VI. ملخص لمميزات الحركة في مختلف جمل الإحداثيات

A. شعاع الموضع

الديكارتية (x,y,z): $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$

الاسطوانية (ρ,φ,z): $\overrightarrow{OM} = \rho\vec{U}_\rho + z\vec{k}$

الكروية (r,θ,φ): $\overrightarrow{OM} = \vec{r} = r\vec{U}_r$

الفاصلة المنحنية $s(t)$: $s(t) = \int \|\vec{v}\| dt + Cte$

B. شعاع السرعة

الديكارتية: $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k}$

الاسطوانية: $\vec{v} = \dot{\rho}\vec{U}_\rho + \rho\dot{\varphi}\vec{U}_\varphi + \dot{z}\vec{k}$

الكروية: $\vec{v} = \dot{r}\vec{U}_r + r\dot{\theta}\vec{U}_\theta + r\dot{\varphi}\sin\theta\vec{U}_\varphi$

الذاتية: $\vec{v} = \|\vec{v}\|\vec{U}_T$

C. شعاع التسارع

الديكارتية: $\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt} = \dfrac{d^2\overrightarrow{OM}}{dt^2} = \dfrac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \dfrac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \dfrac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$

الاسطوانية: $\vec{a} = \left[\ddot{\rho} - \rho\dot{\varphi}^2\right]\vec{U}_\rho + \left[\rho\ddot{\varphi} + 2\dot{\rho}\dot{\varphi}\right]\vec{U}_\varphi + \ddot{z}\vec{k}$

الكروية:
$$\vec{a} = \begin{cases} \left[\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\varphi}^2\sin^2\theta\right]\vec{U}_r + \\ + \left[2\dot{r}\dot{\theta} + r\left(\ddot{\theta} - \dot{\varphi}^2\dfrac{\sin 2\theta}{2}\right)\right]\vec{U}_\theta + \\ + \left[\sin\theta\left(\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}\right) + r\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos\theta\right]\vec{U}_\varphi \end{cases}$$

الذاتية: $\vec{a} = \vec{a}_T + \vec{a}_N = \dfrac{dv}{dt}\vec{U}_T + \dfrac{v^2}{R}\vec{U}_N$

IV ملخص لعلاقات التركيب:

a) شعاع الموضع

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OO_1} + \overrightarrow{O_1M}$$

⬅ شعاع الموضع النسبي

$$\overrightarrow{O_1M}(t) = x_1(t)\vec{i}_1 + y_1(t)\vec{j}_1 + z_1(t)\vec{k}_1$$

⬅ شعاع الدوران اللحظي لـ R_1 بالنسبة لـ R

$$\vec{w}_{R_1/R} \quad (\vec{w}_e)$$

b) تركيب السرعات

$$\vec{v}_a = \vec{v}_r + \vec{v}_e$$

⬅ السرعة النسبية

$$\vec{v}_r(t) = \left.\frac{d\overrightarrow{O_1M}}{dt}\right|_{R_1} = \dot{x}_1\vec{i}_1 + \dot{y}_1\vec{j}_1 + \dot{z}_1\vec{k}_1$$

⬅ سرعة الجر

$$\vec{v}_e(t) = \left.\frac{d\overrightarrow{OO_1}}{dt}\right|_R + \vec{w}_{R_1/R} \wedge \overrightarrow{O_1M}$$

c) تركيب التسارعات

$$\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c$$

⬅ التسارع النسبي

$$\vec{a}_r(t) = \left.\frac{d\vec{v}_r(t)}{dt}\right|_{R_1}$$

⬅ تسارع الجر

$$\vec{a}_e(t) = \left.\frac{d^2\overrightarrow{OO_1}}{dt^2}\right|_R + \vec{w}_{R_1/R} \wedge \left(\vec{w}_{R_1/R} \wedge \overrightarrow{O_1M}\right) + \frac{d\vec{w}_{R_1/R}}{dt} \wedge \overrightarrow{O_1M}$$

⬅ التسارع الايضافي (أو تسارع (Coriolis))

$$\vec{a}_c(t) = 2\vec{w}_{R_1/R} \wedge \vec{v}_r$$

2) إذا كان شعاع العزم الحركي معدوم $\left(\vec{L}_o = \vec{0}\right)$:

$$\vec{L}_o = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{P} = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{OM} \,//\, m\vec{v}$$

$\overrightarrow{OM} \,//\, \vec{v}$: حركة مستقيمة.

ملخص لأهم قوانين الفصل الرابع- التحريك

- **المبدأ الأساسي للتحريك :**

(الكتلة متغيرة) $$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt}$$

(الكتلة ثابتة) $$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

- **كمية الحركة :**

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

- **العزم الحركي:**

$$\vec{L}_o = \overrightarrow{OM} \wedge \vec{P} = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{v}$$

- **نظرية العزم الحركي :**

$$\frac{d\vec{L}_o}{dt} = \vec{\eta}_o\left(\sum \vec{F}ext\right) = \overrightarrow{OM} \wedge \sum \vec{F}ext$$

ون حول التوازن أنه مستقر إذا كانت المشتقة الثانية للطاقة الكامنة بالنسبة
لمحور موجهة هذا يعني:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 E_p}{\partial x^2} > 0 \\ \dfrac{\partial^2 E_p}{\partial y^2} > 0 \\ \dfrac{\partial^2 E_p}{\partial z^2} > 0 \end{cases}$$

ر الجسيم الواقع في حالة توازن كي يكون مستقرا:

و عليه فأوضاع التوازن المستقر لجسيم، ما هي الا نقاط بلوغ طاقته الكامنة قيما صغرى. أما أوضاع التوازن الغير مستقر فهي توافق نقاط بلوغ الطاقة الكامنة قيما عظمى.

ملخص لأهم قوانين الفصل الخامس-العمل والطاقة

- عمل قوة: $W_{A\to B} = \int_A^B \vec{F} \cdot d\vec{l}$ ----------

- الطاقة الحركية: $E_C = \frac{1}{2}mv^2$ ----------

(نظرية الطاقة الحركية) $\Delta E_C = W_{A\to B}$

- علاقة الطاقة الكامنة بالقوة المحافظة $\vec{F}$: $\vec{F} = -\overrightarrow{grad} E_p$ ----------

- الطاقة الميكانيكية (الكلية): $E_M = E_C + E_p$ ----------

(نظرية الطاقة الميكانيكية) $\Delta E_M = E_M^B - E_M^A = \left(W_A^B\right)_{NC}$

في حالة جميع القوى محافظة تكون الطاقة الميكانيكية محفوظة:

$$\Delta E_M = 0 \Rightarrow E_M^B = E_M^A$$