avoir une horloge étalon synchronisée avec la rotation de la terre autour de son axe.

Les étalons de grandeurs physiques ne doivent pas varier pendant la mesure ou au cours du temps. Ils sont conservés au Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) dans les conditions stationnaires. Pour les mesures ordinaires, on se sert des copies fideles de ces étalons. Les grandeurs pour la mesure desquelles on a choisi des étalons sont dites grandeurs fondamentales. Les différentes grandeurs fondamentales doit être minimum parce qu'ils sont très difficiles de contrôler et d'assurer l'invariabilité des étalons dans le temps. Les grandeurs qui restent dont la mesure ramène à celle des grandeurs fondamentales sont dites grandeurs dérivées.

Les grandeurs fondamentales doivent être indépendantes entre elles. Par exemple, la longueur et la masse sont indépendantes mais la longueur et la vitesse ne le sont pas puisque la vitesse dépend de la longueur.

c- Système international d'unités (SI)

L'ensemble des méthodes de mesure et des unités des grandeurs fondamentales constitue ce qu'on appelle un système d'unités. Il existe plusieurs systèmes d'unités mais le plus usuel est le système international (SI) qui repose sur sept grandeurs fondamentales:

Grandeur	Symbole	Unité
Longueur	L	Mètre (m)
Masse	M	Kilogramme (Kg)
Temps	T	Seconde (S)
Intensité de courant électrique	I	Ampère (A)
Température thermodynamique	θ	Kelvin (K)
Quantité de matière	N	Mole (mol)
Intensité lumineuse	J	Candela (cd)

Ils existent aussi d'autres grandeurs supplémentaires:

Angle plan	A	Radian (rd)
Angle solide	Ω	Stéradian (sr)

Par souci de commodité, certaines unités dérivées ont reçu un nom spécial et un symbole particulier. Ces noms et symboles peuvent eux-mêmes être utilisés pour exprimer d'autres unités dérivées. Les noms spéciaux et les symboles particuliers permettent d'exprimer, sous une forme condensée, des unités fréquemment utilisées.

Le tableau suivant donne des unités dérivées fréquemment utilisées en physique et qui ont un nom spécifique:

Grandeur dérivée	Unité	SI
Fréquence	Hertz (Hz)	S^{-1}
Force	Newton (N)	$m.Kg.S^{-2}$
Pression	Pascal (Pa (=N.m ⁻²))	$m^{-1}.Kg.S^{-2}$
Différence de potentiel électrique	Volt (V (=W.A ⁻¹))	$m^2.kg.S^{-3}.A^{-1}$

Le tableau ci-dessous donne quelques exemples d'unités dérivées mais qui n'ont pas reçu de nom spécifique:

Grandeur dérivée	Unité	SI
Tension superficielle	Newton par mètre (N/m)	$Kg.S^{-2}$
Viscosité	Pascal. Seconde (Pa.S)	$m^{-1}.Kg.S^{-1}$
Champ électrique	Volt par mètre (V/m)	$m.Kg.S^{-3}.A^{-1}$

Il existe aussi des unités en dehors du SI dont la valeur en unité SI est obtenue

expérimentalement comme la suivante:

Nom	Symbole	Valeur en unités SI
Électronvolt	eV	1 eV = 1,06021773349.10 ⁻¹⁹ J
Unité de masse atomique	u	1 u = 1,660540210.10 ⁻²⁷ Kg
Unité astronomique	ua	1 ua = 1,4959787069130.10 ¹¹ m

I.2. Analyse dimensionnelle

I.2.1. Dimension

Concernant les unités, nous utilisons le système international noté SI ou MKSA pour Mètre Kilogramme Seconde Ampère.

a- Définition

La dimension est la grandeur physique associée à un objet physique indépendamment de l'unité utilisée pour la mesure de l'objet. Ainsi :

- la dimension « longueur » sera notée L et son unité m;
- la dimension « masse » sera notée M et son unité kg.
- la dimension « temps » sera notée T et son unité s.

On dit que deux quantités physiques sont « homogènes » si elles ont la même dimension. Toute grandeur dérivée **G** peut être exprimée en fonction des grandeurs fondamentales (Longueur, Masse, Temps, Intensité de courant,...) selon l'expression suivante:

$$[G] = L^a M^b T^c I^d \theta^e \mu^f J^j$$

Avec : a, b, c et d sont des nombres réels. L'expression $[G] = L^a M^b T^c I^d$ est l'équation aux dimensions de la grandeur G.

Exemples:

- La vitesse v d'un objet est le rapport d'une longueur sur un temps, on écrit alors: $[v] = L T^{-1}$. On utilise des crochets [] pour exprimer le fait qu'on ne s'intéresse qu'à la dimension de l'objet considéré.
- L'accélération a pour dimension: $[\gamma] = L T^{-2}$.

L'analyse dimensionnelle va nous permettre de retrouver facilement les formules physiques et d'éviter les erreurs dues aux unités puisque toutes les relations entre les grandeurs physiques sont homogènes de point de vue dimensions.

Remarque: Certaines grandeurs dérivées G sont définies par une équation aux grandeurs telle que tous les exposants dimensionnels entrant dans l'expression de la dimension de G sont égaux à zéro. En particulier, pour une grandeur définie comme le rapport entre deux grandeurs de même nature. Ces grandeurs sont décrites comme étant *sans dimension*, ou de *dimension un*.

b- Homogénéité d'un résultat

Une équation est dite *homogénéité* si ses deux membres ont la même dimension.

Remarque: Tout résultat non homogène est nécessairement faux. Par contre, un résultat homogène n'est pas forcément le bon.

Exemples:

1- Comme chacun sait, *Einstein* a trouvé que l'énergie $E = m \cdot c^2$ et on va vérifier l'homogénéité de cette équation d'Einstein :

On a:

- $[E] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$
- $[mc^2] = [m] \cdot [c^2] = M \cdot L^2 \cdot T^{-2}$

On peut dire l'équation d'Einstein est homogène du point de vue analyse dimensionnelle.

2- Vérification de l'homogénéité de l'équation: $E = 4mc^2$, On a :

- $[E] = M L^2 T^{-2}$
- $[4mc^2] = [m] \cdot [c^2] = M L^2 T^{-2}$

On peut dire l'équation précédente est homogène du point de vue analyse dimensionnelle. Un résultat bon mais avec une équation fautive.

c- Règles d'homogénéité

- On ne peut additionner que des termes homogènes ;
- L'argument d'une fonction mathématique transcendante (exp, ln, cos, sin, tan. . .) est nécessairement sans dimension ;
- On doit éviter de remplacer le symbole d'une grandeur par sa valeur numérique ;
- Un vecteur ne peut être ajouté qu'à un vecteur et non à un scalaire.

1.2.2. Changement de systèmes de grandeurs

Pour écrire l'équation aux dimensions d'une grandeur donnée G dans un système de grandeurs fondamentales quelconques différent du SI, on procède comme suit :

- Ecrire l'équation aux dimensions de la grandeur G dans le SI et dans le nouveau système avec des exposants inconnus ;
- Ecrire les équations aux dimensions de toutes les grandeurs du nouveau système dans le SI ;
- Déterminer les inconnus par l'analyse dimensionnelle en respectant l'homogénéité des expressions ;
- Ecrire l'équation aux dimensions de G dans le nouveau système d'unités.

Exemple:

Supposons que l'on prenne pour grandeurs fondamentales la force (F), la masse volumique (ρ) et la fréquence (N). Quelles sont alors les dimensions de l'énergie E et de la force F?

Solution:

Les dimensions habituelles de l'énergie sont:

$$[E] = L^2 M T^{-2}$$

Évaluons Les dimensions de L , M et T en fonction des nouvelles grandeurs fondamentales. Des relations:

$$[P] = L^{-1} M T^{-2}, \quad \rho = L^2 M T^{-2}, \quad [N] = T^{-1}$$

On tire:

$$[T] = N^{-1}$$

$$\frac{P}{\rho} = L^2 T^{-2} \rightarrow [L] = P^{1/2} \rho^{-1/2} N^{-1}$$

$$\text{Et } [M] = \rho[L^3] \rightarrow [M] = P^{3/2} \rho^{-1/2} N^{-3}$$

Les dimensions de E sont alors:

$$[E] = P^{5/2} \rho^{-3/2} N^{-3}$$

Et celle de F:

$$[F] = M L T^{-2}$$

Soit:

$$[F] = P^2 \rho^{-1} N^{-2}$$

I.3. Incertitudes et calculs d'erreurs

En métrologie, l'erreur de mesure qui représente la différence entre la valeur mesurée et la valeur exacte (bien souvent inconnue) d'une grandeur physique joue un rôle primordial dans toutes les sciences des mesures quantitatives. En outre, dans ce chapitre nous essayons de définir et d'éclairer la notion d'incertitude de mesure à nos étudiants pour qu'ils ne confondent pas entre termes calcul d'incertitude et calcul d'erreur.

a- Incertitudes

Lorsqu'on mesure une grandeur physique quelconque G , on ne peut jamais obtenir une valeur exacte, mais une valeur plus ou moins approximative. La différence entre la valeur

mesurée et la valeur exacte est appelée erreur. Mais comme nous ne connaissons pas la valeur exacte, nous ne pouvons pas connaître l'erreur commise et le résultat est encore incertain. Pour cette raison, il faut parler des incertitudes de mesure ΔG qui apparaissent dans l'expression ci-dessous:

$$G = G_{ex} \pm \Delta G$$

Exemple : lorsqu'on désire mesurer une longueur L à l'aide d'une règle graduée, la valeur numérique obtenue est 5.32 m et on suppose que l'incertitude de mesure est évaluée à 0.02 m, le résultat de la mesure est donc écrit sous la forme [3]:

$$L = (5.32 \pm 0.02) \text{ m.}$$

b- Erreurs

Lors des mesures physiques, il existe plusieurs types d'erreurs:

- **Les erreurs systématiques:** qui restent essentiellement les mêmes lorsqu'on travaille dans des conditions identiques.
- **Les erreurs accidentelles ou fortuites:** qui se produisent toujours, sont souvent dues à des causes difficiles à connaître telles que: vibrations, variations temporaires de température, mauvais contacts dont la résistance électrique en fonction du courant et du temps. Cependant, les erreurs de nature aléatoire ne peuvent être résolues qu'en répétant des mesures avec des calculs de moyennes justifiés par des considérations statistiques.
- **Les erreurs personnelles:** qui sont imputables à toutes les fautes physiques et intellectuelles de l'expérimentateur. Par exemple, lors de la lecture des erreurs indiquées sur l'équipement utilisé. Ainsi que les erreurs obtenues dans la valeur donnée par l'appareil de mesure, où cette erreur est due à la relation : $X_m = \frac{C X_m}{100}$ (%) avec C représente le calibre utilisé dans la mesure qui se trouve sur chaque appareil et qui indique la plus grande erreur absolue commise.

c- Calcul d'erreur-incertitude

Lorsque nous répétons plusieurs fois la mesure d'une quantité physique G , on obtient des nombres légèrement différents. Si nous notons que X est la valeur exacte (vraie) de G et X_{ex} est le résultat expérimental de la mesure, la différence $\delta G = X - X_{ex}$ est appelée erreur absolue de la mesure. Comme cette erreur n'étant pas connue, on il faut rechercher une limite supérieure ΔG , appelée incertitude absolue, telle que $|\delta G| = \Delta G$.

Remarque: le rapport $\frac{\Delta G}{G}$ est appelé incertitude relative.

d- Théorème des erreurs-incertitudes

Soit une grandeur physique G , que l'on voudrait mesurer indirectement (c'est-à-dire pour obtenir sa valeur on doit mesurer d'autres grandeurs reliées par une loi physique). Exemple : pour calculer l'aire d'un rectangle donnée par la relation: $G = L.l$, on mesure la longueur L et la largeur l du rectangle et on en déduit la valeur de G . Supposons maintenant que G est liée aux grandeurs physique indépendantes x, y, z par une relation : $G = f(x, y, z)$

On écrit la différentielle totale de cette fonction: $\partial f = \frac{\partial f}{\partial x} \partial x + \frac{\partial f}{\partial y} \partial y + \frac{\partial f}{\partial z} \partial z$, avec

$\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ et $\frac{\partial f}{\partial z}$ sont respectivement les dérivées partielles de la fonction f par rapport aux variables x, y, z

Où $\frac{\partial f}{\partial x}$: représente la dérivée de f par rapport à x quand y et z sont supposés constants.

Le principe du calcul d'erreurs est basé sur le fait d'assimiler les erreurs absolues $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ (erreurs absolues sur les variables x, y ou z) aux valeurs absolues des différentielles dx, dy, dz comme suit $\Delta x = |dx|, \Delta y = |dy|$ et $\Delta z = |dz|$.

Puisque le sens des erreurs n'est pas connu, il est nécessaire de prendre les différentielles et les dérivées partielles en valeur absolue, donc la relation fondamentale de l'erreur est donnée par : $\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \Delta z$

I. 4. Quelques applications

a- Cas d'une somme ou d'une différence

Soit la fonction f définie par: $f = x + y - z$, qui nous permet d'écrire $\frac{\partial f}{\partial x} = 1, \frac{\partial f}{\partial y} = 1, \frac{\partial f}{\partial z} = -1$.

Donc l'erreur de Δf s'écrit comme

$$\Delta f = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \Delta z \implies \Delta f = \Delta x + \Delta y + \Delta z$$

b- Cas d'un produit, d'un rapport ou d'une puissance

Soit la fonction G définie par: $G = k \frac{x^a y^b}{z^c}$

Où x, y et z sont des grandeurs que l'on mesure et k, a, b et c sont des constantes.

Dans ce cas, l'incertitude relative du résultat est obtenue en utilisant la procédure suivante: On applique la fonction logarithme aux deux membres de la relation

$$\log G = \log \left(k \frac{x^a y^b}{z^c} \right) = a \log x + b \log y - c \log z$$

Ensuite, nous appliquons la dérivée différentielle suivante:

$$\frac{\partial G}{G} = a \frac{\partial x}{x} + b \frac{\partial y}{y} - c \frac{\partial z}{z}$$

Enfin, nous aurons l'incertitude relative suivante:

$$\frac{\Delta G}{G} = a \frac{\Delta x}{x} + b \frac{\Delta y}{y} + c \frac{\Delta z}{z}$$

TD N°01- Rappels mathématiques-**Exercice 01:**

La force d'attraction qui s'exerce entre deux points matériels de masse m et m' , séparés par une distance r , est donné en module par la loi de *Newton*:

$$F = G \frac{m m'}{r^2}$$

-Donner les dimensions de la constante de gravitation G .

Exercice 02:

La valeur moyenne $\langle E \rangle$ de l'énergie cinétique totale de translation des molécules d'un gaz est donnée par:

$$\langle E \rangle = \frac{3}{2} K_B \theta$$

Où θ représente la température absolue.

-Quelles sont les dimensions de la constante de Boltzmann K_B ?

Exercice 03:

L'expérience démontre que la force subie par une sphère immergée dans un fluide en mouvement dépend du coefficient de viscosité η du fluide, du rayon r de la sphère et de leur vitesse relative v .

-Trouver l'expression de cette force en la supposant de la forme: $F = K \eta^x r^y v^z$

Où K est un coefficient numérique sans dimension. On rappelle que $[\eta] = L^{-1} M T^{-1}$.

Exercice 04:

Soit un pendule simple avec la loi suivante: $g = 4\pi^2 l / T^2$, on mesure la longueur l et la période T , on trouve les valeurs: $l = (1 \pm 0.001) \text{ m}$ et $T = (2 \pm 0.004) \text{ s}$.

1-Donnez le résultat de la mesure de la pesanteur ($g_0 = \pm \Delta g$) et sa précision $\frac{\Delta g}{g_m}$ En

mesurant la densité volumique ρ , la hauteur h et la masse d'un cylindre, on obtient :

$$\rho = (2 \pm 0.002) \text{ g/cm}^3, h = (9.97 \pm 0.001) \text{ cm}, m = (1578.5 \pm 0.5) \text{ g}.$$

2-Démontrez la valeur mesurée de rayon r du cylindre.

Exercice 05:

La mesure de la hauteur h et de diamètre D d'un cylindre à l'aide d'un pied à coulisse a donnée $h = D = 4.000 \pm 0.005 \text{ cm}$.

-Calculer le volume du cylindre avec son incertitude absolue.

TD N°01-Réponses des exercices:**Exercice 01:**

-Comme: $[F] = [m\gamma] = ML T^{-2} \rightarrow [G] = \frac{[F][r]^2}{[m][m']} = (LMT^{-2})(L^2)(M^{-1})(M^{-1}) = L^3 M^{-1} T^{-2}$

Exercice 02:

-De: $K_B = \frac{2\langle E \rangle}{3\theta} \rightarrow [K_B] = \frac{[E]}{[\theta]} = L^2 M T^{-2} \theta^{-1}$

Exercice 03:

- On a: $[F] = [K][\eta^x][r^y][v^z] \rightarrow L M T^{-2} = (L^{-1} M T^{-1})^x L^y L^z T^{-z}$

Par identification, on tire: $x = 1; y = 1$ et $z = 1 \rightarrow F = K \eta r v$ (c'est la formule de Stokes).

Exercice 04:

1- $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \rightarrow \ln(g) = \ln\left(\frac{4\pi^2 l}{T^2}\right) \rightarrow \frac{\Delta g}{g_m} = \frac{\Delta l}{l_m} + |-2| \frac{\Delta r}{r_m}$ avec $g_m = \frac{4\pi^2 l_m}{r_m^2} = \pi^2 = 9.87 \text{ ms}^{-2}$

$\rightarrow \Delta g = g_m \left(\frac{\Delta l}{l_m} + 2 \frac{\Delta r}{r_m} \right) \approx 0.05 \text{ ms}^{-2} \rightarrow g = (9.87 \pm 0.05) \text{ ms}^{-2}$ et $\frac{\Delta g}{g_m} = 5.10^{-3} = 0.5\%$

Exercice 05:

-Volume d'un cylindre: $V = \pi \frac{D^2}{4} h = 3.14 * \frac{4^2}{4} * 4 = 50.24 \text{ cm}^3$

-Incertitude absolue: $\Delta V = \left| \frac{\partial V}{\partial D} \right| \Delta D + \left| \frac{\partial V}{\partial h} \right| \Delta h = \frac{2\pi D h}{4} \Delta D + \frac{\pi D^2}{4} \Delta h = 0.19 \text{ cm}^3$

-Résultat avec son incertitude: $V = (50.24 \pm 0.19) \text{ cm}^3$

Chapitre II

Optique Géométrique

Chapitre II: Optique géométrique**II.1. Introduction**

La lumière est une onde électromagnétique et sa propagation est régie par les équations de Maxwell, ces grandeurs caractéristiques sont sa longueur d'onde et sa fréquence. Dans le cadre de l'optique géométrique, les longueurs d'onde de la lumière sont supposées petites comparées aux dimensions caractéristiques des instruments optiques. On considère alors que le chemin suivi par la lumière est décrit par un rayon lumineux. Cette notion de rayon lumineux est essentielle car elle constitue la base de l'optique géométrique.

II.2. Caractéristiques d'un milieu optique

➤ Un milieu optique est dit:

- *transparent* s'il laisse passer la lumière (par opposition à un milieu opaque) ;
- *homogène* si ses caractéristiques optiques sont indépendantes de l'espace ;
- *isotrope* si ses caractéristiques optiques sont indépendantes de la direction selon laquelle se propage le rayon lumineux.

➤ l'indice optique :

On définit l'indice optique n d'un milieu par le rapport de la vitesse de propagation d'une onde dans le vide, c , à celle, v , de la même onde dans le milieu considéré: $n = \frac{c}{v} > 1$.

Plus l'indice d'un milieu est élevé, plus le milieu est *réfringent*. Dans un milieu transparent inhomogène, l'indice optique n dépend du point de l'espace considéré dans ce milieu.

II.3. Hypothèses fondamentale

Afin de déterminer la trajectoire des rayons lumineux lors de la traversée d'une succession de milieux transparents et homogènes, *Fermat et Snell-Descartes* ont proposé les principales lois qui décrivent le comportement d'un rayon lumineux lors du passage entre deux milieux.

Le principe de Fermat prévoit que le trajet suivi par la lumière du point A au point A' est celui pour lequel le chemin optique est extrémal.

II.3.1. Lois de Snell-Descartes

La loi de *Snell-Descartes* qui décrit le comportement de la lumière à l'interface de deux milieux peut être représentée par une équation mathématique permettant de calculer les angles incidents et réfractés ainsi que les indices de réfraction absolus des milieux en présence.

II.3.2. Réflexion et réfraction

Un rayon lumineux et la normale au point d'incidence sur la surface d'un dioptre ou d'un miroir définissent un plan appelé plan d'incidence. Si i_1 désigne l'angle d'incidence, i' l'angle réfléchi et i_2 l'angle réfracté par rapport à la normale les lois de Descartes s'énoncent :

a- Pour la réflexion, on a: $i' = i_1$.

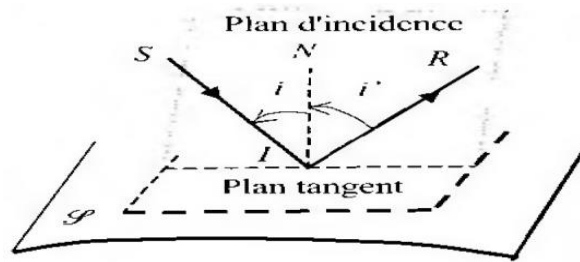


Fig. II-1

b- Pour la réfraction, on a : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

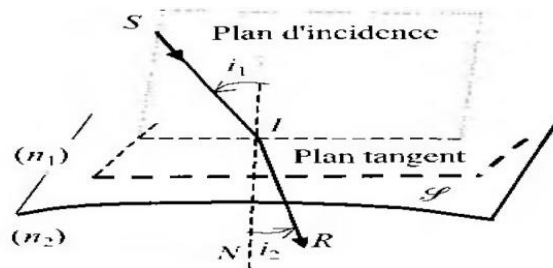


Fig. II-2

Où n_1 représente l'indice de réfraction du rayon incident et n_2 représente l'indice de réfraction du rayon réfracté.

On note que le rayon réfléchi et le rayon réfracté appartiennent au plan d'incidence.

• **Incidence critique et réflexion totale**

Le rayon réfléchi existe toujours ; en revanche, si le rayon se propage d'un milieu vers un autre milieu moins réfringent, il existe un angle d'incidence critique i_c tel que :

$$\sin i_c = \frac{n_2}{n_1}$$

II.4. Notion d'objet, d'image et de système optique

• **Système optique**

Un système optique est constitué d'un ensemble de surfaces, en général de révolution, qui séparent des milieux transparents le plus souvent homogènes et isotropes d'indices de réfraction variés. Ce système permet d'obtenir un objet lumineux, par lui même ou convenablement éclairé, une image pouvant être réelle ou virtuelle .

• **Images données par un système optique**

Soit un système optique (S). On dit qu'un point A' est l'image d'un point A à travers (S) (ou bien on dit que A et A' sont conjugués à travers (S)) si à tous les rayons incidents dont les supports passent par A, correspondent des rayons émergents dont les supports passent tous par A'.

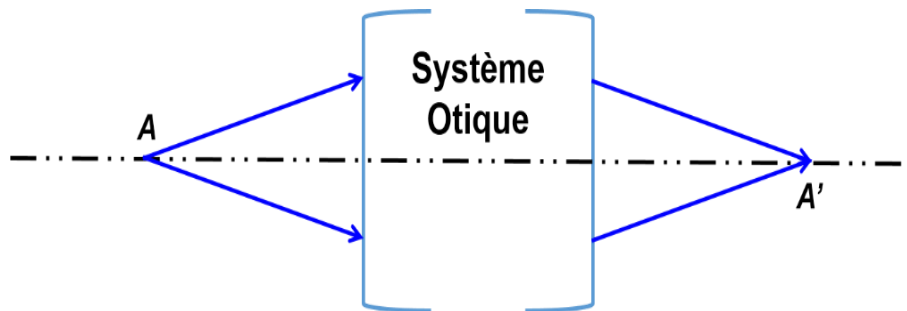


Fig. II-3

• Objets, images et espaces réels

Lorsque les rayons incidents passent effectivement par A , on dit que A est un objet réel. On remarque que, dans le cas d'un point objet réel A , les chemins optiques $[AI]$, $[AJ]$ et $[AK]$ ont des valeurs algébriques positives puisque les sens de parcours de A vers les différents points d'incidence (I, J, K) sur la face d'entrée du système optique (S) s'effectuent dans le sens de la lumière. Lorsque les rayons émergents passent effectivement par A' , on dit que A' est une image réelle. Dans ce cas également, les chemins optiques $[I'A']$, $[J'A']$ et $[K'A']$ ont des valeurs algébriques positives. On dit donc que les points objet ou image sont réels si les chemins optiques qui partent ou aboutissent à ces points ont des valeurs algébriques positives.

L'espace objet réel comprend tous les points situés en avant de la face d'entrée du système (S): un objet se trouvant dans cet espace est donc réel. L'espace image réel est la région de l'espace située après la face de sortie de (S): une image se formant dans cet espace est donc réelle.

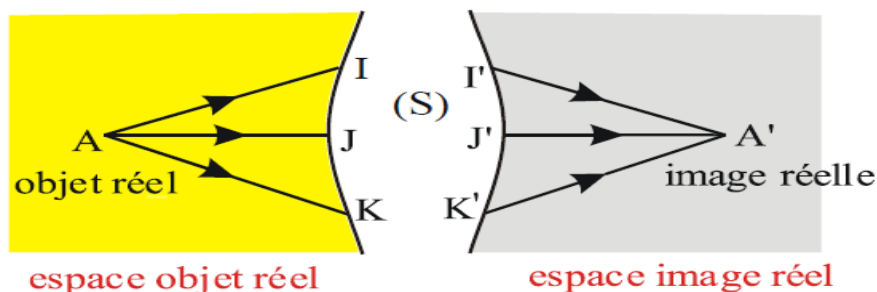


Fig. II-4

• Objets, images et espaces virtuels

On dit que A est un objet virtuel pour le système (S) si ce sont les *prolongements des rayons incidents* qui passent par A .

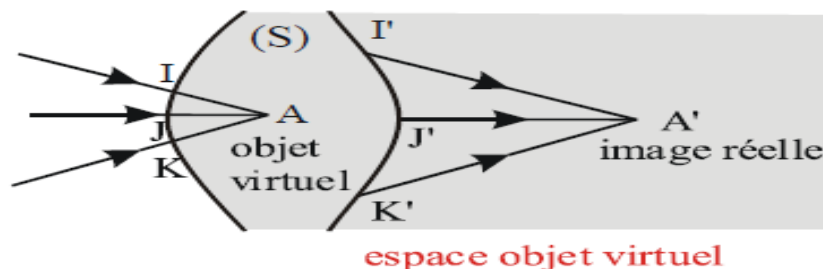


Fig. II-5

On note que les chemins optiques $[AI]$, $[AJ]$ et $[AK]$ ont des valeurs algébriques négatives puisque les sens de parcours de A vers les différents points d'incidence (I, J, K) sur la face d'entrée du système optique (S) s'effectuent dans le *sens inverse de la lumière*. Tous les points situés après la face d'entrée de (S) appartiennent à *l'espace objet virtuel* : un objet se trouvant dans cet espace est donc virtuel.

Si seuls les *prolongements des rayons émergents se coupent en A'*, alors A' est une *image virtuelle* donnée par (S). Les chemins optiques $[I'A']$, $[J'A']$ et $[K'A']$ ont des valeurs algébriques négatives. On dira donc que des points objet ou image sont *virtuels* si les *valeurs algébriques chemins optiques* qui partent ou aboutissent à ces points ont des *négatives*. *L'espace image virtuelle* contient tous les points situés avant la face de sortie de (S) une image se trouvant dans cet espace est donc virtuelle.

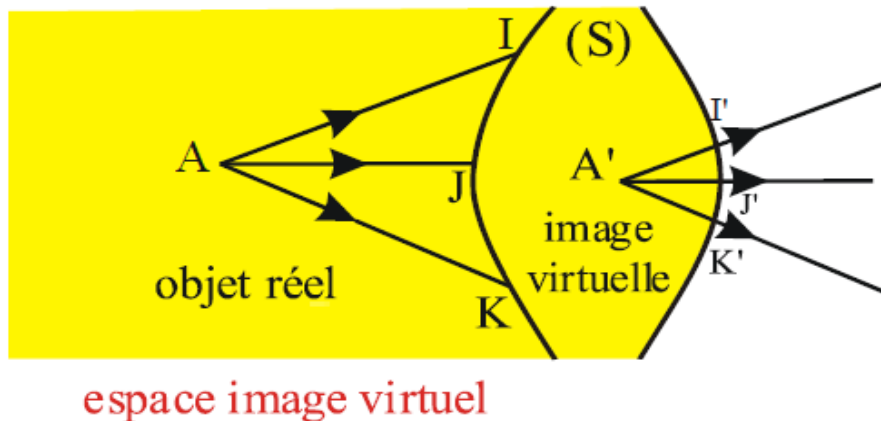


Fig. II-6

II.5. Conditions de stigmatisme approché (Approximation de Gauss)

• *Points sur l'axe*

Un système centré est approximativement stigmatique pour les points de l'axe :

- si l'on ne considère que des rayons faisant un petit angle avec l'axe c'est à-dire des rayons para axiaux.
- si les angles d'incidence des rayons sur les différents dioptrés du système sont faibles de sorte que l'on puisse écrire la loi de la réfraction sous la forme:

$$n_1 i_1 = n_2 i_2$$

Ces conditions sont appelées "conditions de stigmatisme approché de Gauss". Ceci suppose que la partie utile des dioptrés ou des miroirs est restreinte à la région voisine de l'axe optique.

• *Points en dehors de l'axe (Aplanétisme)*

Considérons un système centré stigmatique pour un couple de points A et A' de l'axe. Le chemin optique $[AA']$ est constant et indépendant de la direction u du rayon incident et de la direction de u' du rayon émergent, donc de tout déplacement des points d'incidence et d'émergence I et I' des rayons sur le système. On a : $[AA'] = \text{constante}$ pour $\forall I, I'$.

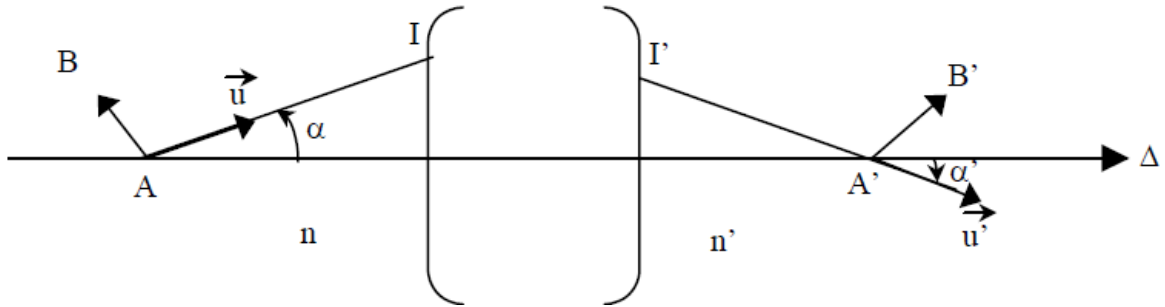


Fig. II-7

Le système sera également stigmatique pour le couple de points B et B' , proches de A et A' , s'il en est de même pour le chemin optique $[BB']$:

$[BB'] = \text{constante}$ quel que soit I, I'

B et B' étant proches de A et A' , on peut écrire :

$$[BB'] = [AA'] + d [AA']$$

$$[BB'] = [AA'] + d (n\vec{u} \cdot \vec{AI}) + d (n'\vec{u}' \cdot \vec{I'A'})$$

Or : $d\vec{u} \perp \vec{u}, d\vec{u}' \perp \vec{u}'$

et $d\vec{AI} = d\vec{AO} + d\vec{OI} = -d\vec{OA} = -\vec{AB}$

$$d\vec{I'A'} = d\vec{I'O} + d\vec{OA'} = d\vec{OA'} = \vec{A'B'}$$

Donc, $[BB'] = \text{constante}$ si l'on a :

$$-n\vec{u} \cdot d\vec{OA} + n'\vec{u}' \cdot d\vec{OA'} = \text{constante}$$

Le système sera donc stigmatique pour le couple de points B et B' si l'on a la relation :

$$-n\vec{u} \cdot \vec{AB} + n'\vec{u}' \cdot \vec{A'B'} = \text{constante}$$

En particulier, cette relation est vraie pour un objet \vec{AB} et une image $\vec{A'B'}$ situées dans des plans de front perpendiculaires à l'axe optique [2].

Évaluons alors la constante pour le rayon particulier confondu avec l'axe optique :

$$\text{On a : } \vec{u} \perp \vec{AB} \text{ et } \vec{u}' \perp \vec{A'B'} \Rightarrow \text{constante} = 0$$

La relation exprimant le stigmatisme du système pour le couple de points B et B' s'écrit alors, en fonction des angles α et α' des rayons incidents AI et émergents $I'A'$ avec l'axe optique :

$$-n\vec{AB} \sin \alpha + n'\vec{A'B'} \sin \alpha' = 0 \quad \text{Pour tout } \alpha \text{ ou encore:}$$

$$n\vec{AB} \sin \alpha = n'\vec{A'B'} \sin \alpha'$$

Cette relation est appelée "**relation d'Abbe**".

Tout système qui vérifie cette relation pour des objets situés dans un plan de front perpendiculaire à l'axe est dit "aplanétique". Pour des rayons para axiaux, les angles α et α' sont faibles et la relation précédente s'écrit:

$$n\vec{AB}\alpha = n'\vec{A'B'}\alpha'$$

qui représente la "relation de Lagrange-Helmholtz". Le système est approximativement stigmatique pour les points voisins de l'axe et qui donnent donc des rayons peu inclinés sur l'axe. Finalement, au lieu de parler de points conjugués, on peut parler de petites portions de plans conjugués perpendiculaires à l'axe, en se limitant aux points de ces plans proches de l'axe. On dit qu'on a alors correspondance de plan à plan.

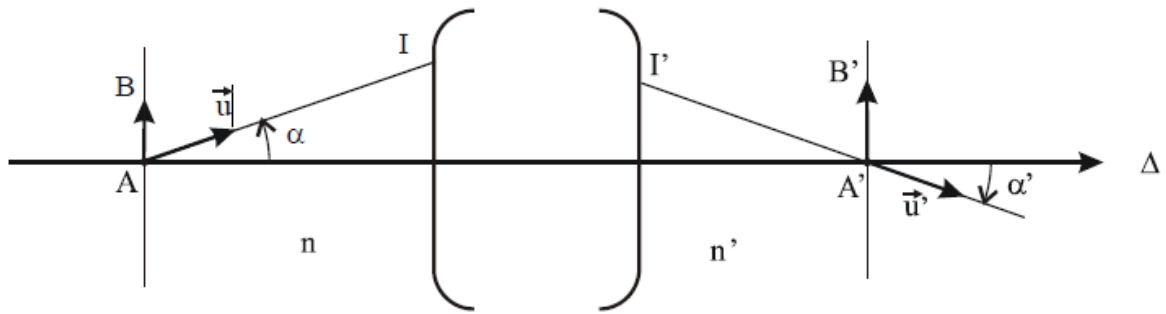


Fig. II-8

II.6. Réfraction

II.6.1. Dioptré plan

Un dioptré plan est une surface plane (P) séparant deux milieux d'indices n_1 et n_2 (Fig. II-9). Considérons un Objet réel A_1B_1 dans le milieu (1). Un rayon lumineux A_1I , issu du point A_1 et incident sur (P) au point I sous un angle i_1 , est réfracté dans le milieu (2) sous un angle i_2 , tel que:

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \dots\dots\dots (1)$$

En particulier, le rayon A_1H normal à (P) n'est pas dévié. Les deux rayons réfractés semblent venir de A_2 qui est donc une image virtuelle. Définissons les positions de l'objet et de l'image par les distances algébriques mesurées à partir de H, sur l'axe normal:

$$P_1 = \overline{HA_1}, \quad P_2 = \overline{HA_2} \dots\dots\dots (2)$$

Nous trouvons:

$$HA_1 = \frac{\overline{HI}}{\text{tgi}_1}, \quad HA_2 = \frac{\overline{HI}}{\text{tgi}_2} \dots\dots\dots (3)$$

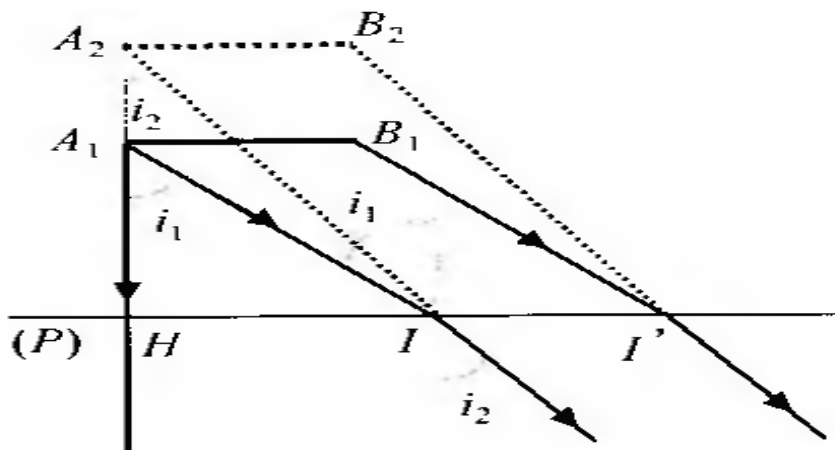


Fig. II-9

Ce qui permet d'écrire, en utilisant l'Eq. (1):

$$P_2 = P_1 \frac{\operatorname{tg} i_1}{\operatorname{tg} i_2} = P_1 \frac{n_2 \sqrt{1 - (n_1/n_2)^2 \sin^2 i_1}}{\sqrt{1 - \sin^2 i_1}} \dots \dots \dots (4)$$

La position de A_2 dépend donc de l'angle d'incidence i_1 . Tous les rayons issus de A_1 ne semblent pas diverger du même point, après la réfraction sur le dioptre (sauf si $P_1 = 0$ alors $P_2 = 0$). Le dioptre plan n'est pas donc parfaitement stigmatique. Cependant, si l'angle i_1 est suffisamment faible, pour pouvoir négliger $\sin^2 i_1$, nous pouvons écrire au second ordre près en i_1 :

$$\frac{n_2}{P_2} = \frac{n_1}{P_1} \dots \dots \dots (5)$$

Nous avons donc un stigmatisme approche dans le cas de faibles angles d'incidence. Les rayons ne doivent pas être très inclinés sur la normale. C'est la condition de Gauss pour les dioptres plans.

Notons que le dioptre est parfaitement stigmatique dans le cas particulier d'un objet situé à l'infini (c'est-à-dire à grande distance comparée aux dimensions du dioptre); car les rayons lumineux, issus d'un point A de cet objet, tombent sur le dioptre sous le même angle d'incidence i_1 . L'image est alors à l'infini dans la direction i_2 du rayon réfracté. En orientant l'axe dans le sens de la lumière, P_1 est négative ou positive selon que l'objet est réel ou virtuel et P_2 est négative ou positive selon que l'image est virtuelle ou réelle. La relation (5) montre que P_1 et P_2 sont de même signe ; l'image est donc virtuelle si l'objet est réel et vice versa. Si la lumière se propage en sens opposé, un rayon du milieu (2), qui est incident en I en semblant aller vers A_2 , est dévié par le dioptre pour aller former A_1 . A_2 est dans ce cas un objet virtuel du milieu (2), bien qu'il soit géométriquement dans le milieu (1) ; son image A_1 est réelle. La relation de conjugaison (5) est valable dans tous les cas.

a- Grandissement d'un dioptre plan

Si la condition de Gauss est respectée pour tous les points d'un objet A_1B_2 étendu, rectiligne et parallèle au dioptre plan (P), son image A_2B_2 est virtuelle, égale à l'objet et a une distance donnée par l'Eq. (5) (voir Fig. II.9). Le grandissement transversal du dioptre plan est donc égal à l'unité:

$$G_t = 1 \dots \dots \dots (6)$$

Notons qu'un objet rectiligne et de faible longueur γP_1 perpendiculaire au plan (P) a une image virtuelle, perpendiculaire à P et de longueur γP_2 . Ces longueurs peuvent être considérées comme des variations infinitésimales de P_1 et P_2 ; elles sont donc liées par la relation de grandissement longitudinal:

$$G_l = \frac{\gamma P_2}{\gamma P_1} = \frac{n_2}{n_1} \dots \dots \dots (7)$$

En général, si l'objet étendu occupe un volume, ses deux dimensions parallèles au dioptre ne sont pas modifiées tandis que sa dimension perpendiculaire au dioptre subit un grandissement G_l , indépendant de la position de l'objet dans l'approximation de Gauss. L'image de l'objet est donc déformée.

b- Formule de Lagrange-Helmholtz

Le rayon incident A_1I et le rayon conjugué A_2I de la Fig. II.9 forment respectivement les angles $u_1 = i_1$ et $u_2 = i_2$ avec l'axe A_1H , tels que $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$. Les angles étant faibles, nous pouvons écrire la relation de Lagrange-Helmholtz pour le dioptre plan:

$$n_1 u_1 \overline{A_1 B_1} = n_2 u_2 \overline{A_2 B_2} \dots\dots\dots(8)$$

II.6.2. lame à faces parallèles

Une lame à faces parallèles est constituée de deux dioptres plans parallèles entre eux.

• Marche d'un rayon lumineux

Dans ce qui suit, nous nous limiterons au cas : $n_2 > n_1$ et $n_2 > n_3$

Rappelons les relations de *Snell-Descartes* pour les deux dioptres considérés

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

$$n_2 \sin i_2 = n_3 \sin i_3$$

$$n_1 \sin i_1 = n_3 \sin i_3$$

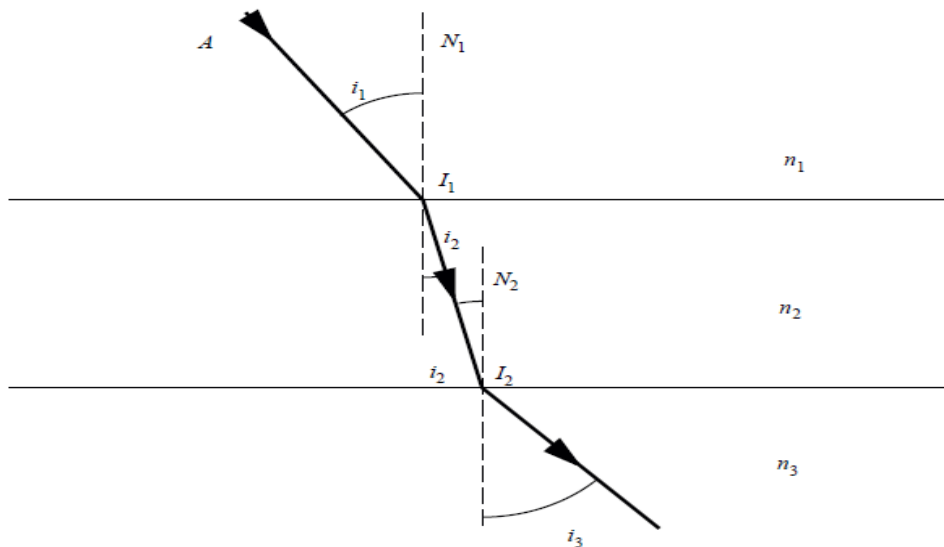


Fig. II-10

• Conséquences

1. L'angle i_3 est indépendant de n_2 : pour un angle d'incidence donné, l'angle de réfraction du rayon émergent est indépendant de l'indice n_2 de la lame intermédiaire.
2. Lorsque $n_1 = n_3$ alors $i_1 = i_3$, le rayon émergent est parallèle au rayon incident. En pratique, cela veut dire que les rayons d'un faisceau incident de rayons parallèles restent parallèles et ressortent parallèlement à la direction des rayons incidents.

• **Déplacement latéral dans le cas $n_1 = n_3$:**

Soit une lame à faces parallèles d'indice n , d'épaisseur e , placée dans le vide. Un rayon incident AI_1 ressort parallèlement à lui-même. Calculons le déplacement latéral I_1H qu'il subit lors de la traversée de la lame.

Le triangle I_1HI_2 est rectangle et

$$j = i_1 - i_2$$

$$I_1H = I_1I_2 \sin(I_1 - I_2)$$

D'autre part, dans le triangle $I_1I'_1I_2$ on a

$$I_1I'_1 = I_1I_2 \cos i_2 = e$$

$$\text{d'où } I_1I_2 = \frac{e}{\cos i_2}$$

Finalement, le déplacement latéral du rayon émergent $\Delta = I_1H$ vaut:

$$\Delta = e \frac{\sin(i_1 - i_2)}{\cos i_2}$$

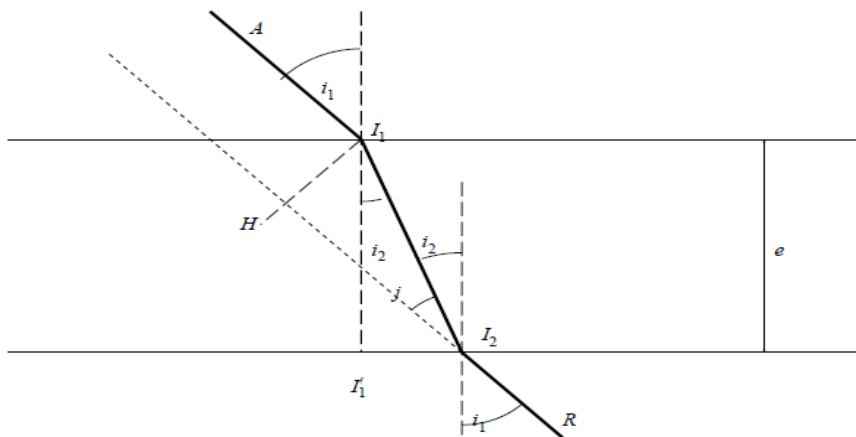


Fig. II-11

• **Image (approchée) d'un point lumineux ($n_1 = n_3$)**

Le dioptre plan étant astigmatique, il en est de même pour la lame à faces parallèles. On montre cependant qu'il y a stigmatisme approché lorsqu'on ne reçoit du point A qu'un faisceau de rayons étroit et proche de la normale à la lame.

Pour calculer la position de A'O, image approchée du point A, nous considérons deux rayons particuliers issus de A, comme il est indiqué sur la figure II-11. Le rayon AH_1 n'est pas dévié. Le rayon AI_1 est déplacé et donne I_2R .

Soit A_0 le point d'intersection de I_2R avec AH_1 . Calculons AA_0 . On a:

$$AA' = I_1J = KI_1 - KJ$$

Or J n'est autre que l'image du point I_1 dans le dioptre supérieur, et on sait que:

$$KJ = \frac{1}{n} KI_1$$

d'où

$$AA' = KI_1 - \frac{1}{n} KI_1$$

Et finalement la distance objet image:

$$AA' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

• **Conclusions**

Dans les conditions de stigmatisme approché on a:

- a. La distance objet-image est indépendante de la distance du point *A* à la lame.
- b. 'A un objet réel correspond une image virtuelle et réciproquement.

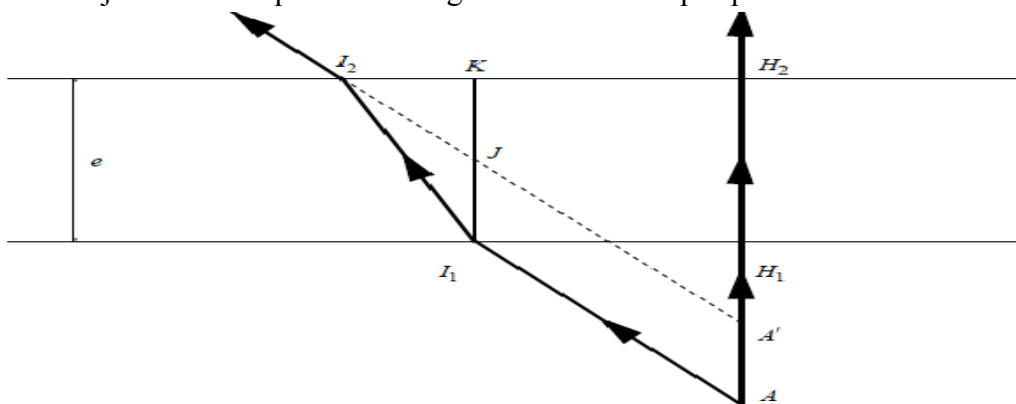


Fig. II-12

II.6.3. Le prisme

1. Étude de la marche du rayon

Le chemin suivi par un rayon incident à travers un prisme est parfaitement décrit à partir des lois de Snell-Descartes appliquées à chaque changement de milieu, c'est-à-dire à chacune des deux faces rencontrées. L'indice absolu du prisme *n*, plus grand que 1, est supposé constant. Le prisme de verre est plongé dans un milieu extérieur d'indice *n*₀ et l'on pose *n*_r = *n*/*n*₀. Généralement, *n* > *n*₀ (*n*_r > 1). Par exemple, si le milieu extérieur est de l'air, on a *n*₀ = 1 et *n*_r = *n*.

Considérons un rayon incident issu d'une source monochromatique (émettant une seule longueur d'onde *λ*) placé dans le plan principal. Il arrive sur le prisme en *I*₁ avec un angle d'incidence *i*₁ (figure 3.3), puis se réfracte. Le rayon réfracté *I*₁ *I*₂ fait un angle *r*₁ avec la normale en *I*₁, donné par $\sin i_1 = n_r \sin r_1$. Il existe toujours si *n*_r > 1 et se rapproche de la normale, ne pouvant pas dépasser une valeur limite *r*_{1lim} donnée par $\sin r_{1lim} = 1/n_r$ et correspondant à *i*₁ = 90.

Le rayon *I*₁ *I*₂ rencontre la face de sortie du prisme en *I*₂ avec un nouvel angle d'incidence *r*₂ par rapport à la normale. Il ne peut être réfracté que si et seulement si l'angle d'incidence sur la face de sortie *r*₂ est inférieur à l'angle limite *r*_{2lim}, donné par $\sin r_{2lim} = 1/n_r$. Le

rayon sort alors du prisme en I_2 avec un angle i_2 par rapport à la normale, donné par $n_r \sin r_2 = \sin i_2$. Dans le cas contraire, le rayon $I_1 I_2$ est totalement réfléchi vers la base. Enfin, notons que, dans les triangles $I_1 I_2 A$ ou $I_1 I_2 J$, on trouve simplement $r_1 + r_2 = A$ (l'angle $I_1 I_2 J$ étant égal à $\pi - A$).

Finalement, la théorie du prisme est contenue dans les trois formules suivantes :

Formules d'un prisme d'angle A :

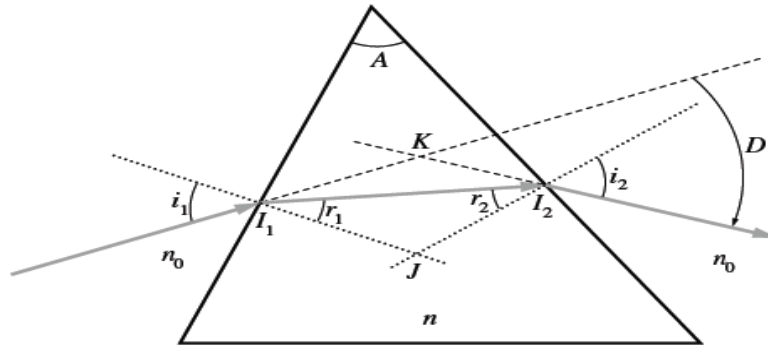


Fig. II-13

$$\begin{aligned} \sin i_1 &= n_r \sin r_1 \\ \sin i_2 &= n_r \sin r_2 \\ r_1 + r_2 &= A \end{aligned}$$

Avec: $n_r = n/n_0$, i_1 , r_2 et r_1 , i_2 sont respectivement les angles d'incidence et de réfraction sur les faces d'entrée et de sortie du prisme (figure 3.3). Ces formules permettent de déterminer complètement le trajet d'un rayon à travers un prisme, si l'angle du prisme A , l'indice de réfraction n_r et l'un des quatre angles sont connus.

2. Déviation du prisme

Le trajet du rayon, représenté sur la figure (II-13), montre qu'il existe, de manière générale, une déviation d'angle D entre les rayons incident et sortant du prisme. Comme au chapitre 2, D est l'angle dont il faut tourner le rayon incident pour l'amener sur le rayon sortant (on dit aussi émergent). Il peut être déterminé analytiquement en examinant le triangle $I_1 I_2 K$, où l'on a la relation : $(i_1 - r_1) + (i_2 - r_2) + \pi - D = \pi$ soit $D = i_1 + i_2 - A$ (car $r_1 + r_2 = A$).

La déviation d'un rayon lumineux à travers un prisme, après réfraction sur deux faces, est :

$$D = i_1 + i_2 - A$$

Elle constitue la quatrième formule du prisme.

TD N° 02 - Optique géométrique (propagation de la lumière, dioptrés plans et prisme)

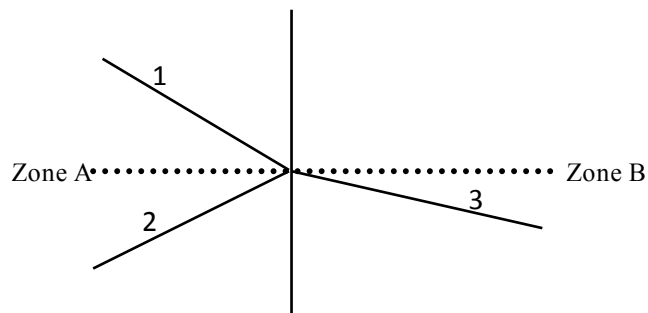
Exercice 1: QCM

Choisir une seule réponse parmi celles proposées pour chaque question:

- 1-La lumière blanche est: **a-** monochromatique. **b-** Polychromatique.
- 2-L'indice de réfraction d'un milieu transparent: **a-** est sans unité. **b-** a pour unité le m/s. **c-** est < 1.
- 3-Le changement de direction d'un faisceau lumineux passant d'un milieu transparent dans un autre milieu transparent est appelé: **a-** Réfraction. **b-** Réflexion. **c-** Diffraction.
- 4-La loi de Snell-Descartes pour la réfraction peut s'écrire: **a-** $n_1 \sin i_2 = n_2 \sin i_1$. **b-** $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$
- 5-Il est possible de disperser la lumière à l'aide: **a-** D'un réseau. **b-** D'un miroir. **c-** D'un prisme.
- 6-: Lorsqu'un rayon de lumière arrive avec un angle de 30° sur la surface de séparation entre l'air et l'eau: **a-** il est dévié. **b-** il n'est pas dévié.
- 7- Lorsqu'un rayon de lumière arrive avec un angle de 0° sur la surface de séparation entre l'air et l'eau: **a-** il est dévié. **b-** il n'est pas dévié.

Exercice 2: Propagation de la lumière

Un fin pinceau lumineux arrive sur un dioptré plan séparant l'eau de l'air. On donne $n_{eau} = 1.33$. On représente les rayons observés sur la figure ci-dessous :



En justifiant vos réponses :

1. Identifier les différents rayons
2. Indiquer le sens de propagation de la lumière
3. Dans quelle zone l'eau se trouve-t-elle ?
4. Calculer l'angle limite de réfraction
5. Généraliser le résultat en précisant la zone où se trouve l'angle limite en fonction de la différence de réfringence des milieux en présence et les conséquences sur la propagation de la lumière d'un milieu vers l'autre.

Exercice 3: Propagation de la lumière

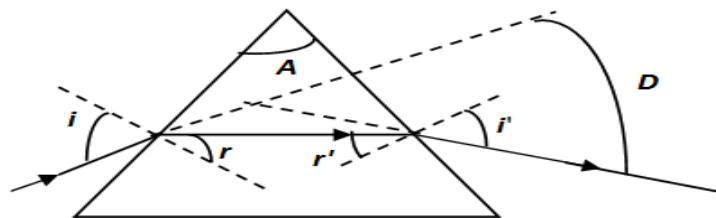
L'un des rayons d'un faisceau de lumière se propageant dans l'air pénètre dans un diamant d'indice de réfraction 2,43.

- a. Schématiser la situation.
- b. Écrire la seconde loi de Descartes.
- c. Calculer l'angle d'incidence permettant d'obtenir un angle de réfraction de 20°.

Exercice 4: Prisme

L'angle d'incidence i dans la figure est choisi de telle sorte que la lumière passe symétriquement à travers le prisme d'indice de réfraction n et d'angle au sommet A

- a- Montrer que l'angle de déviation D (Angle entre la direction finale et initiale du rayon lumineux) est donnée par: $\sin \frac{A+D}{2} = n \sin \frac{A}{2}$
- b- Utiliser le résultat de la question a pour déterminer l'angle de déviation D dans le cas où le prisme admet un indice de réfraction $n= 1,6$ et trois angles égaux.
- c- Déterminez l'angle de déviation dans le cas de la lumière rouge ($n=1.5$ et $A=60^\circ$) et la lumière violet ($n= 1.52$ et $A= 60^\circ$)



Exercice 5: Dioptré plan

Un pêcheur aperçoit un poisson situé à 1 m sous la surface de l'eau, sur la même verticale. En considérant que ces yeux sont à 1,40 m au dessus de l'eau :

1. A quelle distance le pêcheur voit-il le poisson ?
2. A quelle distance de l'œil du poisson se trouve l'image du pêcheur ?
3. A quelle profondeur doit se trouver le poisson pour que l'image vue par le pêcheur soit décalée de 15 cm par rapport à sa position réelle ?

On donne l'indice de l'eau $n=1,33$.

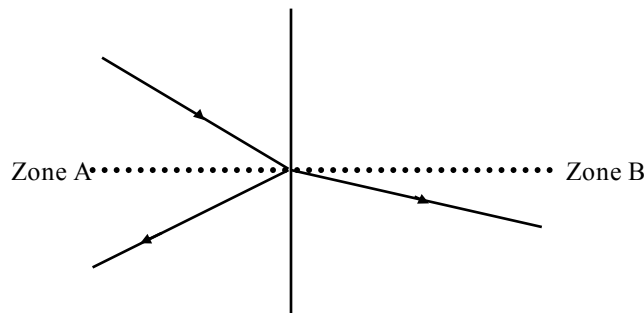
TD N° 02 - Réponses des exercices:

Exercice 01:

1: b; 2: a; 3: a; 4: b; 5: c; 6: a; 7: b

Exercice 02:

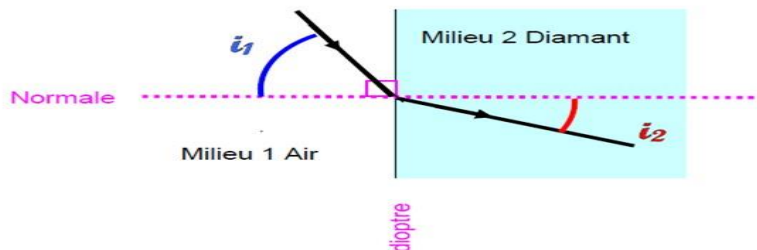
A - A tout rayon incident, correspond un rayon réfléchi du même côté du dioptre, et dans l'autre milieu, un rayon réfracté. Le rayon réfléchi et le rayon réfracté sont du même côté de la normale au dioptre.



1. Il en résulte que le rayon (1) est le rayon incident, le (2) est le rayon réfléchi et le (3) est le rayon réfracté.
2. D'après ce qui précède, le sens de la lumière est celui indiqué sur la figure.
3. L'indice de l'eau $n_{eau} = 1.33$ est supérieur à celui de l'air qui est égal à 1. Le rayon (3) se rapproche de la normale, il se propage donc dans le milieu le plus réfringent: l'eau qui se trouve donc en zone B.
4. $\sin i_{Bl} = 1/1.33$ donc $i_{Bl} = 48.75^\circ$
5. L'angle limite de réfraction se trouve toujours dans le milieu le plus réfringent.

Exercice 3:

a) Schématisation



b) Seconde loi de la réfraction de Descartes:

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

c) calcul de l'angle d'incidence permettant d'obtenir un angle de réfraction $i_2 = 20^\circ$

$$\sin i_1 = \frac{n_2 \sin i_2}{n_1}$$

D'après la loi de Descartes précédente

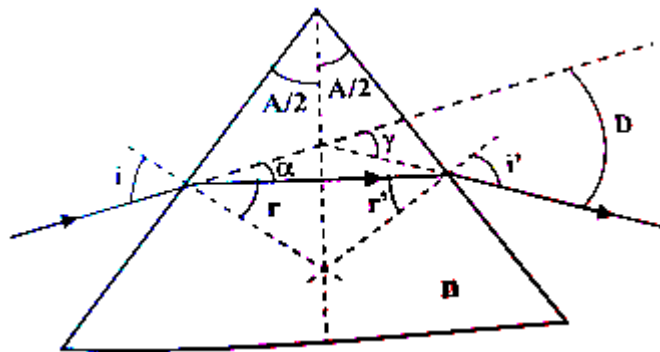
A.N: $n_1 = 1.00$ (Milieu 1 = air); $n_2 = 2.43$ (Milieu 2 = diamant)

$$i_2 = 20^\circ$$

$$\sin i_1 = \frac{2.43 \sin(20)}{1} \rightarrow \sin i_1 = 0.83$$

On recherche ensuite à l'aide de la calculatrice l'angle qui a pour sinus 0.83. On trouve: $i_1 = 56^\circ$.

Exercice 4:



a- La loi de Snell-Descartes donne: $\sin i = n \sin r$; $r = A/2$ (Angle à cotés perpendiculaire)

D'autre part: $i = r + \alpha = A/2 + \alpha$

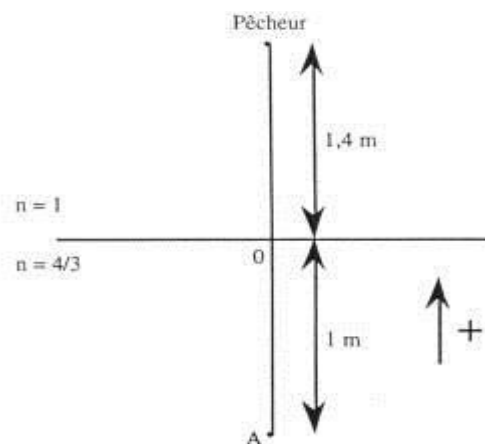
On remarque par ailleurs que: $\alpha = D/2$ (Angle complémentaire) $\rightarrow \sin[(A + D)/2] = n \sin(A/2)$

b- $A = 60^\circ$ et $n = 1,6 \rightarrow D = 46,46^\circ$

c- Lumière rouge: $n = 1,5$ et $A = 60^\circ \rightarrow D = 37,18^\circ$

Lumière rouge: $n = 1,52$ et $A = 60^\circ \rightarrow D = 38,93^\circ$

Exercice 5:



1. Soit $\overline{OA'}$ la distance observée: $\frac{n}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA'}}$ donc $\overline{OA'} = \frac{3\overline{OA}}{4}$ soit $\overline{OA} = -0,75 \text{ m}$

Où $\overline{P_e A'} = -1,4 - 0,75 = -2,15 \text{ m}$

Le pêcheur voit donc le poisson à 2,15 m en dessous de lui.

2. Cette fois, on choisit le sens positif vers le bas.

$\frac{1}{\overline{op_e}} = \frac{1}{\overline{op'_e}}$ Donc $\overline{OP'_e} = -1,86 \text{ m}$ et $\overline{OP'_e} = -2,86 \text{ m}$

Le Poisson voit donc le pêcheur à 2,86 m au dessus de lui.

3. $\frac{n}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA'}}$. Donc, $n \overline{OA'} = \overline{OA}$, et $\overline{OA} = n(\overline{OA} + \overline{OA'})$ d'où $(1 - n)\overline{OA} = n \overline{AA'}$

Or $\overline{AA'} = 0,15 \text{ m}$. Donc $h = \overline{OA} = -0,6 \text{ m}$.

II.6.4. Dioptrés sphériques

1. Définition

Un dioptré sphérique est une surface sphérique de centre C séparant deux milieux d'indices de réfractifs différents.

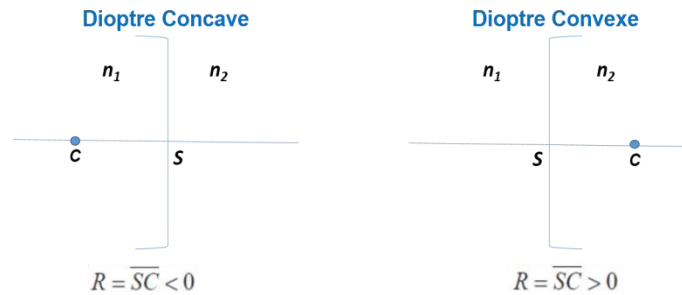


Fig. II-14

2. Relations de conjugaison

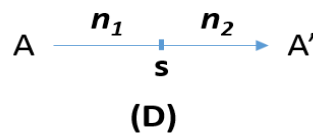


Fig. II-15

Avec le même raisonnement que le miroir sphérique, on trouve la relation de conjugaison du dioptré sphérique :

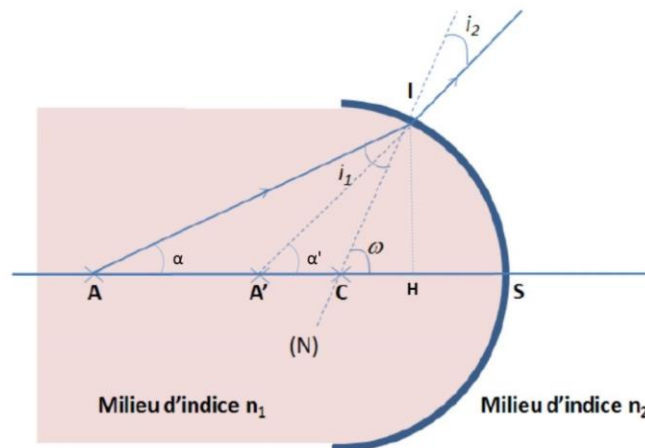


Fig. II-16

Considérons un point objet réel A situé sur l'axe optique d'un dioptré concave. L'image A' de A est située au point d'intersection de deux rayons lumineux quelconques issus de A. Considérons le rayon émis depuis A et qui se réfracte au point I en accord avec les lois de la réfraction. A' se trouve au point d'intersection du prolongement du rayon réfracté et de l'axe optique. Dans les triangles AIC et A'IC la somme des angles intérieurs doit être égale à π , soit:

$$i_1 + \alpha + (\pi - \omega) = \pi \text{ donc } i_1 = \omega - \alpha$$

$$i_2 + \alpha' + (\pi - \omega) = \pi \text{ donc } i_2 = \omega - \alpha'$$

D'après la loi de Snell-Descartes et de la condition de Gauss, on a:

$$n_1 i_1 = n_2 i_2$$

Et donc :
$$n_1(\omega - \alpha) = n_2(\omega - \alpha') \dots \dots \dots (1)$$

On a aussi :

$$\alpha = \tan \alpha = \frac{SI}{SA} \dots \dots \dots (2)$$

$$\alpha' = \tan \alpha' = \frac{SI}{SA'} \dots \dots \dots (3)$$

$$\omega = \tan \omega = \frac{SI}{SC} \dots \dots \dots (4)$$

En remplaçant les équations (2), (3) et (4) dans l'équation (1), on trouve finalement la relation de conjugaison du dioptre sphérique :

$$\frac{n_2}{SA'} - \frac{n_1}{SA} = \frac{n_2 - n_1}{SC} = V$$

Avec : V est la vergence ou la puissance du dioptre (unité : Dioptrie = m⁻¹).

Remarque :

Si V > 0 : Dioptre convergent

Si V < 0 : Dioptre divergent

3. Grandissement

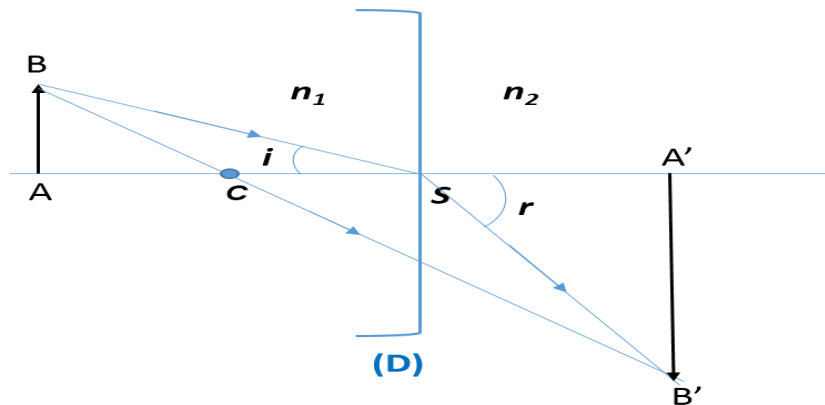


Fig. II-17

On a :
$$\tan i \approx i = \frac{AB}{SA}$$

et
$$\tan r \approx r = \frac{A'B'}{SA'}$$

D'après la loi de *Snell-Descartes* de la réfraction :

$$n_1 i = n_2 r$$

Et finalement on trouve l'expression du grandissement :

$$\gamma = \frac{A'B'}{AB} = \frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

4. Foyer Image F' :

$$\overline{SF'} = \frac{n_2 \overline{SC}}{n_2 - n_1} = \frac{n_2}{V}$$

5. Foyer Objet F :

$$\overline{SF} = -\frac{n_1 \overline{SC}}{n_2 - n_1} = -\frac{n_1}{V}$$

Nous remarquons que :

$$\frac{\overline{SF'}}{\overline{SF}} = -\frac{n_2}{n_1} < 0$$

$\overline{SF'}$ et \overline{SF} sont de signes contraires, F et F' appartiennent à deux milieux différents.

Et donc :

$$\overline{SF'} + \overline{SF} = \overline{SC}$$

II.7. Lentilles minces

II.7.1. Définition:

Une lentille est un milieu transparent limité par deux dioptries, les deux peuvent être sphériques ou l'un d'eux est sphérique et l'autre est plan. Le plus souvent, on les nomme lentilles sphériques. Dans notre cours, nous nous limiterons à l'étude des lentilles dites minces. C'est le cas des lentilles dont le rayon de courbure est (très) grand par rapport à l'épaisseur.

Si l'on note R_1 ; R_2 les rayons de courbure des deux dioptries, C_1 ; C_2 leurs centres respectifs et e l'épaisseur de la lentille, alors: $e \ll R_1$, $e \ll R_2$ et $e \ll C_1 C_2$

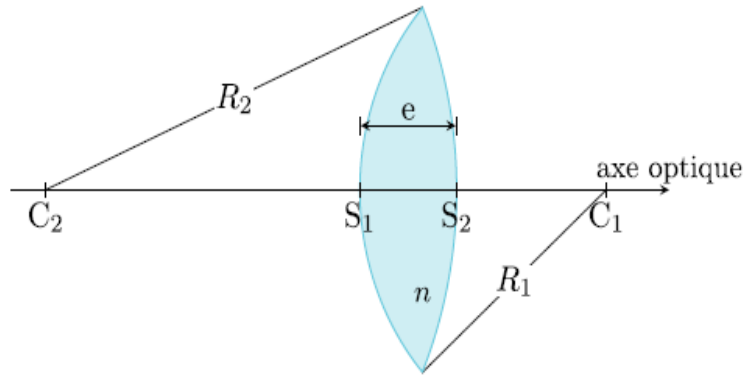


Fig. II-18

II.7. 2. Types de lentilles

On distingue deux types de lentilles :

1. Les lentilles à bords minces, elles sont convergentes.
2. Les lentilles à bords épais, elles sont divergentes.

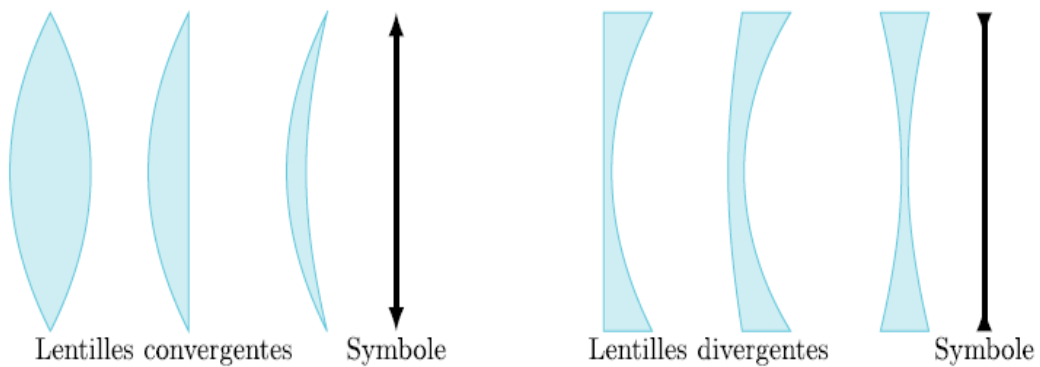


Fig. II-19

II.7. 3. Notion de foyers

Dans le cadre de l'approximation de Gauss, l'image d'un point est un point. Deux points jouent un rôle particulier dans les lentilles : il s'agit des foyers objet et image.

a-Foyer image

Par définition, l'image d'un point à l'infini sur l'axe est le foyer image F' . Dans le cas d'une lentille convergente, le foyer image est réel alors qu'il a le statut d'image virtuelle pour une lentille divergente.

On définit la distance focale image: $f' = \overline{OF'}$

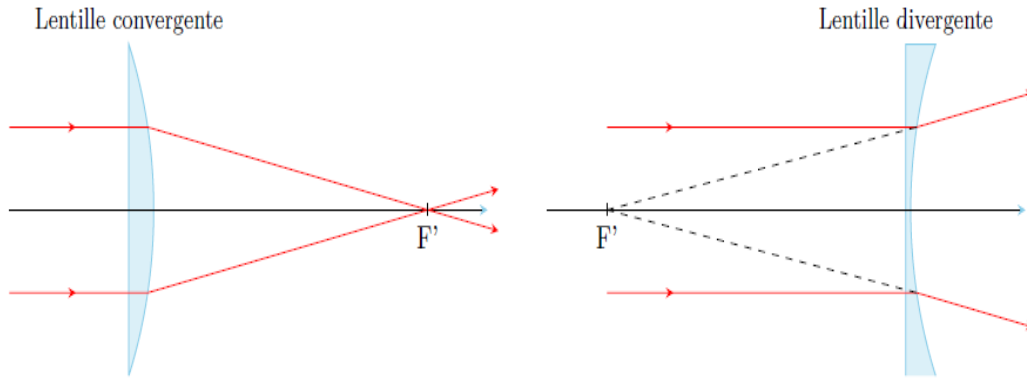


Fig. II-20

b-Foyer objet

Par définition, un objet lumineux placé au foyer objet F aura pour image un point à l’infini sur l’axe.

Dans le cas d’une lentille convergente, le foyer objet est réel alors qu’il a le statut d’objet virtuel pour une lentille divergente.

De façon analogue, on définit la distance focale objet:

$$f = \overline{OF}$$

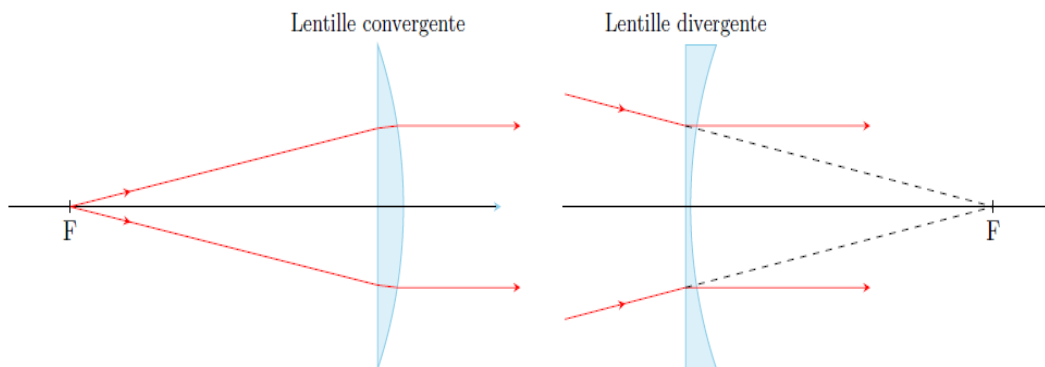


Fig. II-21

On montre que dans le cas des lentilles minces dont les milieux extrêmes sont identiques, on a

$$f = \overline{OF} = -\overline{OF'} = -f'$$

Cette relation est évidente pour les lentilles symétriques (principe du retour inverse de la lumière) ; dans ce cas O est le centre de symétrie de la lentille. Elle est valable pour les lentilles asymétriques parce que l’on se place dans l’approximation des lentilles infiniment minces. Pour une lentille convergente, $f' > 0$; pour une lentille divergente $f' < 0$.

On définit la vergence V d’une lentille par:

$$V = \frac{n'}{f'} = \frac{1}{f'} \text{ si } n' = 1$$

Il s’agit donc d’une quantité algébrique qui a la dimension de l’inverse d’une longueur.

Dans le SI, on l'exprime en dioptrie (δ) : $\delta = 1m^{-1}$. Plus V est grand plus la lentille est convergente.

II.7. 4. Plans focaux

On appelle *plan focal image*, le plan perpendiculaire à l'axe optique passant par F' . De même, on appelle *plan focal objet*, celui perpendiculaire à l'axe optique et passant par F. Du fait de l'aplanétisme supposé des lentilles minces, on peut affirmer que l'image d'un point à l'infini se situe dans le plan focal image. Il découle de la même façon que tout objet situé dans le plan focal objet a son image située à l'infini (pas nécessairement sur l'axe optique).

a- Relations de conjugaison

Construisons l'image d'un objet transverse AB situé au delà du foyer de la lentille convergente: $|\overline{OA}| > |\overline{OF}|$.

Notons que la démonstration qui suivra reste valable quelle que soit la position de l'objet et quelle que soit la nature de la lentille (mince).

À cette fin, on choisit de tracer trois rayons dont les directions de propagation sont connues :

- Le rayon qui passe par le centre optique n'est pas dévié.
- Le rayon qui arrive parallèlement à l'axe optique sur la lentille émerge en passant par F' .
- Le rayon qui passe par F avant d'intercepter la lentille émerge parallèlement à l'axe optique.

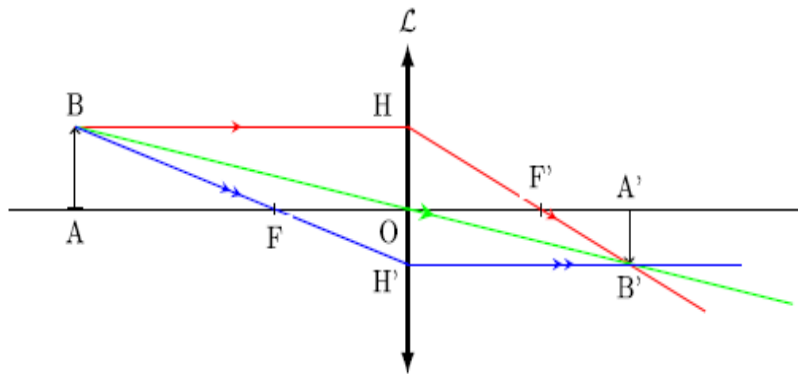


Fig. II-22

b- Relations de Newton: origine aux foyers

Soit γ le grandissement de la lentille. Appliquons le théorème de Thalès dans les triangles ABF et OHF' :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OH'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}}$$

Appliquons le théorème de Thalès dans les triangles HOF' et $F'A'B'$:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OH}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$$

En combinant les deux relations ci-dessus, on obtient :

$$\overline{F'A'} \overline{FA} = \overline{F'O} \overline{FO} = -f'^2 = f'f$$

c- Relations de Descartes: origine au centre

On applique le théorème de Thalès aux triangles OAB et $OA'B'$:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Transformons la relation de conjugaison de Newton :

$$(\overline{F'O} + \overline{OA'}) (\overline{FO} + \overline{OA}) = -f'^2$$

On remplace $\overline{F'O}$ par $-f'$ et \overline{FO} par f' , et on obtient:

$$f' \cdot \overline{OA'} - f' \cdot \overline{OA} + \overline{OA} \cdot \overline{OA'} = 0$$

En divisant le dernier résultat par: $f' \cdot \overline{OA} \cdot \overline{OA'}$, on a :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

II.7. 5. Lentilles accolées

Considérons deux lentilles L_1 et L_2 de vergences V_1 et V_2 .

Soit A un point lumineux sur l'axe optique. La lentille L_1 en donne une image A_1 qui devient objet pour L_2 , laquelle en donne une image finale A' .

Relions la position de A' avec celle de A par rapport au centre optique commun O:

$$\begin{cases} \frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V_1 \\ \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA_1}} = V_2 \end{cases}$$

D'où

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V_1 + V_2$$

Ainsi, deux lentilles minces accolées se comportent comme une lentille mince de centre optique le centre des deux lentilles et de vergence équivalente: $V_{\text{éq}} = V_1 + V_2$

II.7. 6. Construction des images

La construction de l'image d'un objet étendu obéit aux règles suivantes :

- On se placera dans l'approximation de Gauss : stigmatisme et aplanétisme approchés.
- Pour trouver l'image d'un point, il suffit de considérer deux rayons issus de ce point.
- L'image d'un point sur l'axe optique est aussi sur l'axe optique.
- Si l'objet est réel, il est forcément à gauche de la lentille.
- Si l'objet est virtuel, il se situe à droite de la lentille.
- Un rayon horizontal arrivant sur une lentille convergera en F_0 si elle est convergente et divergera en semblant venir de F_0 si la lentille est divergente.
- Un rayon passant ou se prolongeant en F ressortira horizontalement.
- Un rayon passant par O n'est pas dévié.
- Une fois les rayons tracés, on détermine si l'image est réelle ou virtuelle.

a- Lentille convergente

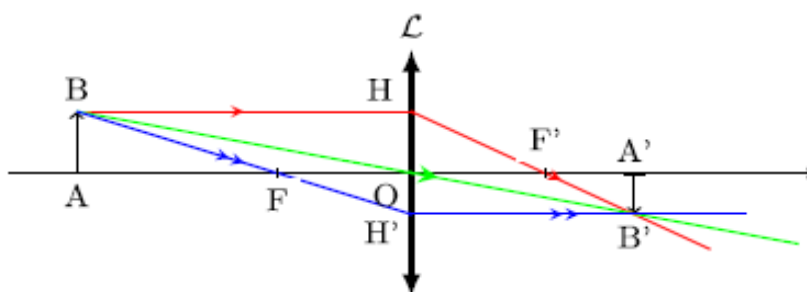


Fig. II-23

Lentille convergente : image et objet réels

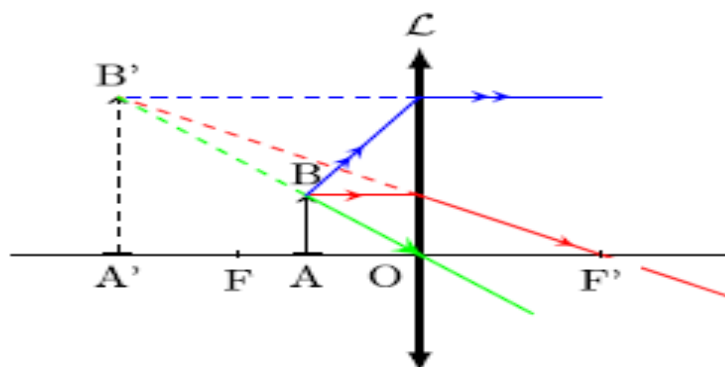


Fig. II-24

Lentille convergente: objet réel, image virtuelle

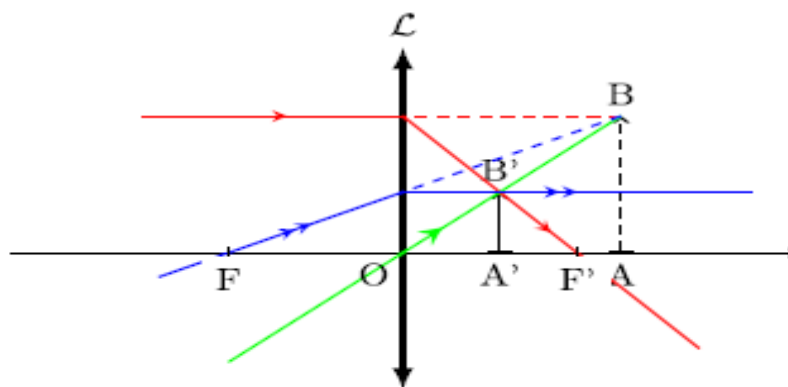


Fig. II-25

Lentille convergente : objet virtuel, image réel

b- Lentille divergente

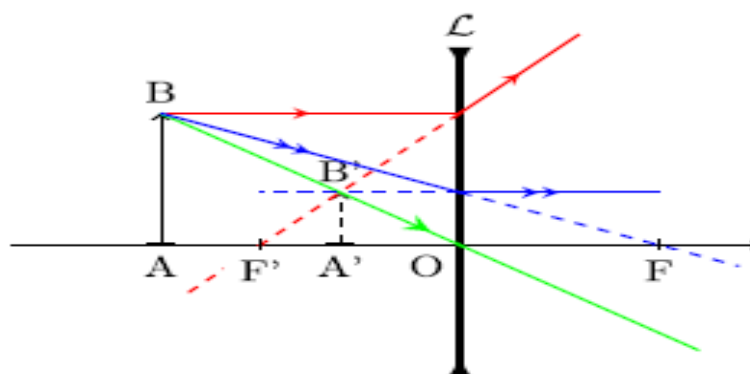


Fig. II-26

Lentille divergente : objet réel, image virtuelle

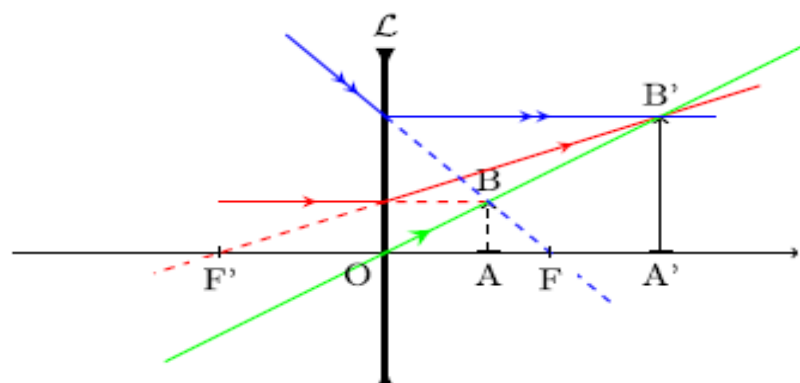


Fig. II-27

Lentille divergente : objet virtuel, image réelle

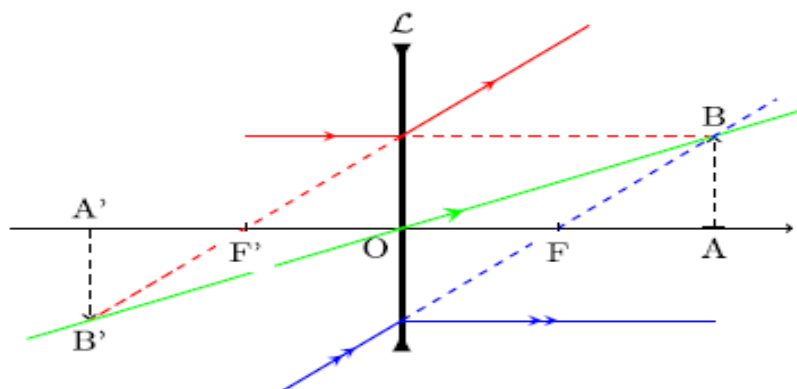


Fig. II-28

Lentille divergente : objet et image virtuels

TD N° 03 - Optique géométrique (Dioptres sphériques et lentilles minces)-**Exercice 1: QCM**

Choisir une seule réponse parmi celles proposées pour chaque question:

- 1-Un rayon lumineux passant par le foyer objet F de la lentille et qui traverse la lentille mince convergente : **a-** passe par le foyer image F'. **b-** coupe l'axe optique en un autre point que le foyer image F'. **c-** sort de la lentille parallèle à l'axe optique.
- 2-La distance focale f est la distance entre : **a-** le foyer objet F et le foyer image F'. **b-** le centre optique O et le foyer image F'. **c-** le centre optique O et le point image A'.
- 3-Des rayons passant par le centre optique d'une lentille convergente: **a-** ressortent parallèle. **b-** ne sont pas déviés. **c-** passent tous par le foyer image F'.
- 4-La distance focale s'exprime: **a-** en dioptrie (m^{-1}). **b-** en m.
- 5-Les deux foyers principaux objet (F) et image (F') de la lentille sont symétriques par rapport au centre optique de la lentille: **a-** Vrai. **b-** Faux.
- 6-Un dioptre sphérique est une surface sphérique de centre C séparant deux milieux d'indices de réfractifs différents: **a-** Vrai. **b-** Faux.
- 7-Un rayon lumineux qui passe par le centre C du dioptre n'est pas dévié: **a-** Vrai. **b-** Faux.

Exercice 2: Dioptre sphérique convergent

Un dioptre sphérique de centre C, de sommet S et de rayon de courbure $r = 10$ cm sépare un milieu d'air d'indice $n = 1$ (espace objet) et un milieu d'indice $n' = 4/3$ (espace image). Sa face convexe est tournée du côté de l'air.

- 1- Le dioptre est-il convergent ou divergent ?
- 2- Calculer les distances focales f et f'.
- 3- Trouver la position de l'image d'un objet AB réel, placé à 60cm du sommet de ce dioptre.
- 4- Calculer le grandissement γ
- 5- Si l'objet a une taille de 2 cm, quelle est la taille de l'image de ce dioptre ?
- 6- Faire le schéma (Échelle 1/10).

Exercice 3: Dioptre sphérique divergent

Un dioptre sphérique de centre C, de sommet S et de rayon de courbure $SC = -10$ cm sépare un milieu d'air d'indice $n = 1$ (espace objet) et un milieu d'indice $n' = 4/3$ (espace image). Sa face concave est tournée du côté de l'air.

- 1- Le dioptre est-il convergent ou divergent ?
- 2- Calculer les distances focales f et f'.
- 3- Trouver la position de l'image d'un objet AB réel placé à 15 cm du sommet de ce dioptre.
- 4- Calculer le grandissement γ
- 5- Si l'objet a une taille de 2 cm, quelle est la taille de l'image de ce dioptre ?
- 6- Faire le schéma (Échelle 1/10).
- 7- Quelle est la nature et le sens de l'image?

Exercice 4: Lentille convergente

Soit une lentille convergente de distance focale $f' = + 3$ cm. On considère un objet réel perpendiculaire à l'axe optique de taille 2 cm situé à 2 cm du centre optique.

- a) Déterminer graphiquement l'image de l'objet (échelle 1/1).
- b) Déterminer la position, la nature, le sens et la taille de l'image (Relation de Descartes).
- c) Mêmes questions avec un objet virtuel situé à 4 cm du centre optique.

Exercice 5: Lentille divergente

Un objet AB virtuel de 2 cm de hauteur situé à 15 cm de la lentille, le point A sur l'axe optique et AB est perpendiculaire à l'axe optique. Cette lentille est de distance focale -10 cm.

- a) Calculer la vergence et donner la nature de la lentille.
- b) Calculer la position de l'image.
- c) Calculer le grandissement γ .
- d) Calculer la taille de l'image.
- e) Faire le schéma.
- f) Quelle est la nature et le sens de l'image?

TD N° 03- Réponses des exercices:

Exercice 1:

1: c; 2: b; 3: b; 4: b; 5: a; 6: a; 7: a.

Exercice 2:

1. Convergence $C = \frac{n' - n}{r} = 0,03 > 0 \Rightarrow$ Dioptre Convergent

2. * Distance focale image : $f' = \frac{n'r}{n' - n} = \frac{\frac{4}{3}r}{\frac{4}{3} - 1} = 4r = 40 \text{ cm}$

* Distance focale objet : $f = -\frac{nr}{n' - n} = -3r = -30 \text{ cm}$

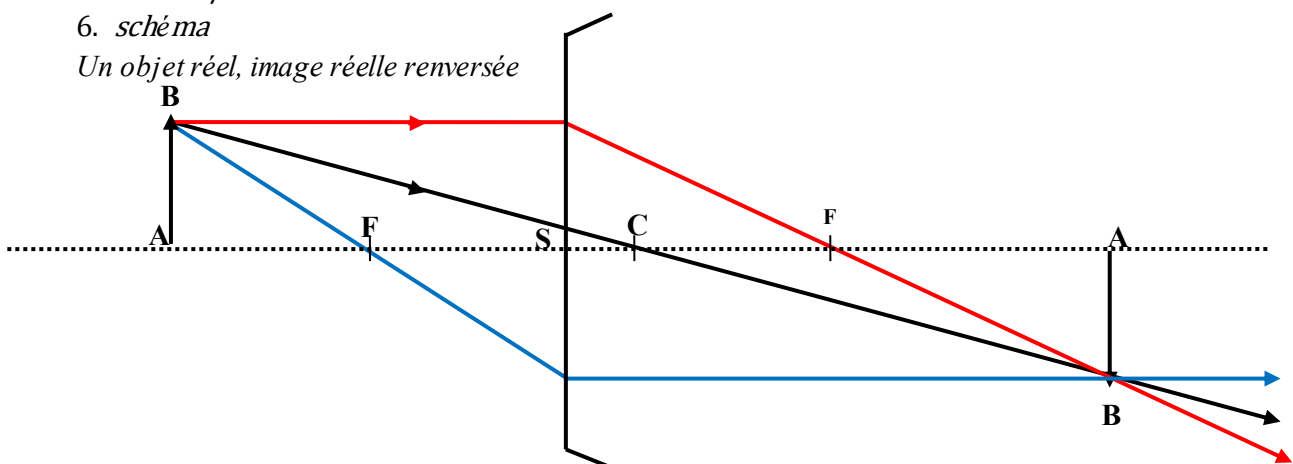
3. Relation de conjugaison : $\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow p' = \frac{n'pr}{nr + (n' - n)p} = 80 \text{ cm}$

4. Grandissement transversal : $\gamma = \frac{np'}{n'p} = \frac{80}{\frac{4}{3}(-60)} = -1$

5. $\overline{A'B'} = \gamma \cdot \overline{AB} = -1 * 2 = -2 \text{ cm}$

6. schéma

Un objet réel, image réelle renversée



Exercice 3:

1. Convergence $C = \frac{n' - n}{r} = -3,33 < 0 \Rightarrow$ Dioptre divergent

2. * Distance focale image: $f' = \frac{n'r}{n' - n} = \frac{\frac{4}{3}r}{\frac{4}{3} - 1} = 4r = -40 \text{ cm}$

* Distance focale objet: $f = -\frac{nr}{n' - n} = -3r = 30 \text{ cm}$

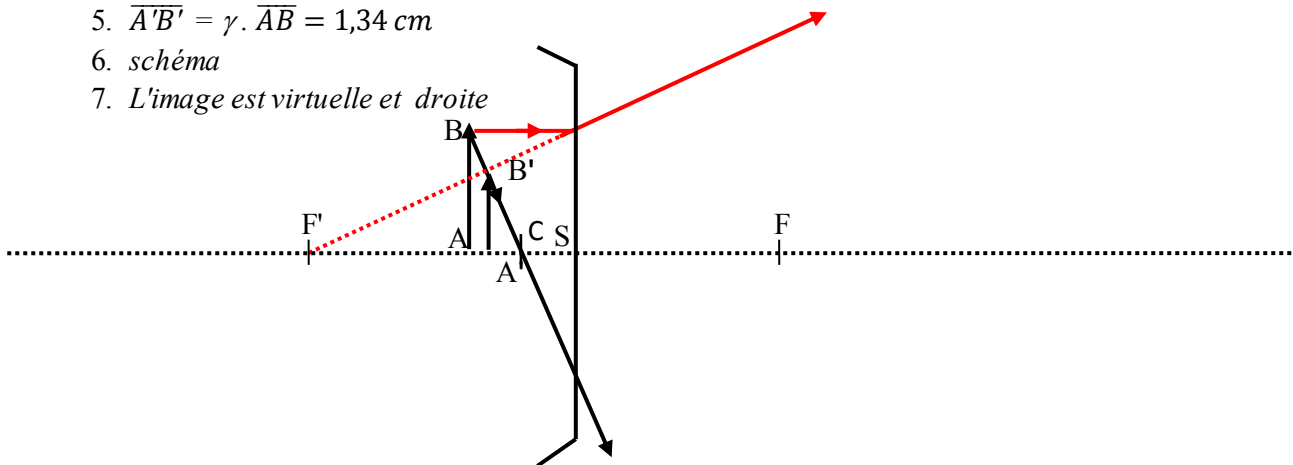
3. Relation de conjugaison: $\frac{n'}{p'} - \frac{n}{p} = \frac{n' - n}{r} \Rightarrow p' = \frac{n'pr}{nr + (n' - n)p} = -13,33 \text{ cm}$

4. Grandissement transversal: $\gamma = \frac{np'}{n'p} = \frac{50}{\frac{4}{3}(-25)} = 0,67$

5. $\overline{A'B'} = \gamma \cdot \overline{AB} = 1,34 \text{ cm}$

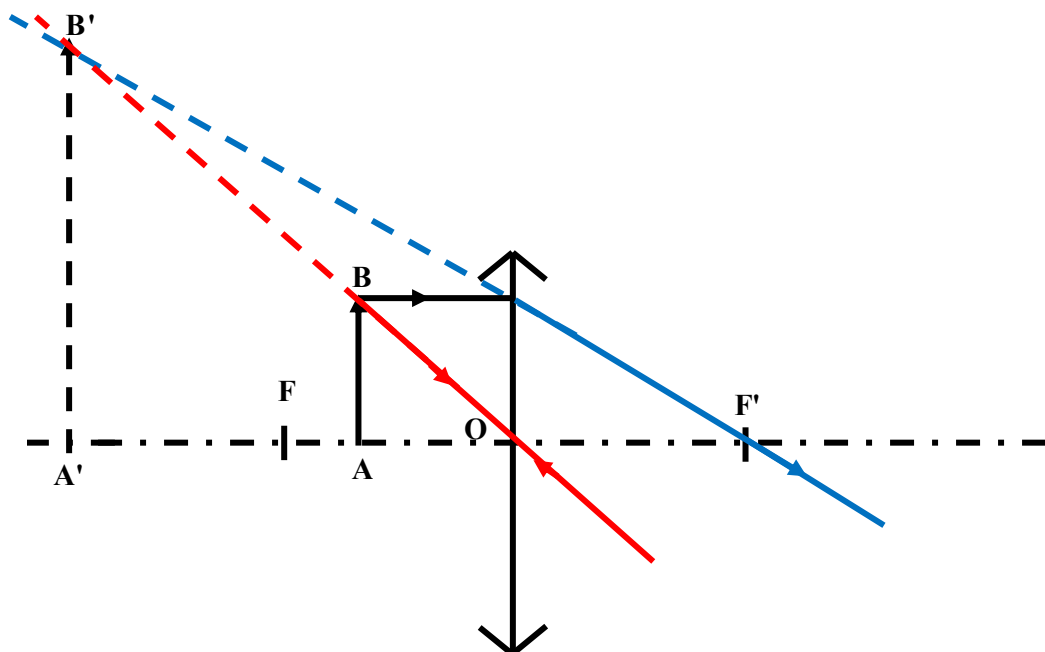
6. schéma

7. L'image est virtuelle et droite



Exercice 4:

a)

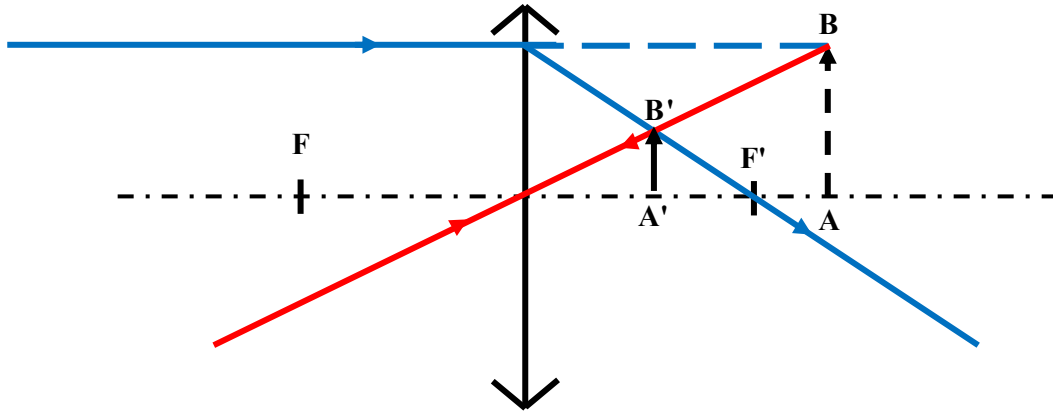


b) AB : Objet réel $\rightarrow \overline{OA} = -2 \text{ cm}$; Relation de Descartes: $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} \rightarrow \overline{OA'} = -6 \text{ cm} \rightarrow$

Image virtuelle et droite (de même sens); $\delta = \frac{OA'}{OA} = +3$; $\overline{A'B'} = 6 \text{ cm}$

c) objet virtuel situé à 4 cm

a)



b) AB : Objet virtuel $\rightarrow \overline{OA} = +4 \text{ cm}$; Relation de Descartes: $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$ $\rightarrow \overline{OA'} = 1.71 \text{ cm}$ \rightarrow
 Image réelle et droite (de même sens); $\delta = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = +0.42$; $\overline{A'B'} = 0.85 \text{ cm}$

Exercice 5:

a) Vergence $C = \frac{1}{f'} = \frac{1}{-0,10} = -10 \text{ } \delta \Rightarrow$ lentille divergente

b) Relation de conjugaison :

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f'} \Rightarrow \frac{1}{p'} = \frac{1}{p} + \frac{1}{f'} \Rightarrow p' = \frac{p f'}{f' + p} = -30 \text{ cm}$$

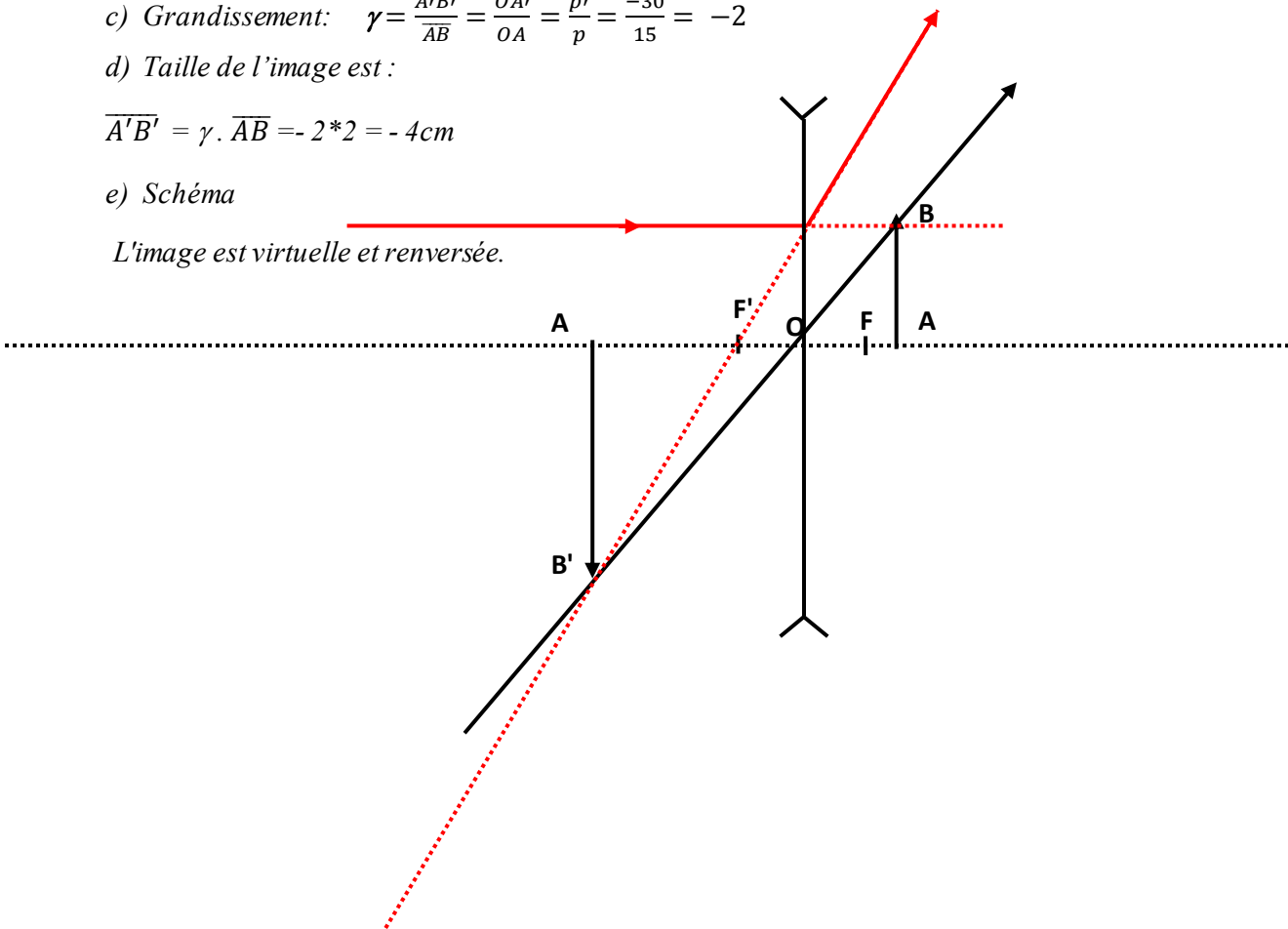
c) Grandissement: $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{p'}{p} = \frac{-30}{15} = -2$

d) Taille de l'image est :

$$\overline{A'B'} = \gamma \cdot \overline{AB} = -2 \cdot 2 = -4 \text{ cm}$$

e) Schéma

L'image est virtuelle et renversée.



II.8. Réflexion

II.8.1. Miroir plan

Un miroir est une surface capable de réfléchir presque en totalité la lumière incidente. On obtient des miroirs de bonne qualité en taillant une surface de verre à la forme souhaitée (plane, sphérique, paraboloidique, ...) et en déposant sur cette surface une pellicule métallique soit par voie chimique soit par évaporation sous vide. L'argent est le métal idéal pour la réalisation de miroirs car il possède un pouvoir réflecteur élevé.

Soit une surface plane parfaitement réfléchissante ou un dioptré plan pour lequel on ne s'intéressera qu'au rayon réfléchi. Tous les rayons issus de la source réelle A se réfléchissent en suivant la 2^{ième} loi de Snell- Descartes et semblent provenir de A', symétrique de A par rapport au miroir. (Le triangle AIA' est isocèle, car les angles en A et en A' sont égaux, donc HI est la médiatrice de AA'). A' est situé derrière le miroir, c'est une image virtuelle.

Remarques:

- Si A était virtuelle, l'image A' serait réelle. (\Leftrightarrow A et A' sont de nature différente).
- A' est symétrique de A par rapport au miroir quel que soit I \Rightarrow le miroir plan est *rigoureusement stigmatique*.
- Si l'objet non ponctuel AB est parallèle au miroir, A' et B' sont respectivement symétriques de A et de B par rapport au miroir. \Rightarrow A'B' = AB et l'image est 'droite' (même sens que l'objet).

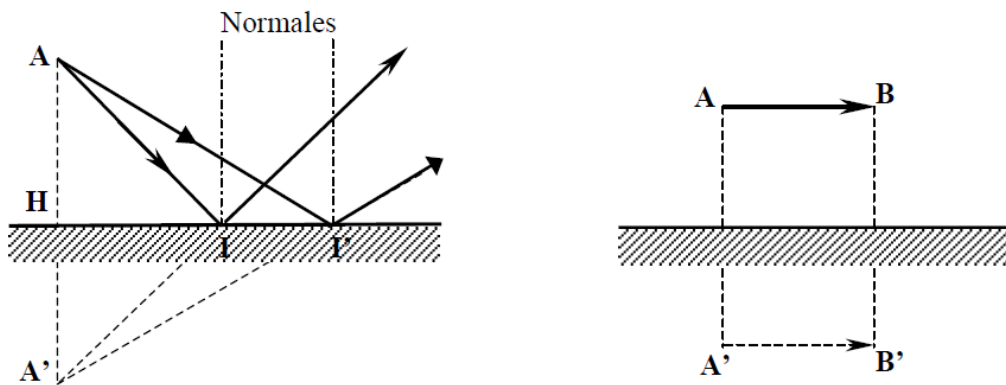


Fig. II-29

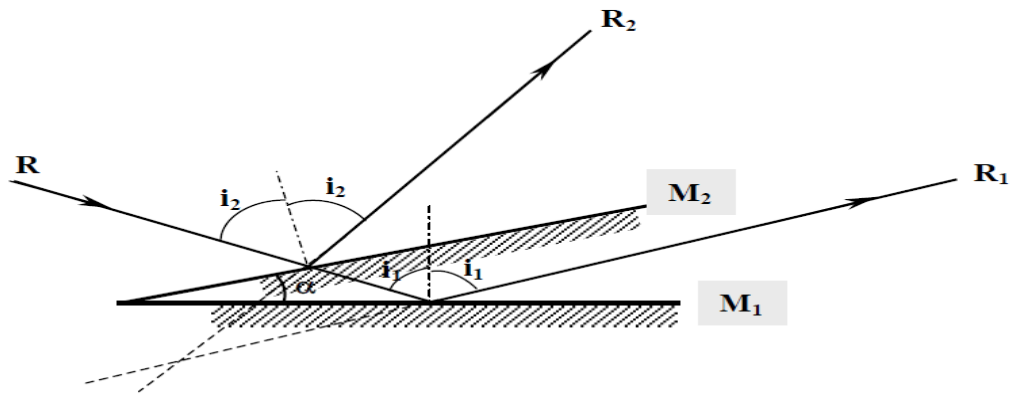


Fig. II-30

- **Grandissement transversal (algébrique)** $\gamma = \frac{A'B'}{AB} = 1$

- **Application:** Rotation d'un miroir

Le miroir dans sa position initiale M_1 réfléchit le rayon incident R dans la direction R_1 .

Après rotation du miroir d'un angle α , le miroir dans la position M_2 réfléchit le même rayon incident dans la direction R_2 .

L'angle entre R_2 et R_1 est $2i_1 - 2i_2 = 2(i_1 - i_2)$. $i_1 - i_2$ est l'angle entre les deux normales aux miroirs, donc $i_1 - i_2 = \alpha$ et le rayon réfléchi a tourné dans le même sens que le miroir d'un angle égal à 2α [3].

II.8.2. Miroir sphérique

II.8.2.1. Définition:

On appelle miroir sphérique une calotte sphérique réfléchissante. Le centre C de la sphère dans laquelle a été découpée la calotte est le centre du miroir, le sommet S de la calotte est le sommet du miroir.

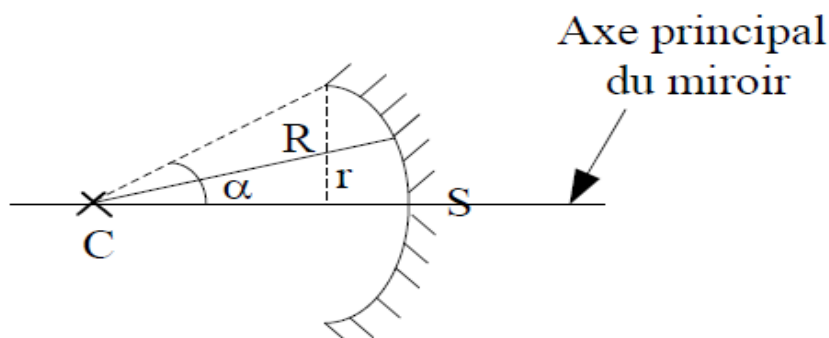


Fig. II-31

Où r est appelé rayon d'ouverture, CS le rayon du miroir et α l'angle d'ouverture.

L'axe de symétrie passant par C et par S est l'axe principal du miroir, tout autre axe passant par C est un axe secondaire.

On peut distinguer deux types de miroir sphérique :

Miroir concave : la face réfléchissante est du côté du centre C.

Miroir convexe : la face réfléchissante est du côté opposé au centre C.

II.8.2.2. Formule de conjugaison et grandissement avec origine au sommet

On considère un miroir sphérique de centre C et de sommet S.

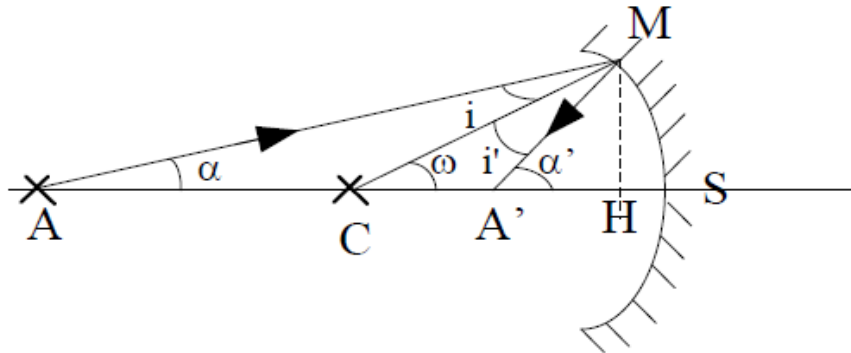


Fig. II-32

Un rayon lumineux issu d'un point A, frappe le miroir en M, se réfléchit et recoupe l'axe en A'.

H étant la projection orthogonale de M sur l'axe principal.

Dans l'approximation de Gauss, H et S sont pratiquement confondus. On a :

$$i = i' \text{ (Loi de la réflexion)}$$

$$\alpha + i = \omega \text{ et } \alpha' = i' + \omega$$

Par conséquent : $\omega - \alpha = \alpha' - \omega$

Les points H et S sont pratiquement confondus et les angles sont très petits :

$$\tan(\omega) \approx \omega = \frac{HM}{CH} = \frac{HM}{CS} ; \tan(\alpha) \approx \alpha = \frac{HM}{AH} = \frac{HM}{AS} ; \tan(\alpha') \approx \alpha' = \frac{HM}{A'H} = \frac{HM}{A'S}$$

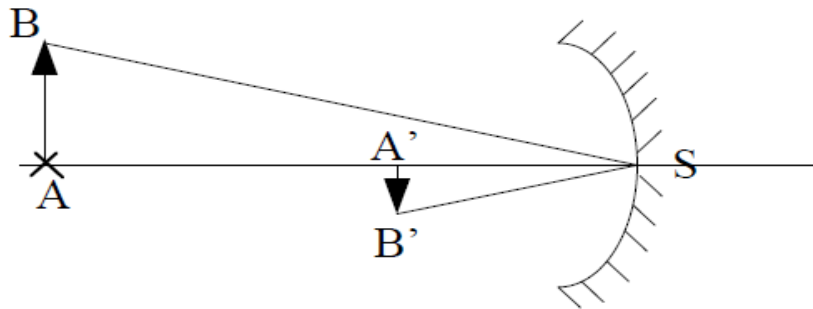
En reportant dans l'expression précédente :

$$HM = \left(\frac{1}{CS} - \frac{1}{AS} \right) = HM = \left(\frac{1}{A'S} - \frac{1}{CS} \right)$$

$$\text{Ou encore : } \left(\frac{1}{SA} - \frac{1}{SC} \right) = \left(-\frac{1}{SA'} + \frac{1}{SC} \right) \Leftrightarrow \frac{1}{SA} + \frac{1}{SA'} = \frac{2}{SC}$$

Cette relation fixe la position de A' indépendamment du choix du rayon AM: c'est la relation de conjugaison avec origine au sommet.

a- Grandissement:



On considère le rayon passant par le sommet S. La loi de la réflexion, $i = i'$ montre que les triangles SAB et $SA'B'$ sont semblables, ce qui donne :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = - \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

Remarque:

Les deux formules que nous venons d'obtenir, peuvent se déduire de celles du dioptre sphérique en posant $n' = -n$. Ceci vient du fait que la loi de la réflexion peut s'écrire, avec des angles orientés, $i = -i'$, et qu'elle a alors la même forme que la loi de la réfraction pour des rayons par axiaux : $ni = n'i'$, à condition de poser $n' = -n$.

Pour obtenir les formules du miroir sphérique, il suffit de poser $n' = -n$ dans celles du dioptre sphérique, en se rappelant que, du fait de la réflexion, l'espace image est « replié » sur l'espace objet.

b- Position des foyers:

On obtient la position du foyer image F' en faisant tendre SA vers l'infini dans la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}} \quad \Leftrightarrow \quad \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

Le même raisonnement conduit à la position du foyer objet F ($SA' \rightarrow 0$) conduit à :

$$\overline{SF} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

Les foyers image et objet sont confondus. On appelle distance focale f du miroir la quantité algébrique :

$$f = \overline{SF} = \overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2}$$

Le foyer est situé au milieu du segment SC . La distance focale est égale, en valeur absolue, à la moitié du rayon de courbure.

c- Construction d'une image:

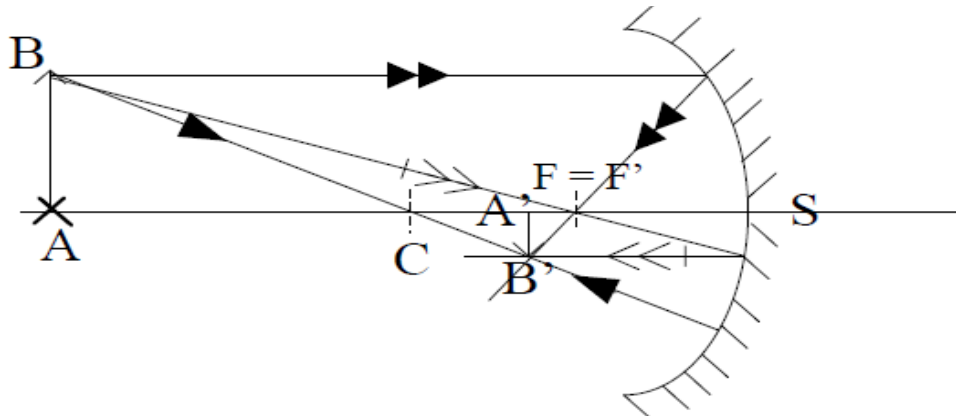


Fig. II-33

Le rayon passant par le centre n'est pas dévié (il est 'replié' sur lui-même), un rayon incident parallèle à l'axe repasse par le foyer, un rayon incident passant par le foyer est réfléchi parallèlement à l'axe.

II.8.2.3. Formule de conjugaison et grandissement avec origine aux foyers: formules de Newton

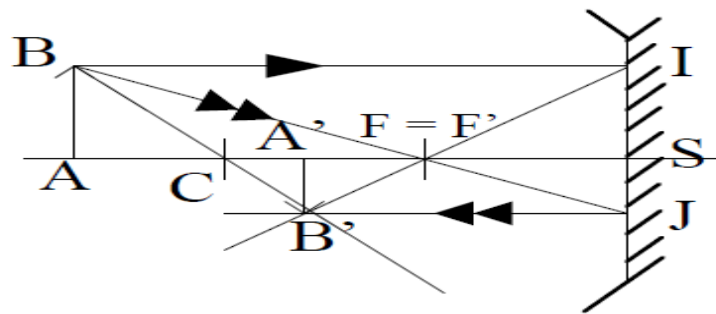


Fig. II-34

Miroir concave dans l'approximation de Gauss

Les triangles FAB et FSJ sont semblables $\implies \frac{SJ}{AB} = \frac{FS}{FA}$

Les triangles $FA'B'$ et FSI sont semblables $\implies \frac{SI}{A'B'} = \frac{FS}{FA'}$

De plus, $SI = \overline{AB}$ et $SJ = \overline{A'B'}$

D'où les formules de Newton:

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{FS}{FA} = \frac{FA'}{FS} \implies \overline{FA} \cdot \overline{FA'} = \overline{FS}^2$$

La distance focale du miroir : $f = \overline{SF} = \frac{SC}{2}$

Les formules de Newton s'écrivent : $\gamma = -\frac{f}{FA} = \frac{FA'}{-f} \implies \overline{FA} \cdot \overline{FA'} = f^2$

Remarque: Les mêmes calculs peuvent être faits avec le miroir convexe.

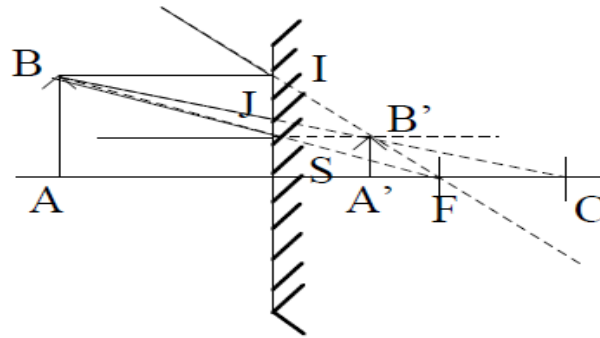


Fig. II-35

Miroir convexe dans l'approximation de Gauss

II.8.2.4. Formule de conjugaison et grandissement avec origine au centre

Soit AB un petit objet perpendiculaire à l'axe principal, dont l'image est $A'B'$. Le rayon BCB' n'est pas dévié, on a:

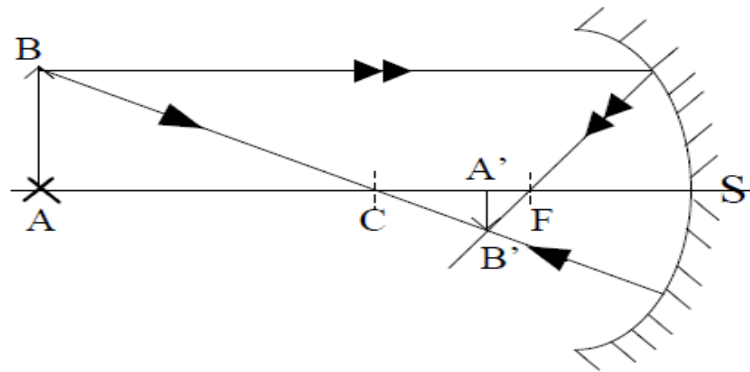


Fig. II-36

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}$$

La relation de conjugaison avec origine au centre s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{CA}} + \frac{1}{\overline{CA'}} = \frac{2}{\overline{CS}}$$

II-9. Instruments optiques :

Un instrument optique est un instrument composé de plusieurs systèmes optiques (ex: objectif et oculaire) pour former l'image d'un objet. Plus généralement, le terme «instrument optique» désigne tout instrument utilisant l'optique dans son fonctionnement.

II-9-1. L'Œil

L'œil est un système optique convergent permettant de former sur une membrane photosensible (la rétine) une image réelle renversée des objets vus par l'observateur. La rétine est tapissée de cellules sensibles à la lumière (les cônes et les bâtonnets) qui transmettent les informations au cerveau via le nerf optique.

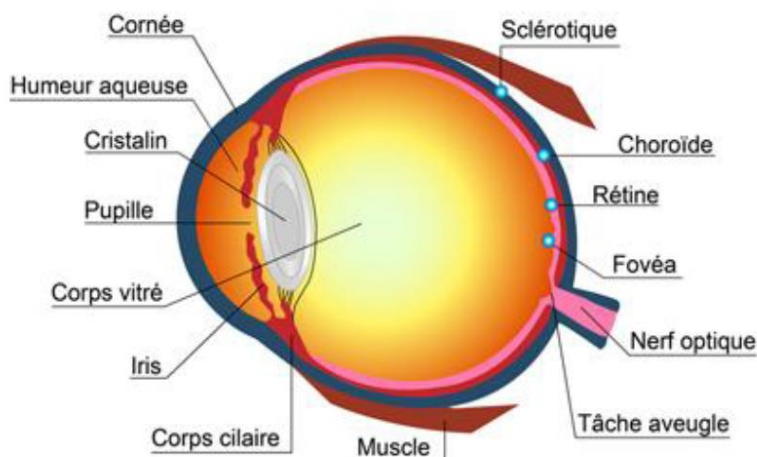


Fig. II-37

Les rayons lumineux pénétrant dans l'œil humain traversent quatre dioptries: face antérieure et face postérieure de la cornée, face antérieure et face postérieure du cristallin. Lors de la traversée de chaque dioptrie, ils subissent une réfraction parfaitement définie par les lois de Descartes.

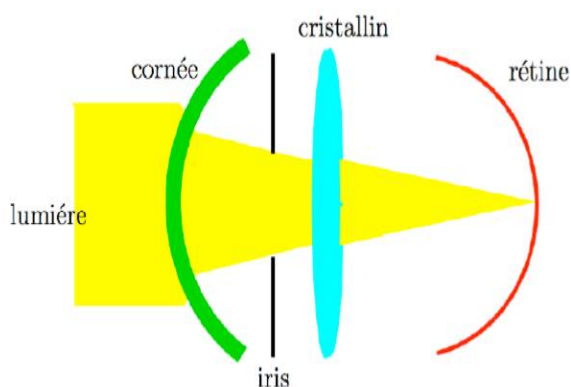


Fig. II-38

- **La cornée**: est une membrane solide et transparente de 11 mm de diamètre au travers de laquelle la lumière entre à l'intérieur de l'œil. Elle est nourrie par un liquide fluide comme l'eau : l'humeur aqueuse ($n=1.336$). La cornée est la principale lentille de l'œil, elle assure environ 80% de la réfraction.

- **L'iris**: Il s'agit du diaphragme de l'œil percé en son centre par la pupille. C'est un muscle qui fait varier l'ouverture de la pupille (entre 2,5 et 7 mm) afin de modifier la quantité de lumière qui pénètre dans l'œil pour éviter l'aveuglement en plein soleil ou capter le peu de rayons la nuit.

- **Le cristallin**: c'est une lentille auxiliaire molle et composée de fines couches superposées. Il se comporte comme une lentille biconvexe de Vergence variable grâce à l'action de muscle ciliaire.

- **La rétine**: c'est la couche sensible à la lumière grâce aux photorécepteurs.

1. L'indice optique

- Indice de la cornée $n_c = 1,377$
- Indice de l'humeur aqueuse $n_a = 1,337$
- Indice du cristallin théorique $n_{cr} = 1,41$
- Indice du corps vitré $n_v = 1,336$

L'image se forme sur la rétine, qui contient les cellules réceptrices de la lumière (cônes et bâtonnets).

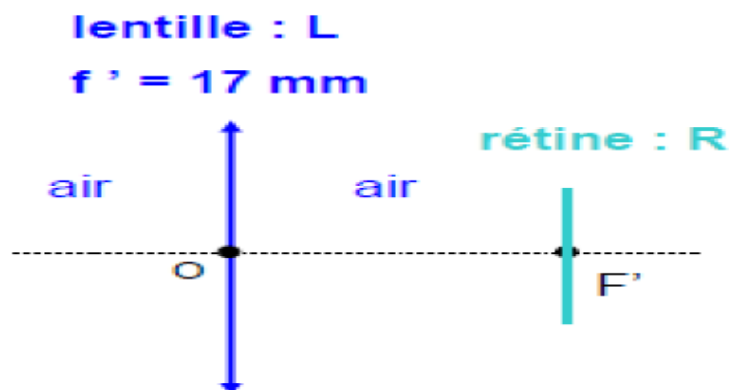


Fig. II-39

L'œil normal au repos : $F' = R$

-La distance cristallin-rétine est constante (voisine de 1,5 cm). Pour former l'image d'un objet, dont la position varie, à distance constante d'une lentille, il faut que la vergence de celle-ci varie: c'est le phénomène **d'accommodation**. L'augmentation de la vergence de l'œil se fait par déformation du **cristallin** à l'aide des muscles qui l'entourent.

On appelle **accommodation** les modifications oculaires adaptatives permettant d'assurer la netteté des images pour des distances différentes de vision.

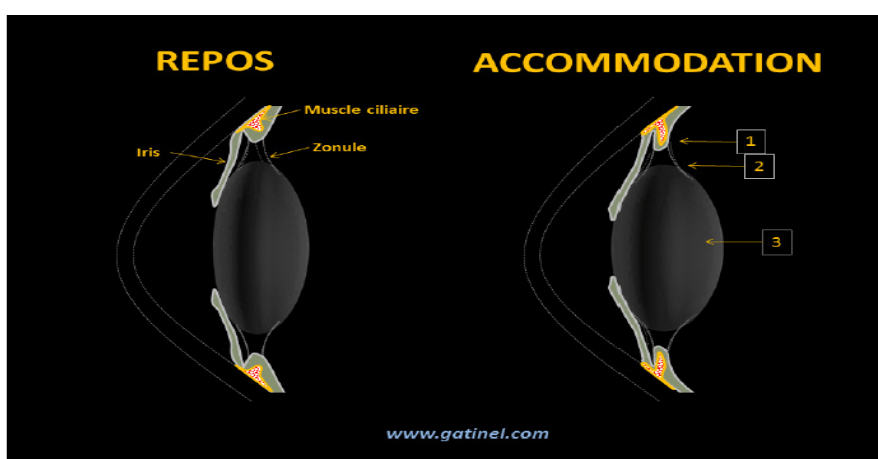


Fig. II-40

2. *Punctum Proximum*

C'est la distance la plus proche correspondant à une image nette. L'œil à ce moment accommode et la vergence du cristallin est maximum.

Œil normal dit emmétrope: P.P.= quelques cm (25 cm).

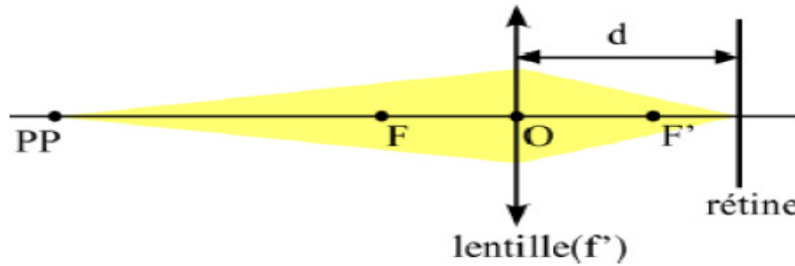


Fig. II-42

3. *Ponctum Remotum*

C'est la distance la plus éloignée correspondant à une image nette sans accommodation.

Œil normal : P.R. = ∞

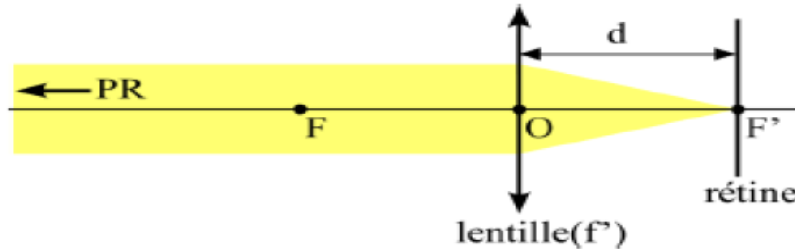


Fig. II-43

Le P. R et le P. P varient avec l'œil de chaque observateur.

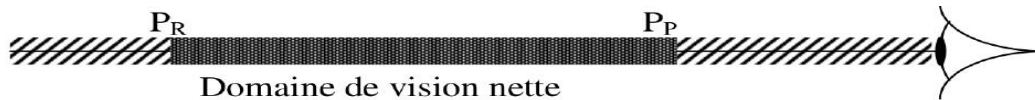


Fig. II-44

4. *Formation de l'image par l'œil*

Les mécanismes de la vision permettent la formation d'une image nette sur la rétine puis une transmission nerveuse jusqu'au cortex.

On distingue : la réfraction, l'accommodation et la constriction des pupilles.

Avant d'atteindre la rétine, les rayons lumineux traversent les milieux transparents de l'œil : la cornée, l'humeur aqueuse, le cristallin et le vitré.

II.9.2. *Les défauts de l'œil*

a- *Myopie:*

L'œil myope est un œil dont le cristallin est trop convergent (distance focale au repos trop courte), ce qui fait que l'image d'un objet à l'infini se forme avant la rétine.

$P.R. < \infty$ et $P.P. < P.P.$ œil normal

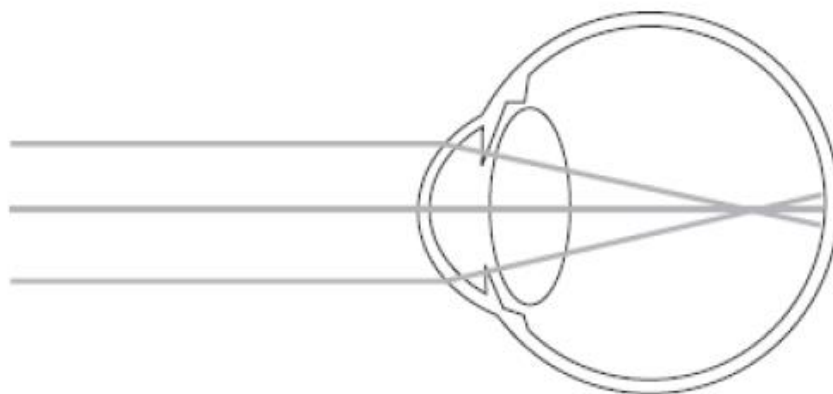


Fig. II-45

b- Hypermétropie:

L'œil hypermétrope est un œil dont le cristallin est trop peu convergent (distance focale au repos trop grande), ce qui fait que l'image d'un objet à l'infini, lorsque l'œil n'accommode pas, se forme après la rétine.

$P.R = \infty$ et $P.P > P.P$ œil normal.

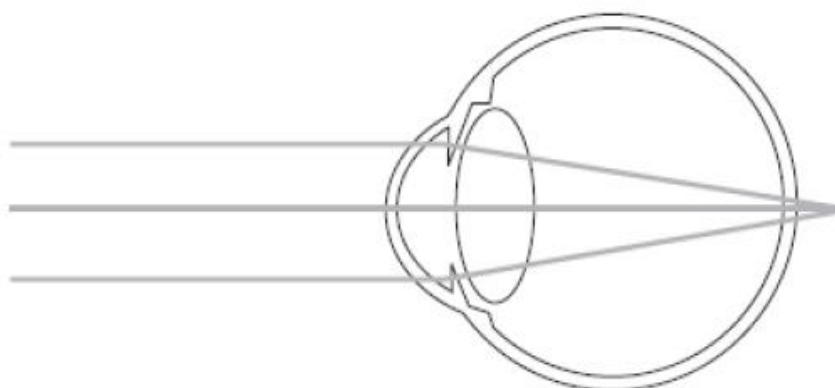


Fig. II-46

c- L'astigmat:

Un œil astigmat est un œil qui a perdu sa symétrie de révolution : la cornée est en forme d'ellipsoïde et possède deux axes principaux : le cristallin possédera donc des foyers images différents pour chaque angle. Cela entraîne une vision brouillée, déformée.

d- La presbytie :

La presbytie est un trouble de la vision qui rend difficile l'adaptation de la focale image du cristallin pour voir de près. Ce phénomène touche en général les gens de plus de quarante-cinq ans, car le cristallin commence alors à perdre de sa souplesse.

II.9.3. Correction des défauts de l'œil

a- Correction de la myopie

La myopie se corrige en insérant avant l'œil une lentille divergente.

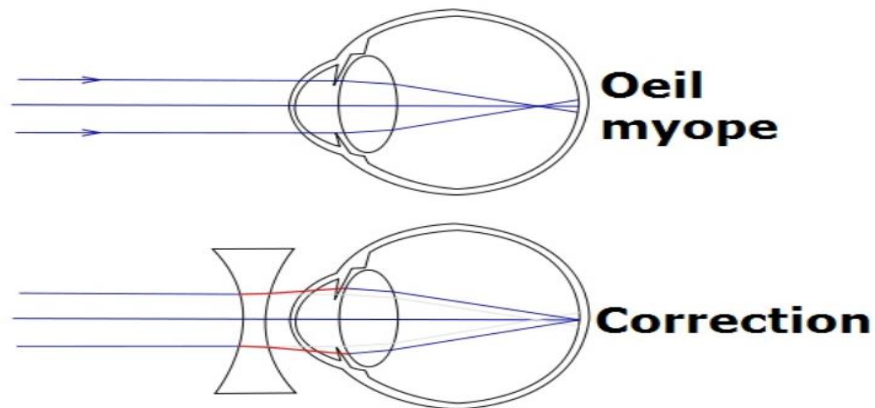


Fig. II-47

b- Correction de l'Hypermétropie

L'Hypermétropie se corrige en insérant avant l'œil une lentille convergente.

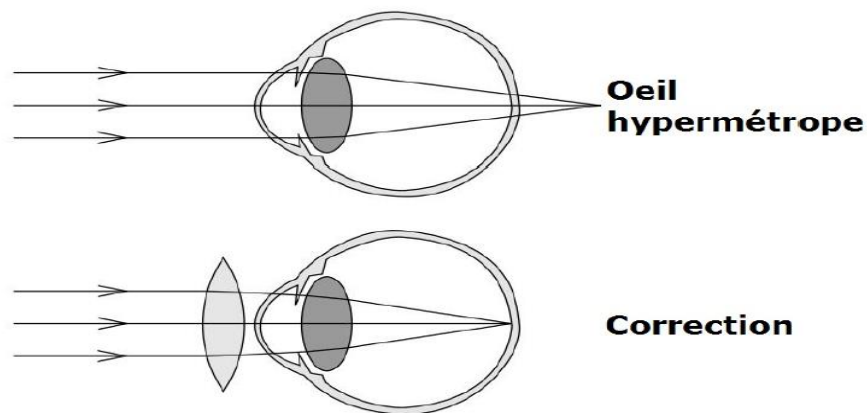
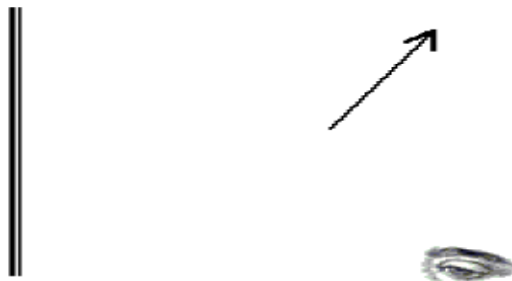


Fig. II-48

TD N°04 - Optique géométrique (miroirs plans et sphériques et l'œil réduit) -**Exercice 1: Miroir Plan**

1-Détermine, sur le schéma suivant, le lieu de formation de l'image de la flèche pour un observateur situé en face d'un miroir plan, du même côté que la flèche.



2- À la question précédente, l'image est-elle dépendante de la position de l'observateur?

Exercice 2: Miroir sphérique concave

On considère un miroir sphérique concave, de centre C, de sommet S de rayon de courbure $R = SC = -30 \text{ cm}$ et un objet AB de hauteur 1 cm.

1. Donner la position du foyer F.
2. Déterminer l'image A'B' de AB en précisant sa position, sa nature, son sens et sa taille dans les différents cas suivants : a- $\overline{SA} = -60 \text{ cm}$, b- $\overline{SA} = -20 \text{ cm}$, c- $\overline{SA} = 10 \text{ cm}$. Préciser dans chaque cas la nature de l'objet. Faire la construction de l'image dans les trois cas.

Exercice 3: Miroir sphérique convexe

On considère un miroir sphérique convexe, de centre C, de sommet S de rayon de courbure $R = SC = 30 \text{ cm}$ et un objet AB de hauteur 1 cm.

1. Donner la position du foyer F.
2. Déterminer l'image A'B' de AB en précisant sa position, sa nature, son sens et sa taille dans les différents cas suivants: a- $\overline{SA} = -30 \text{ cm}$ et b- $\overline{SA} = 20 \text{ cm}$. Préciser dans chaque cas la nature de l'objet. Faire la construction de l'image.

Exercice 4: œil réduit(QCM)

Choisir une seule réponse parmi celles proposées pour chaque question:

- 1- Les rayons de lumière qui pénètrent dans l'œil sont déviés par: **a-** la rétine. **b-** l'iris. **c-** la pupille. **d-** le cristallin.
- 2- L'endroit où se forme l'image dans un œil est: **a-** la rétine. **b-** l'iris. **c-** la pupille. **d-** le cristallin
- 3- La quantité de lumière qui rentre dans l'œil est contrôlée par: **a-** la rétine. **b-** l'iris. **c-** la pupille. **d-** le cristallin. **e-** l'iris et la pupille.
- 4- Dans le modèle de l'œil réduit, la lentille convergente joue le rôle: **a-** de la rétine. **b-** de la pupille. **c-** du cristallin.
- 5- Un œil peut être modélisé par : **a-** Une lentille convergente, une source de lumière et un écran.

b-une lentille convergente, un diaphragme et un écran. **c**- Une lentille convergente, une source de lumière et un diaphragme.

6- Dans le modèle de l'œil réduit, l'écran joue le rôle : **a**- de la rétine. **b**- de la pupille. **c**- du cristallin.

7- Quand l'œil accommode: a-la pupille s'agrandit. b- le cristallin se déforme. c-la rétine se rapproche du cristallin. d- la rétine s'éloigne du cristallin.

Exercice 5: œil réduit

A- Un œil myope est assimilable, quand il n'accommode pas, à une lentille de 15mm de distance focale. La rétine est alors située à 1 mm au delà du foyer image F'_O .

Déterminer:

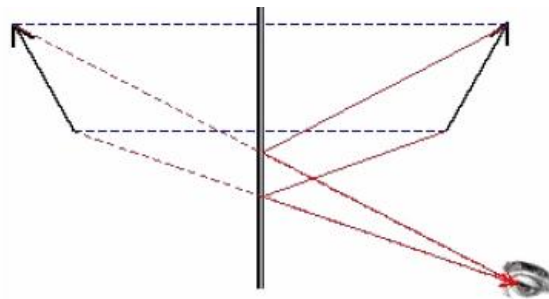
1. La distance de l'œil au punctum remotum
2. Le numéro de la lentille correctrice à utiliser

B- Mêmes questions que la partie A pour un œil hypermétrope dont la distance focale est de 15 mm quand il n'accommode pas et dont la rétine est alors située à 1 mm en deçà du foyer image F'_H .

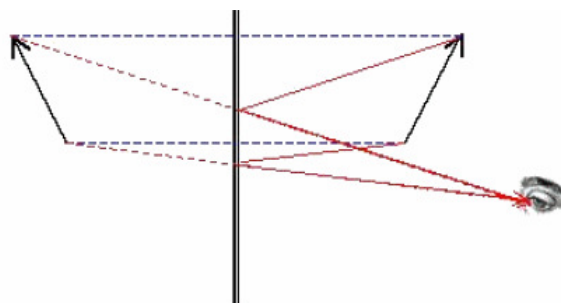
TD N°04 - Réponses des exercices:

Exercice 1:

1- Voir schéma ci-dessous.



2- La position de l'image n'est pas dépendante de la position de l'observateur. La flèche n'ayant pas changé de position devant le miroir, son image restera à la même place même si l'observateur change de position comme le montre le schéma suivant.



Exercice 2:

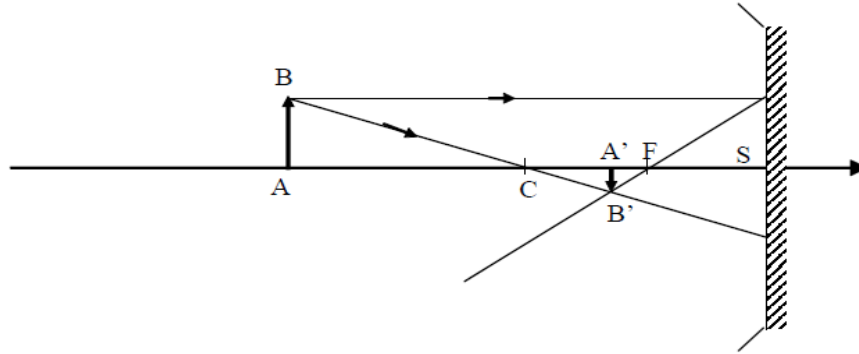
1. Le foyer F du miroir se trouve au milieu du segment $[SC]$ et $\overline{SF} = -15 \text{ cm}$.

2. la formule de conjugaison : $\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SF}} = \frac{2}{\overline{SC}}$.

D'où $\overline{SA'} = \frac{\overline{SF} \cdot \overline{SA}}{\overline{SA} - \overline{SF}}$ et $\delta = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$

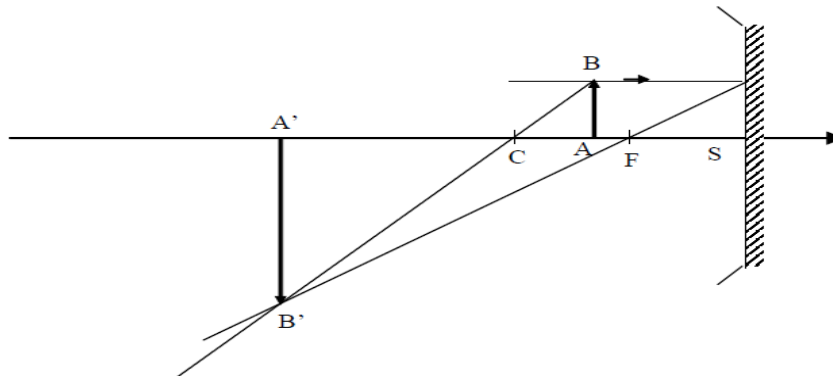
a- $\overline{SA} = -60 \text{ cm}$; $\overline{SA'} = -20 \text{ cm}$; $\gamma = \frac{1}{3}$ et $\overline{A'B'} = 0.33 \text{ cm}$

L'image et l'objet sont réels. L'image est renversée et trois fois plus petite que l'objet.



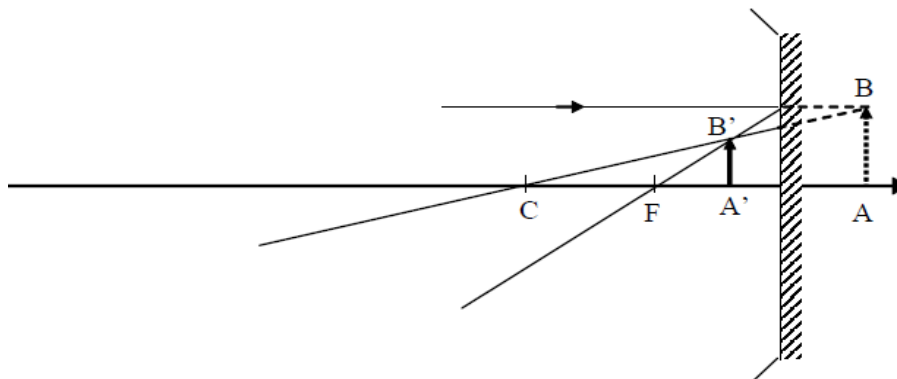
b- $\overline{SA} = -20 \text{ cm}$; $\overline{SA'} = -60 \text{ cm}$; $\gamma = 3$ et $\overline{A'B'} = 3 \text{ cm}$

L'image et l'objet sont réels. L'image est renversée et trois fois plus grande que l'objet.



c- $\overline{SA} = 10 \text{ cm}$; $\overline{SA'} = -60 \text{ cm}$; $\overline{SA'} = -6 \text{ cm}$; $\gamma = 0.6$ et $\overline{A'B'} = 0.6 \text{ cm}$

L'image est donc réelle et de même sens que l'objet.



Exercice 3:

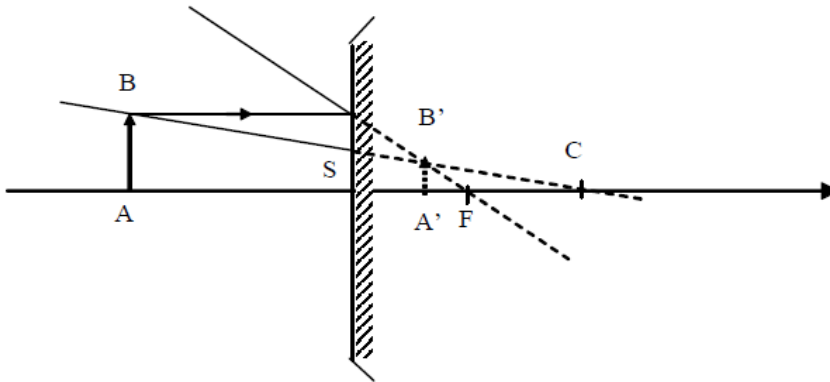
1. Le foyer F du miroir se trouve au milieu du segment $[SC]$ et $\overline{SF} = 15 \text{ cm}$.

2. la formule de conjugaison: $\frac{1}{\overline{SA}} + \frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SF}} = \frac{2}{\overline{SC}}$.

D'où $\overline{SA'} = \frac{\overline{SF} \cdot \overline{SA}}{\overline{SA} - \overline{SF}}$ et $\delta = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$

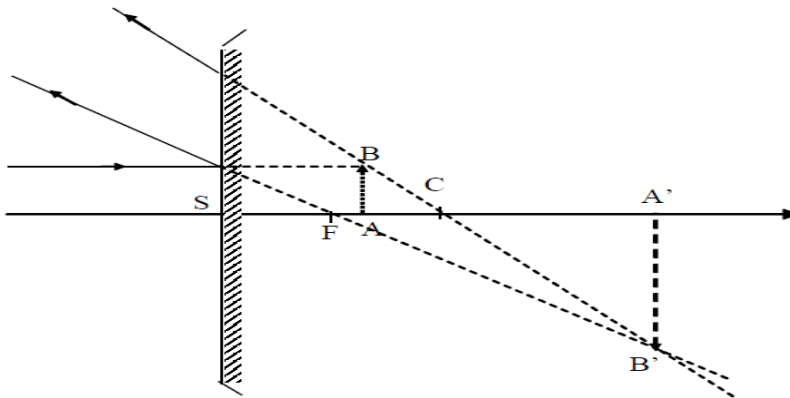
a- $\overline{SA} = -30 \text{ cm}$; $\overline{SA'} = 10 \text{ cm}$; $\gamma = \frac{1}{3}$ et $\overline{A'B'} = 0.33 \text{ cm}$

L'image est virtuelle, droite et plus petite que l'objet.



b- $\overline{SA} = 20 \text{ cm}$; $\overline{SA'} = 60 \text{ cm}$; $\gamma = -3$ et $\overline{A'B'} = -3 \text{ cm}$

L'objet et l'image sont virtuels. L'image est renversée et trois fois plus grande que l'objet.



Exercice 4:

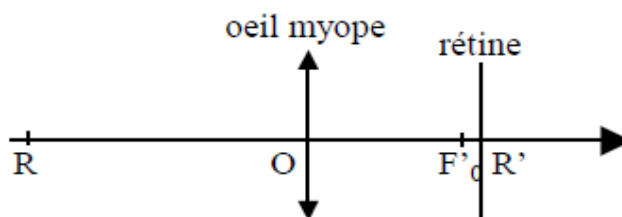
1: d; 2:a; 3:e; 4:c; 5:b; 6:a; 7:b.

Exercice 5:

A- 1. Distance OR: $\frac{1}{\overline{OR'}} - \frac{1}{\overline{OR}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$ avec $\overline{OF'}$ = 15 mm et $\overline{OR'} = 15 + 1 = 16 \text{ mm}$;

Soit: $\overline{OR'} = -240 \text{ mm} = -0.24 \text{ m}$.

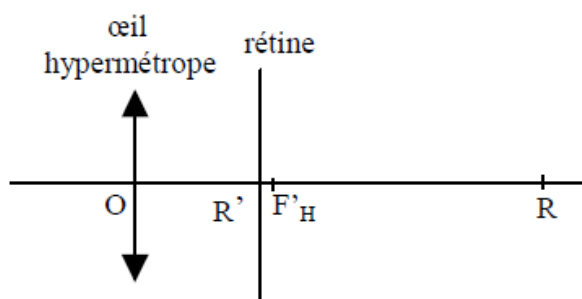
2. Lentille correctrice: Le verre correcteur est une lentille divergente dont le foyer image est en R.
 Sa distance focale est donc $\overline{F'_c} = -0.24 \text{ m}$ et sa vergence est: $C = -\frac{1}{0.24} = -4.2$ dioptrie, c'est le numéro demandé.



B- 1. Distance OR : $\frac{1}{OR'} - \frac{1}{OR} = \frac{1}{OF'_H}$ avec $\overline{OF'_H} = 15 \text{ mm}$ et $\overline{OR'} = 15 - 1 = 14 \text{ mm}$;

Soit: $\overline{OR'} = 210 \text{ mm} = 0.21 \text{ m}$.

2. Lentille correctrice: Le verre correcteur est une lentille convergente dont le foyer image est en R.
 Sa distance focale est donc $\overline{F'_c} = 0.21 \text{ m}$ et sa vergence est: $C = \frac{1}{0.21} = +4.8$ dioptrie, c'est le numéro demandé.



Chapitre III

Mécanique des Fluides

III. Mécaniques des fluides

III.1. Introduction

La mécanique des fluides joue un rôle crucial dans divers domaines comme l'ingénierie navale, l'aéronautique, l'étude de l'écoulement du sang (hémodynamique), la météorologie, la climatologie ou encore l'océanographie. Ce domaine intéressant consacré principalement à l'étude du comportement des fluides (liquides, gaz et plasmas) et des forces internes associées dans la mécanique des milieux continus.

Au niveau microscopique, le fluide peut être considéré comme étant formé d'un grand nombre de particules matérielles, très petites et libres qui se déplacent les unes par rapport aux autres. Un fluide est donc un milieu matériel continu, déformable, sans rigidité et qui peut s'écouler facilement. Afin de déterminer le type et l'état d'un fluide, il est très utile de connaître les trois états fondamentaux de la matière pour un corps simple :

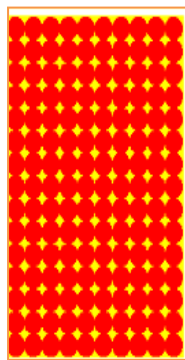
1. État solide: dans le matériau à faible température, les particules sont rapprochées, liées par des forces très importantes.

2. État liquide: dans le matériau à température moyenne et pression suffisamment élevée, les particules sont désordonnées, rapprochées et faiblement liées.

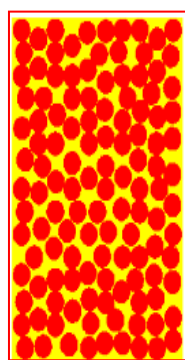
3. État gazeuse: dans le matériau à température suffisamment élevée et à faible pression ; les particules sont désordonnées, espacées et non liées.

On note ici, que l'état solide est un état organisé de la matière, c.-à-d., les arrangements entre les molécules présentent un ordre partiellement stable dans le temps.

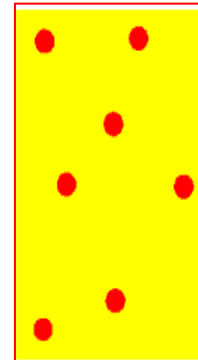
Par contre les états gazeux et liquide représentent des états désordonnés de la matière, c.-à-d., il n'existe pas un ordre qui favorise l'agencement des molécules, car ces molécules sont constamment en mouvement.



Solide



Liquide



Gaz

Fig. III.1

En d'autre terme, les fluides peuvent être classés en deux grandes familles selon leur viscosité: La famille des fluides "newtoniens" (comme l'eau, l'air et la plupart des gaz) ayant une viscosité constante et qui ne peut varier qu'en fonction de la température et la famille des fluides "non newtoniens" (quasiment tout le reste... le sang, les gels, les boues, les pâtes, les Suspensions, les émulsions...) qui ont la particularité d'avoir une viscosité variable en fonction de la vitesse et des contraintes qu'ils subissent durant leur écoulement.

A cette étape, nous pouvons citer les différents types de fluide, qui ont été fait souvent par la distinction entre le liquide et gaz, tels que:

- *Fluide parfait* : Un fluide est dit parfait s'il est possible de décrire son mouvement sans prendre en compte les effets de frottement.
- *Fluide réel* : Dans un fluide réel les forces tangentielles de frottement interne qui s'opposent au glissement relatif des couches fluides sont prises en considération.

Ce phénomène de frottement visqueux apparaît lors du mouvement du fluide.

- *Fluide compressible*: Un fluide est dit compressible lorsque le volume occupé par une masse donnée varie en fonction de la pression extérieure. Les gaz sont des fluides compressibles. Tels que: l'air, l'hydrogène, le méthane à l'état gazeux...etc.
- *Fluide incompressible*: Un fluide est dit incompressible lorsque le volume occupé par une masse donnée ne varie pas en fonction de la pression extérieure (masse volumique

constante). Exemple, les liquides peuvent être considérés comme des fluides incompressibles (eau, huile, etc.)

III.2. Les Propriétés des Fluides

a- La Densité:

La densité d'une substance est la quantité de matière contenue dans une unité de volume de cette substance : $\rho = \frac{M}{V}$; $\left[\frac{Kg}{m^3} \right]$

b- Densité relative :

La densité relative représente la masse spécifique d'un corps exprimée par rapport à celle d'un corps de référence: $D = \frac{\rho}{\rho_{référence}}$; (sans unité)

c- Pression des fluides:

À l'échelle moléculaire, on a vu qu'un fluide au repos est composé de molécules qui, si leur vitesse moyenne V_{moy} est nulle, sont animées d'une vitesse aléatoire $V_{aléatoire}$ résultant des interactions entre elles (collisions, répulsions de Van der Waals, etc.).

Pour comprendre la notion de pression au sein d'un fluide au repos, il faut examiner de plus près le comportement des molécules qui composent ce fluide à vitesse des particules est fluctuante au gré des interactions et elle est d'autant plus grande que la température est grande. En fait, du point de vue thermodynamique, la température n'est qu'une mesure de cette agitation moléculaire. Lorsqu'on place une paroi solide, les molécules vont entrer en collision avec cette paroi et donc, si on moyenne au cours du temps ces différentes impulsions, il en résulte une force moyenne dite force de pression.

d- Théorème de Pascal :

Dans un fluide incompressible en équilibre, toute variation de pression en un point entraîne la même variation de pression en tout autre point.

e- Théorème D'Archimède:

Tout corps plongé dans un fluide reçoit de la part de ce fluide une force (poussée) verticale π_A , vers le haut dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé (ce volume est donc égal au volume immergé du corps): $\pi_A = \rho_{\text{fluide}} \cdot g \cdot V_{\text{corps}}$

Exemple:

Une particule de diamètre $10 \mu\text{m}$ et de masse volumique $\rho = 8,5 \text{ Kg/l}$ descend (mvt uniforme) dans un tube contenant de la glycérine.

- Calculer sa vitesse limite?

- Si on suppose que la longueur du tube $l=10\text{cm}$ déterminer le temps parcouru par la molécule? On donne: masse volumique de la glycérine $\rho_0 = 1,32 \text{ Kg/l}$, viscosité de la glycérine $\eta = 0,83 \text{ poise}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$. ($1 \text{ poise} = 10^{-1} \text{ Pa.s}$).

- D'après la deuxième loi de Newton: $\sum \vec{F} = m\vec{a}$.

Pour un mouvement uniforme cette loi devient : $\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \sum \vec{F} = \vec{0}$.

Qui nous donne : $\vec{p} + \vec{F}_s + \vec{\pi}_A = \vec{0}$

Avec une simple projection sur l'axe YY', on obtient

$$p - F_s - \pi_A = 0 \Rightarrow mg - 6\pi\eta rV - m_{\text{fluide}}g = 0$$

$$m = \rho_{\text{bille}} V_{\text{bille}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{bille}}$$

Où :

$$m_{\text{fluide}} = \rho_{\text{fluide}} V_{\text{fluide déplacé}} = \rho_{\text{fluide}} V_{\text{bille}} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho_{\text{fluide}}$$

Par substitution, on a donc : $V = \frac{2r^2 g (\rho_{\text{bille}} - \rho_{\text{fluide}})}{9\eta}$ loi de Stocks .

$$\text{Application numérique : } V = \frac{2(5 \cdot 10^{-6})^2 9,8(8,5 - 1,32) 10^3}{9 \cdot 0,83 \cdot 10^{-1}} = 4,71 \cdot 10^{-6} \text{ m/s.}$$

Si on suppose que $l=10\text{cm}$, le temps parcouru par la molécule est :

$$x = Vt \Rightarrow t = \frac{x}{V} = \frac{0,1}{4,7 \cdot 10^{-6}} = 354,61 \text{ min.}$$

f- La viscosité:

La viscosité est une grandeur physico-chimique qui caractérise les frottements internes du fluide, autrement dit sa capacité à s'écouler. Elle caractérise la résistance d'un fluide à son écoulement lorsqu'il est soumis à l'application d'une force. C'est à dire, les fluides de grande viscosité résistent à l'écoulement et les fluides de faible viscosité s'écoulent facilement.

La viscosité est déterminée par la capacité d'entraînement que possède une couche en mouvement sur les autres couches adjacentes. Donc les forces de résistance qui dépend à la nature du fluide apparaissant dans le déplacement entre les différentes couches de fluide (analogie avec les frottements des solides) sont dues à la viscosité du fluide.

A ce point, on donne l'expression du module de cette force s'exerçant sur une surface S parallèlement à la vitesse du fluide mais en sens contraire (signe -): $F = -\mu S \frac{dV}{dy}$

A l'intérêt de déterminer la valeur de la viscosité de n'importe quel fluide, il est commode d'utiliser l'appareil de *Viscosimètre à chute de bille*, où le principe de cet appareil est de faire tomber une sphère de rayon r dans un tube vertical transparent contenant le liquide à étudier (de masse volumique ρ). Lorsqu'on laisse tomber la sphère, elle atteint très vite une vitesse limite V_L (lorsque les forces de frottement compensent la résultante du poids et de la poussée d'Archimède). On mesure alors le temps que mets la sphère pour parcourir à vitesse constante la distance entre deux points A et B.

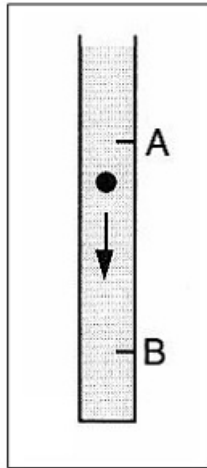


Fig. III.2

- **Viscosimètre à chute de bille**

Finalement avec un simple calcul, la viscosité dynamique de liquide à étudier est donnée par :

$$\mu = k \frac{(\rho_s - \rho) \cdot r^3}{V} = k \frac{(\rho_s - \rho) \cdot r^3}{L} \Delta t$$

Où : le coefficient k est déterminé par un calcul ou par un étalonnage.

ρ_s est la masse volumique de la sphère.

Remarque :

On note ici, que la force de frottement qui subit par la sphère lors de son mouvement est donnée par la relation de Stokes: $F = 6\pi\mu rV$

Avec r est le rayon de la sphère, V sa vitesse et μ la viscosité dynamique du liquide.

III.3. Statique des fluides

On dit qu'un fluide est en équilibre, si quel que soit le volume de fluide considéré, que la résultante des forces sur ce volume soit nulle. Ces forces sont :

- ✓ Les forces de pression.
- ✓ Le poids du volume du fluide étudié.

Donc on peut dire que la statique des fluides est basée principalement sur les résultats suivants:

La différence de pression entre deux points est proportionnelle à leur différence d' hauteur.

La condition citée ci-dessus doit être vraie pour tout volume infinitésimal dv autour d'un point M. On va appliquer le principe fondamental de la dynamique à une particule fluide (référentiel galiléen, il n'y a pas de forces d'inertie). Ainsi, comme la particule fluide est au repos:

$$\overline{dF}_{poids} + \overline{dF}_{pression} = \vec{0}$$

$$\rho g d\nu \vec{k} - \frac{dp}{dz} d\nu \vec{k} = \vec{0}$$

En projetant les vecteurs de cette relation sur l'axe (Oz) orienté vers la verticale montante, on obtient:

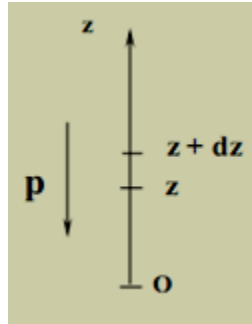


Fig. III.3

- La loi de la statique des fluides est:

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g$$

Comme la masse volumique est constante, il est facile d'intégrer la prédite relation et d'obtenir la loi finale de la statique des fluides incompressibles et homogènes comme:

$$\rho g z + p = \text{constante}$$

III.4. Dynamique des fluides incompressibles

1. Définitions :

Le principe de continuité exprime la conservation de masse, ce qui signifie qu'aucun fluide ne peut être créé ni disparaître dans un volume donné

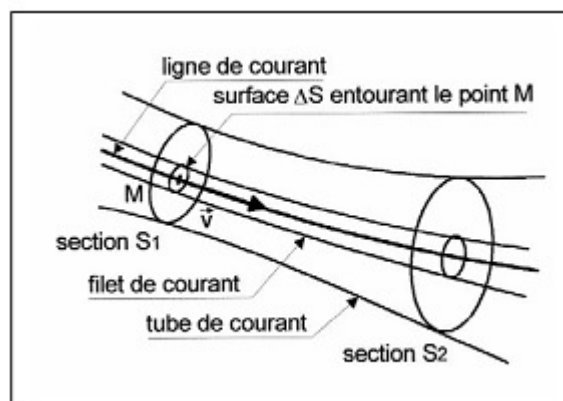


Fig. III.4

- *Le Débit* : est la quantité de matière qui traverse une section droite de la conduite pendant l'unité de temps.
- *Débit masse* : Si dm est la masse élémentaire de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant l'intervalle de temps dt , le débit-masse s'écrit :

$$q_m = \frac{dm}{dt} \text{ [kg}\cdot\text{s}^{-1} \text{]}$$

- *Débit volume* : Si dV est le volume élémentaire de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant l'intervalle de temps dt , le débit-volume s'écrit :

$$q_v = \frac{dV}{dt} \text{ [m}^3\cdot\text{s}^{-1} \text{]}$$

- *Relation entre q_m et q_v* : La masse volumique ρ est donnée par la relation : $\rho = \frac{dm}{dV}$

d'où : $q_m = \rho q_v$

Etant donné que le débit d'écoulement reste toujours constant dans un régime permanent), l'équation de continuité s'écrit comme :

$$Q = S_1 V_1 = S_2 V_2$$

Remarques :

- Les liquides sont incompressibles et peu dilatables (masse volumique constante) ; on parle alors d'écoulements isovolumes.
- Pour les gaz, la masse volumique dépend de la température et de la pression (l'étude des fluides compressibles sera faite ultérieurement). Pour des vitesses faibles (variation de pression limitée) et pour des températures constantes on retrouve le cas d'un écoulement isovolume (vérifier l'équation de continuité).

Exemple:

La figure ci-dessous représente un réservoir ouvert, équipé de deux tubes piézométriques et rempli avec deux liquides non miscibles :

- de l'huile ($\rho_1=850 \text{ kg/m}^3$) sur une hauteur $h_1=6 \text{ m}$
- de l'eau ($\rho_2=1000 \text{ kg/m}^3$) sur une hauteur $h_2=5 \text{ m}$

1- Calculer la pression P_B (en bar) au point B.

En déduire le niveau de l'huile Z_E .

2- Déterminer la pression P_C au point C.

En déduire le niveau de l'eau Z_D .

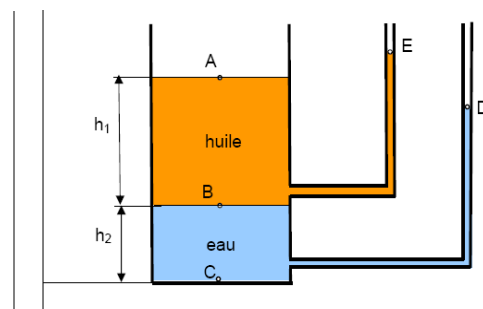


Fig. III.5

1- Appliquant la relation fondamentale de l'hydrostatique (RFH) entre les points B et A, on aura:

$$p_B - p_A = \rho_1 g (Z_A - Z_B)$$

Or : $Z_A - Z_B = h_1$ et $p_A = p_{atm}$.

Donc : $p_B = p_{atm} + \rho_1 g h_1$

Application numérique : $p_B = 10^5 + 850 \cdot 9,81 \cdot 6 = 150031 \text{ Pa} = 1,5 \text{ bar}$.

- Appliquant la RFH entre les points A et E,

$$p_A - p_E = \rho_1 g (Z_E - Z_A) \text{ or } p_A = p_E = p_{atm}$$

Donc : $Z_E = Z_A = h_1 + h_2 = 5 + 6 = 11 \text{ m}$.

2- Appliquant la RFH entre les points C et B, on aura: $p_C - p_B = \rho_2 g (Z_B - Z_C)$

Or: $Z_B - Z_C = h_2$

Donc: $p_C = p_B + \rho_2 g h_2 = 150031 + 1000 \cdot 9,81 \cdot 5 = 199081 \text{ Pa} = 2 \text{ bar}$.

- Appliquant la RFH entre les points C et D,

$p_C - p_D = \rho_2 g (Z_D - Z_C)$ or $p_D = p_{atm}$ et $Z_C = 0$.

Donc: $Z_D = \frac{p_C - p_D}{\rho_2 g} = \frac{199081 + 10^5}{10^3 \cdot 9,81} = 10,1 \text{ m}$.

2. Équation Générale d'Écoulement ou Équation de Bernoulli

Un régime d'écoulement est dit permanent ou stationnaire si les paramètres qui le caractérisent (pression, température, vitesse, masse volumique, ..), ont une valeur constante au cours du temps [7][8][9][10][11]:

a- Cas des Fluides Parfaits (non visqueux)

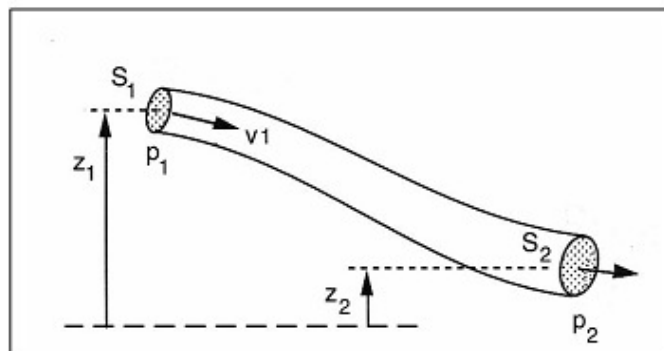


Fig. III.6

L'équation de Bernoulli exprime que, tout le long d'un filet fluide en mouvement permanent (stationnaire), l'énergie totale par unité de poids du fluide reste constante, et l'équation s'écrit :

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2}{2g} = H = \text{constante}$$

b- Cas des Fluides réels (visqueux)

Dans le cas des fluides réels, l'énergie diminue dans la direction de l'écoulement. Ceci est dû à la nature visqueuse du fluide qui dissipe une partie de l'énergie: cette perte d'énergie est appelée *Perte de charge* et l'équation s'écrit :

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{v_1}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{v_2}{2g} + h$$

h : qui est la conséquence de la viscosité du fluide et de la rugosité des parois de la section d'écoulement.

TD N°05 et 06 -Mécanique des fluides (Hydrostatique et Dynamique)-**Exercice 01:**

Une bille métallique de masse volumique $7,8 \text{ g.cm}^{-3}$ et de 4 mm de diamètre descend d'une hauteur de 1 m à travers une huile de densité $1,12$ sous l'effet de la pesanteur pendant 55 s . Calculer la viscosité de l'huile?

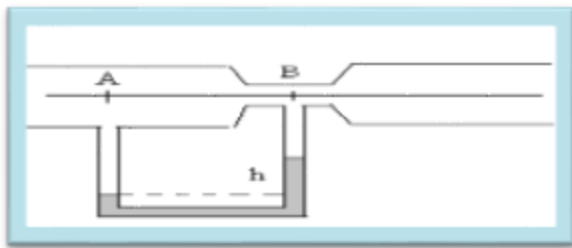
Exercice 02:

Une bille métallique de $7,5 \text{ g.cm}^{-3}$ de masse volumique descend à travers de l'eau dans un tube et met 2 s pour atteindre le fond. La bille met 9 s lorsque le tube est rempli de sang. Calculer la viscosité du sang si sa densité est de $1,06$ et la viscosité de l'eau 10^{-2} poise ?

Exercice 03:

Dans une canalisation de diamètre $D = 9 \text{ cm}$, on veut mesurer le débit d'eau. On intercale un tube de Venturi ($D = 9 \text{ cm}$, $d = 3 \text{ cm}$). La dénivellation du mercure dans un tube en U peut être mesurée avec précision. On lit $4,0 \text{ mm}$ de mercure.

- 1) Montrer que la vitesse dans le col est supérieure à la vitesse dans le convergent ?
- 2) En faisant l'hypothèse que l'eau est un fluide parfait, calculer la différence de pression entre les points A et B. En déduire le sens de la dénivellation de mercure dans le tube en U ?
- 3) Calculer le débit d'eau, en déduire la vitesse à l'arrivée sur le convergent ?

**Exercice 04:**

La figure ci-dessous représente un piston qui se déplace sans frottement dans un cylindre de section S_1 et de diamètre $d_1 = 4 \text{ cm}$ rempli d'un fluide parfait de masse volumique $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$. Le piston est poussé par une force F d'intensité $62,84 \text{ N}$

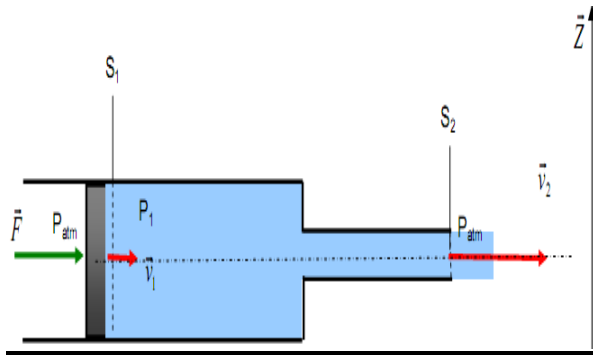
à une vitesse V_1 constante. Le fluide peut s'échapper vers l'extérieur par un cylindre de section S_2 et de diamètre $d_2 = 1 \text{ cm}$ à une vitesse V_2 et une pression $P_2 = P_{atm} = 1 \text{ bar}$

1- En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique au piston, déterminer la pression P_1 du fluide au niveau de la section S_1 en fonction de F , P_{atm} et d ?

2- Ecrire l'équation de continuité et déterminer l'expression de la vitesse V_1 en fonction de V_2 ?

3- En appliquant l'équation de Bernoulli, déterminer la vitesse d'écoulement V_2 en fonction de P_1 , P_{atm} et ρ ?

On suppose que les cylindres sont dans une position horizontale ($Z_1 = Z_2$)



TD N°05 et 06 -Réponses des exercices:

Exercice 01:

L'expression de la viscosité d'huile est donnée par η_{huile} :

$$\eta_{sang} = \frac{2g \cdot r^2 (\rho_{bille} - \rho_{sang}) t}{9x} = 3,26 \text{ pa.s.}$$

Exercice 02:

L'équation de mesure de la viscosité de sang η_{sang} :

$$\eta_{sang} = \eta_{eau} \cdot \frac{(\rho_{bille} - \rho_{sang}) t_{sang}}{(\rho_{bille} - \rho_{eau}) t_{eau}} = 4,45 \cdot 10^{-2} \text{ poise.}$$

Exercice 03:

1- La conservation du débit massique, nous donne : $v_B = v_A \frac{D^2}{d^2} \Rightarrow v_B \gg v_A$.

2- L'application du théorème de Bernoulli entre les points A et B nous permet d'écrire :

$$p_B \langle p_A \text{ puisque } v_B \gg v_A.$$

$$\text{Posant } \beta = \frac{d}{D} \Rightarrow p_A - p_B = 2\rho_e v_B^2 (1 - \beta^4)$$

3- Le débit d'eau $Q_v = \pi \frac{d^2}{4} \sqrt{\frac{2(p_A - p_B)}{\rho_e (1 - \beta^4)}}$.

Exercice 04:

1- Appliquant le principe fondamental de la dynamique, on obtient :

$$p_1 = \frac{4F}{\pi d_1^2} + p_{atm} = 1,5 \text{ bar.}$$

2- L'équation de continuité : $V_1 = \frac{1}{16} V_2$.

3- D'après l'équation Bernoulli $V_2 = \sqrt{\frac{512 (p_1 - p_{atm})}{255 \rho}} = 10 \text{ m / s.}$

REFERANCES
BIBLIOGRAPHIQUES

Références Bibliographiques

- [1] T. GOURIEUX, "*Rudiments d'analyse dimensionnelle*", Université de Lorraine/Nancy, 2016.
- [2] <http://www.cpt.univ-mrs.fr/~virey/PMchap1.pdf>
- [3] N. ZIANI; A .BOUTAOUS, "*Mécanique du point Matériel, cours et exercices*", Université des sciences et technologie d'Oran Mohamed Boudiaf, Algérie 2015/2016.
- [4] M. ZERROUKI, "*Mécanique du point matériel*" ,Polycopié de Cours Physique I, Université IBN-Khaldoun Tiaret 2015-2016.
- [5] A.AKSAS, "*Rappels mathématiques*" Université de Bejaia (2016)
- [6] S. KHÈNE, "*Mécanique du point matériel: Cours et 201 exercices corrigés - 1ère année LMD*", Edition connaissances et savoirs 2015.
- [7] Agnès MAUREL, "*Cours de Physique, Optique géométrique*", Éditions belin, 2002. Paris cedex 06.
- [8] Z. B. AHMED, H. BOUCHRIHA, S. KADDOUR, "Module d'optique géométrique", 2006, Université Virtuelle de Tunis.
- [9] C. & G. BROGNIEZ, "*Optique géométrique*", Université de Lille, science et technologie, UFR de physique, DEUG SV, 1ère année.
- [10] Tamer BECHCRRAWY, "*Optique géométrique: Cours et 134 exercices corrigés*", Editions De Boeck & Larder s. a., 2006
- [11] Yves GEORGELIN, "*Cours d'optique géométrique*", modules S1 G et S1 SM-d 1999-2000.
- [12] JP. PARISOT, P. SEGONDS, S. LE BOITEUX, "*Cours de Physique Optique*", Sciences Sup, Dunod, Paris, 2003.
- [13] S. A. BELDJILALI, "*Optique géométrique*", Polycopié de Cours, Université des sciences et technologie d'Oran Mohamed Boudiaf, Algérie 2015/2016.
- [14] S. M. KHEFIF, "*Les lentilles minces*", Département de Physique EPST Tlemcen 10 février 2013.
- [15] <https://femto-physique.fr/optique/lentilles-minces.php>
- [16] Rachidi A. A. YESSOUFOU, "*Cours: Optique géométrique*", Université d'Abomey - Calavi (UAC) 2015/216.
- [17] Bariza BOUDOUR, "*Cours de Physique et Exercices corrigés pour les étudiants 1ère année Licence SNV*", Université de Biskra, 2017-2018.
- [18] Mokhtar FALEK, "*Polycopié Biophysique Cours, Exercices et Travaux Pratiques 2^{ème} année Licence Biologie*", Université Biskra, janvier 216.
- [19] Saïd BOUABDALLAH, "*Initiation aux écoulements dynamique des fluides parfaits, Cours & Exercices Résolus*", Editions Al-Djazair.

[20] N. LIDGI-GUIGUI, "*Mécanique des fluides*", Université Paris 13, polycopie DUT Génie Biologique 2014.

[21] Christophe ANCEY, "*Notes de cours, Mécanique des fluides*" ,Laboratoire Hydraulique Environnementale (LHE) École Polytechnique Fédérale de Lausanne Écublens, version 10.1 du 19 décembre 2014.