

السلسلة رقم 03

التمرين 01 : أدرس قابلية الاشتقاق ثم الاستمرارية عند 0 للدوال التالية :

$$1^{\circ} \quad f(x) = \begin{cases} x^2 \cos \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

$$2^{\circ} \quad g(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

التمرين 02 : عين مشتقات الدوال التالية :

$$1^{\circ} \quad f(x) = (x + 2)^3 (3x - 1)^2$$

$$2^{\circ} \quad g(x) = \frac{3x - 2}{x^2 - 1}$$

$$3^{\circ} \quad h(x) = \frac{1 - \ln x}{1 + \sqrt{x}}$$

التمرين 03 : بتطبيق نظرية التزايد المتنتهية أثبت أن :

$$1^{\circ} \quad \forall x \in ]0, +\infty[, \quad \frac{x}{1+x} < \ln(1+x) < x$$

$$2^{\circ} \quad \forall x \in ]0, +\infty[, \quad \frac{1}{2\sqrt{x+1}} < \sqrt{x+1} - \sqrt{x} < \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

التمرين 04 : باستعمال قاعدة لوبيتال أحسب النهايات التالية :

$$1) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+x}}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\sin^2 x}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x-1}$$

$$4) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$$

$$5) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 5x - 4}{x+1}$$

**التمرين 05 : 1** باستعمال التكامل بالتجزئة أحسب الدوال الأصلية التالية :

$$1) \int x^2 \ln x dx \quad 2) \int e^x \cos x dx$$

(1) باستعمال طريقة استبدال المتغير أحسب الدوال الأصلية التالية :

$$1) \int \frac{1}{x \ln x} dx \quad 2) \int \frac{1}{3+e^{-x}} dx$$

(2) أحسب الدوال الأصلية التالية :

$$1) \int \frac{x+2}{x^2-3x+4} dx \quad 2) \int \frac{3x+1}{(x+1)^2} dx$$

**التمرين 06 :** أحسب التكاملات التالية :

$$1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx \quad 2) \int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{e^x+1}} dx$$

**تمرين 07 :** أوجد النشر المحدود من الرتبة 4 في جوار 0 للدالة الآتية :

$$f(x) = \frac{1+x+x^2}{1-x+x^2}$$