جامعة محمد خيضر بسكرة
قسم علوم المادة

مقياس : رياضيات I

سلسلة التمارين رقم 4

تمرين 1 : . احسب النهايات التالية إذا كانت موجودة.

1. $\lim\limits_{x\to 5^+} \dfrac{x^2-11x+28}{x^2-25}$ **2.** $\lim\limits_{x\to 5^-} \dfrac{x^2-11x+28}{x^2-25}$

3. $\lim\limits_{x\to 5^+} \dfrac{x^2-9x+20}{x^2-25}$ **4.** $\lim\limits_{x\to 5^-} \dfrac{x^2-9x+20}{x^2-25}$

تمرين 2 : احسب النهايات التالية :

1. $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}$ **2.** $\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x^2-1}-x$

تمرين 3 : احسب النهايات التالية :

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} e^{2x}-e^x$ **2.** $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{2x}+1}{x+3}$

3. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{xe^x+2e^x-5}{e^x-3}$ **4.** $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+x\sin x}{x^2+x\cos x}$.

تمرين 4 : ادرس النهايات التالية :

1. $\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{2}{1-x^2}$ عند 1 **2.** $\dfrac{\sqrt{x}-1}{x-1}$ عند 1

3. $\dfrac{x^3+x+5}{5x^3+7x^2+8}$ عند $+\infty$ **4.** $\sqrt{x^2+2x}-x$ عند $+\infty$

5. $x^5e^{-x^2}$ عند $+\infty$ **6.** $\dfrac{x+\cos x}{x+\sin x}$ عند $+\infty$

7. $\dfrac{x\ln x+7}{x^2+4}$ عند $+\infty$ **8.** $\dfrac{4\sin^2 x+3\cos(5x)}{x}$ عند $+\infty$.

تمرين 5 : بإستعمال التعريف أي أوجد (ϵ,δ)، لدراسة نهاية الدالة x^3 عند 1.

تمرين 6 : لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كمايلي :

$$g(x)=\begin{cases}\frac{1}{\ln|x|} & \text{إذا كان } x\notin\{0,-1,1\}\\ 0 & \text{إذا كان } x=0,-1,1\end{cases}$$

في أي نقاط g مستمرة؟

تمرين 7 : 1) لتكن الدالة $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ المعرفة كمايلي

$$f(x)=\begin{cases}(ax)^2 & \text{إذا كان } x\leq 1,\\ a\sin(\frac{\pi}{2}x) & \text{إذا كان } x>1\end{cases}$$

حيث $a\in\mathbb{R}$ ثابت حقيقي. ماهي قيم a حتى تكون الدالة f مستمرة؟

2) أوجد كل قيم الثابت $\alpha,\beta,\gamma\in\mathbb{R}$ حتى تكون الدالة $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ التالية مستمرة :

$$g(x)=\begin{cases}1 & \text{إذا كان } x\leq 0,\\ \alpha e^{-x}+\beta e^{x}+\gamma x(e^{x}-e^{-x}) & \text{إذا كان } 0<x<1,\\ e^{2-x} & \text{إذا كان } x\geq 1.\end{cases}$$

تمرين 8 : لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ كمايلي :

$$f(x)=\frac{1+x}{x^3+1}.$$

أثبت أنه يمكننا تمديد الدالة f بالإستمرار عند النقطة -1.
حدد القيمة المأخوذة عند -1 لهذا التمديد.

تمرين 9 : هل الدوال التالية قابلة للاشتقاق في0 ؟

$$f(x)=\frac{x}{1+|x|},\quad g(x)=\begin{cases}x\sin(x)\sin(1/x) & \text{إذا كان } x\neq 0\\ 0 & \text{إذا كان } x=0.\end{cases},\qquad h(x)=|x|\sin x.$$

تمرين 10 : أوجد $a,b\in\mathbb{R}$ بحيث تكون الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}_+$ كما يلي

$f(x)=ax^2+bx+1$ إذا كان $x>1$ و $f(x)=\sqrt{x}$ إذا كان $0\leq x\leq 1$

قابلة للإشتقاق عند 1.

تمرين 11 : أدرس قابلية إشتقاق الدوال التالية على $\mathbb{R}$:

$$f(x)=\begin{cases} x^2\sin\left(\frac{1}{x}\right) & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases} \qquad g(x)=\begin{cases} x^3\sin\left(\frac{1}{x}\right) & x\neq 0 \\ 0 & x=0. \end{cases}$$

تمرين 12 : أحسب المشتق من الدرجة n للدوال التالية :

$$\mathbf{1}.x\mapsto x\exp(x) \qquad \mathbf{2}.x\mapsto x^2\sin x$$
$$\mathbf{3}.x\mapsto x^{n-1}\ln(1+x).$$

تمرين 13 : لتكن $n\in\mathbb{N}$. أثبت أن المشتق من الدرجة $n+1$ للدالة : $x^ne^{1/x}$ هو

$$\frac{(-1)^{n+1}}{x^{n+2}}e^{1/x}.$$