جامعة محمد خيضر بسكرة
قسم علوم المادة

مقياس : رياضيات I

سلسلة التمارين رقم 5

تمرين 1 : 1) نزود المجموعة $\mathbb{R}$ بقانون التركيب الداخلي $\bigstar$ المعرف كما يلي:

$$\forall x, y \in \mathbb{R} : x \bigstar y = xy + \left(x^2 - 1\right)\left(y^2 - 1\right)$$

أثبت أن $\bigstar$ تبديلي ولبس تجميعي وأن 1 هو العنصر الحيادي.

2) نزود المجموعة $\mathbb{R}_+^*$ بقانون التركيب الداخلي $\bigstar$ المعرف كما يلي:

$$\forall x, y \in \mathbb{R}_+^* : x \bigstar y = \sqrt{x^2 + y^2}$$

A) أثبت أن $\bigstar$ تبديلي و تجميعي وأن 0 هو العنصر الحيادي.

B) أثبت أنه لايوجد في $\mathbb{R}_+^*$ أي عنصر نظير بالنسبة للعملية $\bigstar$.

تمرين 2 : ليكن $G = \mathbb{R}^* \times \mathbb{R}$ و $\bigstar$ القانون المعرف في G كما يلي:

$$(x, y) \bigstar (x', y') = (xx', xy' + y)$$

1) أثبت أن $(G, \bigstar)$ زمرة ليست تبديلية.

2) أثبت أن $(]0, +\infty[\times \mathbb{R}, \bigstar)$ زمرة جزئية من $(G, \bigstar)$.

تمرين 3 : نزود المجموعة $A = \mathbb{R} \times \mathbb{R}$ بالقانونين المعرفين كما يلي:

$$(x, y) * (x', y') = (xx', xy' + x'y) \qquad \text{و} \qquad (x, y) + (x', y') = (x + x', y + y')$$

1) أثبت أن $(A, *)$ زمرة تبديلية.

2) أثبت أن

A) القانون $*$ تبديلي.

B) القانون $*$ تجميعي.

C) اوجد العنصر الحيادي بالنسبة للقانون $*$.

D) أثبت أن $(A, +, *)$ تشكل حلقة تبديلية.