إدارة العمليات

المزيج الإنتاجي
باستخدام بالبرمجة الخطية

يقصد بالمزيج الإنتاجي عدد المنتجات التي يمكن للشركة أن تنتجها في ظل قيود معينة

عند انتاج منتج واحد بمادة أولية واحدة فانه لن يكون أي اشكال بالنسبة
للشركة لأن الإنتاج في هذه الحالة يتوقف على الكميات المتوفرة من المادة

الاشكال يطرح مثلا عندما يتوفر للشركة كمية معينة من المادة الأولية وتريد
ان تنتج أكثر من منتوج وتريد ان تعرف التشكيلة المثلى
من هذين المنتجين التي تحقق لها اكبر ربح او اقل تكلفة

في هذه الحالة نلجأ
لاستخدام البرمجة الخطية

التعريف بمسألة البرمجة الخطية

لأن القيود في مجال الإدارة وخاصة في مجال الإنتاج والعمليات كثيرة فإننا نحتاج لاستخدام البرمجة الخطية

من بين المجالات التي نحتاج فيها البرمجة الخطية: **المزيج الإنتاجي**

وهناك حالتين

عندما نستعمل البرمجة الخطية لتحديد المزيج الإنتاجي قصد تحقيق أكبر ربح أو أكبر رقم أعمال ...الخ ← تكون المسألة من نوع الحد الأقصى وتكتب : MAX

عندما نستعمل البرمجة الخطية لتحديد المزيج الإنتاجي قصد تقليص التكلفة أو تقليص وقت الإنتاج ... الخ ← تكون المسألة من نوع الحد الأدنى وتكتب : MIN

ملاحظات

- البرمجة الخطية هي طريقة لحل مسائل الأمثلية
- الحل الأمثل ليس بالحل الأفضل بكيفية مطلقة ولكنه أحسن حل في ظل قيود معينة

مكونات البرمجة الخطية
Requirements of a linear programming

هناك ثلاث مكونات /عناصر لأي مشكلة تعالجها البرمجة الخطية وهي:

1. دالة الهدف

ودالة الهدف اما ان تكون تعظيما(maximization) أو تقليلا (minimization)

2. قيود المسألة

تبين القيود التي تواجهها المؤسسة بالنسبة لهذه المسألة.

3. شرط عدم السلبية

تعني أن المتغيرات لا يمكن أن تكون سالبة

من أهم أشكال القيود ما يلي:

أ. ندرة عناصر الإنتاج

ب. محدودية الطاقة للموارد المتاحة

ت .النواحي الفنية والتقنية

ث. استيعاب السوق

ج. جودة المنتجات والعناصر الداخلة في إنتاجها

اجراءات الحل بطريقة Simplex في حالة(التعظيم)

يتم إيجاد الحل لنماذج البرمجة الخطية (LP) بموجب طريقة Simplex وفقا إلى ثلاث مراحل أساسية و متسلسلة

المرحلة الأولى

و ذلك بإيجاد الحل الأساسي الممكن (الحل الأولي) (Feasible solution).

المرحلة الثانية

و ذلك بتحسين الحل الأولي للحصول على حل أفضل (Best solution).

المرحلة الثالثة

و ذلك بتحسين الحل الأفضل للحصول على الحل الأمثل (Optimal solution).

شكل جدول الحل

Non- Basic var. / Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية					الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2	S3		
Z								
S1								
S2								
S3								

مثال

حدد المزيج الإنتاجي الأمثل اذا كانت دالة الهدف على الشكل

$$\text{Max} : Z=30X_1 +18X_2$$

القيود

$$X_1 + 2X_2 \leq 200 \qquad (1)$$

$$3X_1 + 2X_2 \leq 300 \qquad (2)$$

$$X_1 \leq 150 \qquad (3)$$

$$X_1 , X_2 \geq 0 \qquad \text{شرط عدم السلبية}$$

الحل:

الخطوة (1) نحول قيود المشكلة من الصيغة العامة الى الصيغة القياسية

$$X1 + 2X2 + S1 = 200$$
$$3X1 + 2X2 + S2 = 300$$
$$X1 + S3 = 150$$
$$X1, X2, S1, S2, S3 \geq 0$$ شرط عدم السلبية

الخطوة (2) تضاف المتغيرات الراكدة (المهملة)الى معادلة دالة الهدف بمعاملات صفرية

$$\text{Max} : Z = 30X1 + 18X2 + 0S1 + 0S2 + 0S3$$

الخطوة(3) نحول دالة الهدف الى دالة صفرية

$$Max : Z-30X1-18X2-0S1-0S2-0S3=0$$

الخطوة(4) نقوم بإعداد جدول الحل الابتدائي

Non- Basic var. / Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية					الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2	S3		
Z	1	-30	-18	0	0	0	0	
S1	0	1	2	1	0	0	200	
S2	0	3	2	0	1	0	300	
S3	0	1	0	0	0	1	150	

ملاحظات عن اعداد الجدول :

- المتغير الاساسي هو المتغير الذي يكون معامله صفر في معادلة دالة الهدف اي (S1,S2,S3)

- ان وضع Z في عمود المتغيرات الاساسية لا يعني انها متغير اساسي انها فقط تساعد في تحديد المتغير الداخل ولتحديد ما اذا كنا قد وصلنا للحل الامثل.

- ان القيم الموجودة في جدول الحل الابتدائي تمثل معاملات المتغيرات في معادلة دالة الهدف والقيود.

- القيم التي تقابل المتغير S1 هي معاملات المتغيرات في القيد (1) . أما القيم التي تقابل المتغير S2 هي معاملات المتغيرات في القيد (2).و القيم التي تقابل المتغير S3 هي معاملات المتغيرات في القيد (3).

الخطوة (5)

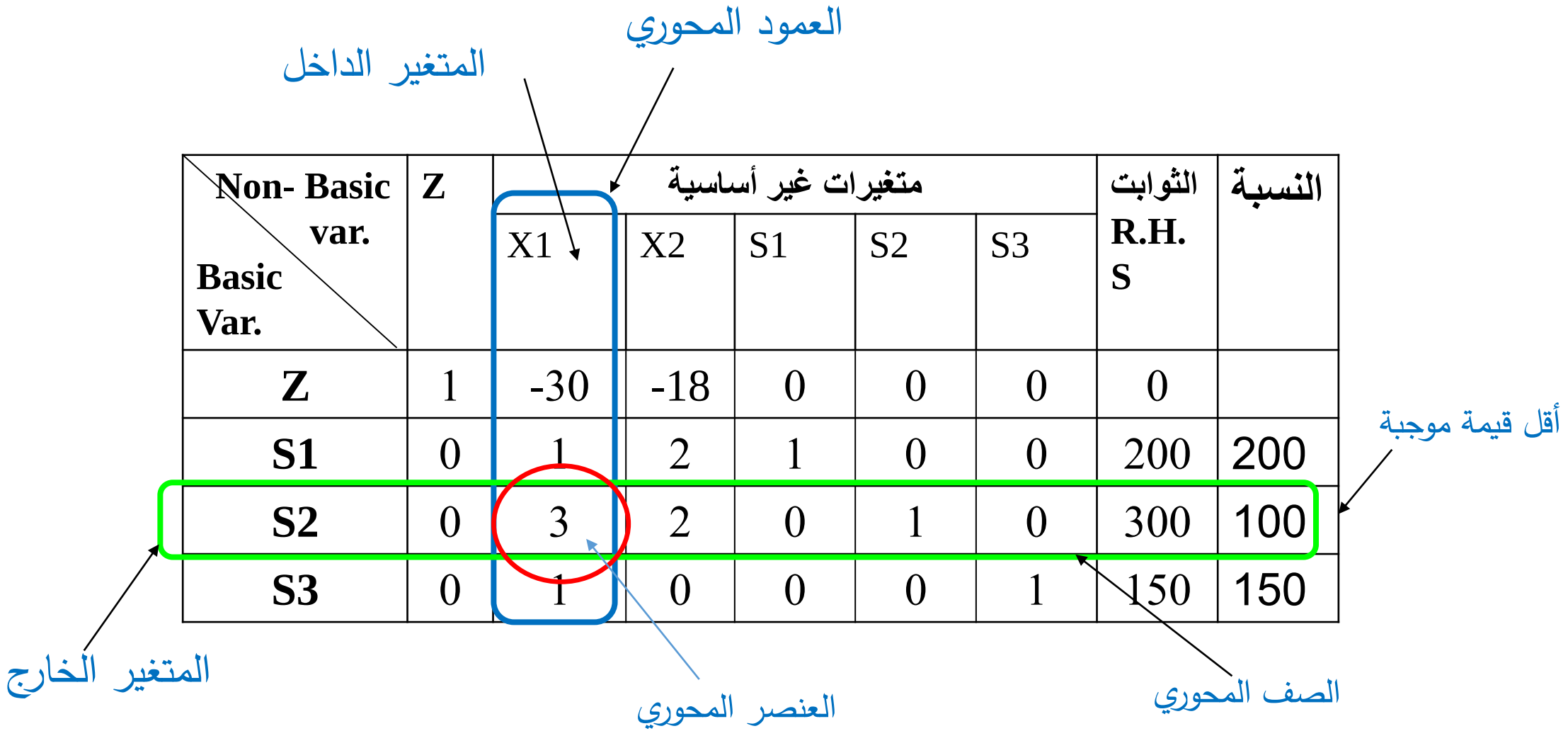
- اختيار المتغير الداخل وهو المتغير الذي يمثل اكبر قيمة بإشارة سالبة في صف Z
- ويطلق على العمود الذي يضم المتغير الداخل (عمود المحور Pivot column).

- اختيار المتغير الخارج وهو المتغير الذي يمثل اقل قيمة موجبة من حاصل قسمة قيم R.H.S على قيم عمود المحور ،وتهمل اية قيمة سالبة او صفرية او غير محددة (∞).
- ويطلق على الصف الذي يضم المتغير الخارج (صف المحور Pivot row).

200/1=200
300/3=100
150/1=150

اذن المتغير S2هو المتغير الخارج لأنه يمثل اقل قيمة موجبة (100)

اعداد جدول الحل الابتدائي



Non- Basic var. / Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية					الثوابت R.H.S	النسبة
		X1	X2	S1	S2	S3		
Z	1	-30	-18	0	0	0	0	
S1	0	1	2	1	0	0	200	200
S2	0	3	2	0	1	0	300	100
S3	0	1	0	0	0	1	150	150

ايجاد القيم الجديدة لمعاملات المتغيرات

ايجاد قيم المتغير الداخل X1 وذلك عن طريق قسمة كل قيمة في صف المحور على العنصر المحوري.

اذن قيم المتغير الداخل X1 هي :

X1= (0/3, 3/3, 2/3, 0/3,1/3, 0/3, 300/3)

X1= (0 , 1 , 2/3 , 0 ,1/3 , 0 , 100)

تكتب القيم الجديدة اعلاه في جدول الحل الجديد

Non- Basic var. / Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية					الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2	S3		
Z								
S1								
X1	0	1	2/3	0	1/3	0	100	
S3								

ايجاد قيم بقية المتغيرات في الجدول

- لإيجاد قيمة Z الجديدة ، نضرب القيمة المقابلة لـ Z في عمود المحور وهي (−30) × قيم المتغير الداخل الجديدة وكما يأتي:

$$-30 * (0 \ , 1 \ , 2/3 \ , \ 0 \ , \ 1/3 \ , \ 0 \ , \ 100)$$
$$= \ (\ 0 \ , -30 \ , -20 \ , \ 0 \ , \ -10 \ , \ 0 \ , \ -3000)$$

- ثم نطرح القيم اعلاه من قيم معاملات Z القديمة في جدول الحل الابتدائي كما يأتي:

$$(1 \ , -30 \ , \ -18 \ , \ 0 \ , 0 \ , 0 \ , 0)$$
$$-\ (0 \ , -30 \ , -20 \ , \ 0 \ , -10 \ , 0 \ , -3000\ )$$
$$(\ 1 \ , \ \ 0 \ \ , \ \ 2 \ , 0 \ , 10 \ , 0 \ , \ 3000)$$

ننقل القيم الى جدول الحل الثاني.

Non- Basic var. / Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية					الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2	S3		
Z	1	0	2	0	10	0	3000	
S1								
X1	0	1	2/3	0	1/3	0	100	
S3								

- لإيجاد قيمة S1 و S3 الجديدة نقوم بنفس الخطوات اعلاه أي ضرب العنصر المقابل لهما في عمود المحور × قيم المتغير الداخل الجديدة ثم نطرح الناتج من قيم المتغيرين S1 و S3 القديمة

- ثم ننقل القيم الى جدول الحل الثاني.

Non- Basic var. / Basic Var.	Z	متغيرات غير أساسية					الثوابت R.H.S	
		X1	X2	S1	S2	S3		
Z	1	0	2	0	10	0	3000	
S1	0	0	4/3	1	−1/3	0	100	
X1	0	1	2/3	0	1/3	0	100	
S3	0	0	−2/3	0	−1/3	1	50	

بعد استكمال الجدول نقوم بالتأكد هل يمثل الحل الامثل أم لا وذلك من خلال ملاحظة القيم في صف Z

ولان دالة الهدف من نوع تعظيم ،نصل للحل الامثل عندما تكون جميع القيم في صف Z موجبة او صفرية.

لذا الجدول الثاني يمثل جدول الحل الامثل لان جميع القيم في صف Z موجبة او صفرية

هذا يعني ان الحل الامثل هو في انتاج 100 وحدة من النوع الاول (X1=100)
لنتمكن من تحقيق ربح مقداره 3000 (Z=3000).

ملاحظة: عندما تبقى قيمة سالبة في صف دالة الهدف فإننا نعيد إجراء نفس العمليات الى أن نصل الى الحل الأمثل