

TP N ° 02 : Les polynômes

Sous MATLAB, les polynômes sont représentés par des vecteurs lignes dont les composantes sont données par ordre de puissances décroissantes. Un polynôme de n degré est représenté par un vecteur de taille n+1.

Exemple 01 : Le polynôme : $f_1(x) = 8x^5 + 2x^3 - 3x^2 + 4x - 2$ est représenté par : $f_1 = [8 \ 0 \ 2 \ -3 \ 4 \ -2]$

I- Racines d'un polynôme

Soit le polynôme : $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$

Après factorisation, ce polynôme peut être écrit sous la forme :

$P(x) = a_n (x - r_1) \cdot (x - r_2) \cdot (x - r_3) \dots (x - r_n)$. Où r_0, r_1, \dots, r_n sont les racines du polynôme.

Pour trouver ces racines dans MATLAB, on doit exécuter la fonction « roots ».

Exemple 02 : 1- Pour le polynôme $P_1(x) = 2x^3 + x^2 + 4x + 5$ on écrit : $P_1 = [2 \ 1 \ 4 \ 5]$; $r_1 = \text{roots}(p)$; et le résultat : r_1 . Les trois racines de ce polynôme (dont 2 sont complexes) sont données sous forme d'un vecteur colonne.

Quand les racines sont connues, les coefficients peuvent être recalculés par la commande « poly ».

2- Pour le polynôme $P_2(x) = x^2 + 3x + 8$ on écrit : $P_2 = [1 \ 3 \ 8]$; $r_2 = \text{roots}(P_2)$.

Reconstruire le polynôme à partir de ses racines. $\text{Poly}(r_2)$.

II- Multiplication des polynômes

La fonction « conv » donne le produit de convolution de deux polynômes. L'exemple suivant montre l'utilisation de cette fonction.

Exemple 03 : Soient : $f(x) = 3x^3 + 2x^2 - x + 4$, $g(x) = 2x^4 - 3x^2 + 5x - 1$. Le produit de convolution $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ est donné par : $f = [3 \ 2 \ -1 \ 4]$; $g = [2 \ 0 \ -3 \ 5 \ -1]$; $h = \text{conv}(f, g)$.

III- Division des polynômes

La fonction « deconv » donne le rapport de convolution de deux polynômes (déconvolution des coefficients du polynôme).

Exemple 04 : Pour les mêmes fonctions précédentes on a par exemple : $k = \text{deconv}(h, g)$

IV- Evaluation d'un polynôme

Pour évaluer le polynôme $P(x)$ en un point donné, on doit utiliser la fonction « polyval » . Pour $x=1$, par exemple on écrit : $\text{polyval}(p, 1)$

Exemple 05 : Evaluer le polynôme $y = 3x^4 - 7x^3 + 2x^2 + x + 1$ pour $x = 2.5$.

Autre fonctions

$\text{polyder}(f)$: Calcul la dérivée d'une fonction polynomiale $f(x)$.

$\text{polyint}(f)$: Calcul la primitive d'une fonction polynomiale $f(x)$.

Exemple 06 : Soit le polynôme $y = 3x^2 - 5x + 2$. $\text{polyval}(P, 5)$. $\text{Polyder}(P)$. $\text{Polyint}(P)$

Exercice

Soit le polynôme suivant $P(x) = 4x^5 - 2x^3 + x + 2$

1- Evaluer les valeurs de $P(x)$ dans les points $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$.

2- Calculer la dérivée de $P(x)$.

3- Calculer la primitive de $P(x)$.