

سلسلة التمارين رقم 03 في الإحصاء الرياضي
التوزيعات الاحتمالية

التمرين الأول:

يتكون فوج سياحي من ثمانية أشخاص: خمسة رجال وثلاث نساء. سحبنا عشوائيا خمسة أشخاص. ليكن X متحولا عشوائيا يمثل عدد الرجال ضمن العينة المسحوبة.
المطلوب:

1. حدد جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير X .
2. أحسب التوقع الرياضي والتباين لهذا التوزيع.
3. أحسب دالة التوزيع (تابع التوزيع) ومثلها بيانيا.

التمرين الثاني:

توجد في صندوق سبع زجاجات ماء معدني، أربع منها من نوع "بن هارون" B والباقي من نوع "سعيدة" S . سحبنا زجاجتين عشوائيا. ليكن X متحولا عشوائيا يمثل عدد الزجاجات المسحوبة من نوع "بن هارون".
المطلوب:

1. أدرج فضاء إمكانات هذه التجربة.
2. ما هي القيم الممكنة للمتغير X ؟
3. ما هو احتمال أن يكون ضمن الزجاجات المسحوبة زجاجة واحدة B على الأقل؟
4. أدرج جدول قانون التوزيع الاحتمالي للمتغير X ومثله بيانيا.
5. أوجد تابع التوزيع $F(x)$ ومثله بيانيا.

التمرين الثالث:

لتكن الدالة f معرفة كما يأتي:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{64}x^2 & \dots\dots\dots 0 < x < 4 \\ 0 & \dots\dots\dots \sin\theta \end{cases}$$

1. تأكد أن هذه الدالة دالة كثافة احتمالية، ثم مثلها بيانيا.
2. أوجد الاحتمال $p(1 < x < 1.5)$
3. أحسب التوقع الرياضي والتباين لهذه الدالة.

التمرين الرابع:

لتكن الدالة f معرفة كما يأتي: حيث a عدد حقيقي.

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 & \dots\dots\dots 0 < x < 1 \\ 0 & \dots\dots\dots \sin\pi x \end{cases}$$

1. حدد قيمة a حتى تكون f تابع كثافة، ثم مثلها بيانيا.
2. أحسب: $p(x < 0.5)$ ، $p(x < 3/4)$
3. أحسب $F(x)$ ومثله بيانيا.
4. أحسب التوقع الرياضي والتباين لهذه الدالة.

تمارين إضافية مقترحة للحل

التمرين الأول: يرمي لاعب قطعة نرد، وذلك ضمن الشروط الآتية:

- إذا كان الرقم الناتج 1 يحصل اللاعب على نقطتين اثنتين.
 - إذا كان الرقم الناتج 6 يحصل اللاعب على ثلاث نقاط.
 - إذا كان الرقم الناتج أكبر من أو يساوي 2، وأقل من أو يساوي 5 يحصل اللاعب على نقطة واحدة.
- ليكن X متغيرا عشوائيا يمثل النقاط التي يحصلها هذا اللاعب.

المطلوب: حدد جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير X وتأكد من تحقيقه للشروطين.

مجموع	3	2	1	x_i
1	1/6	1/6	4/6	$P(x_i)$

الجواب المنتظر:

$$P(x_i) \geq 0, \sum_{i=1}^3 P(x_i) = 1$$

التمرين الثاني:

لتكن الدالة f معرفة كما يأتي:

$$f(x) = \begin{cases} 1/2 & \dots\dots\dots 1 < x < 3 \\ 0 & \dots\dots\dots \sin\pi x \end{cases}$$

1. تأكد أن هذه الدالة تابع كثافة احتمالية.
2. مثلها بيانيا.
3. أوجد الاحتمال $p(2 < x < 2.5)$ (ج: 0.25)
4. أوجد تابع التوزيع $F(x)$ ومثله بيانيا.
5. أحسب التوقع الرياضي والتباين لهذه الدالة. (ج: $E(x)=2$ ، $v(x)=1/3$)

أسرة المقياس.