REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
Université de Biskra
Faculté des sciences et de la technologie
Département de Génie Electrique / Energies renouvelables
Module: Ressources Renouvelables I / 2ème Année Licence

الجمهوريـــــة الجزائريـــــة الديمقراطيـــــة الشعبيـــــة
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامـعـة بسكـــــرة
كـلـيـة العــلـوم و الـتـكـنولـوجـيـا
قسم الهندسة الكهربائية / طاقات متجددة
مقياس : المنابع المتجددة/ تخصص طاقات متجددة / سنة 2 ليسانس

TD N° 3 : l'émittance

3.1 Emittance énergétique monochromatique : loi de Planck

Expression mathématique de la loi de Planck cette loi définit l'émittance monochromatique du corps noir en fonction de la longueur d'onde λ et à sa température absolue T.

$$M_{\lambda}^{0} = \frac{dM^0}{d\lambda} = \frac{C_1\lambda^{-5}}{e^{\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right)}-1}$$

Où : C_1 et C_2 sont des constantes de la formule de Planck :

$$C_1 = 3{,}74.10^{-16} kg.m^4.s^{-3}$$

$$C_2 = 1{,}4388.10^{-2} m.K$$

Mais cette unité ne fait pas apparaitre l'unité de l'émittance, on préfère donc écrire :

$$C_1 = 3{,}74.10^{8} \frac{W}{m^2}.\mu m^4$$

$$C_2 = 1{,}43.10^{4} \mu m.K$$

3.2 Tracés des isothermes du corps noir

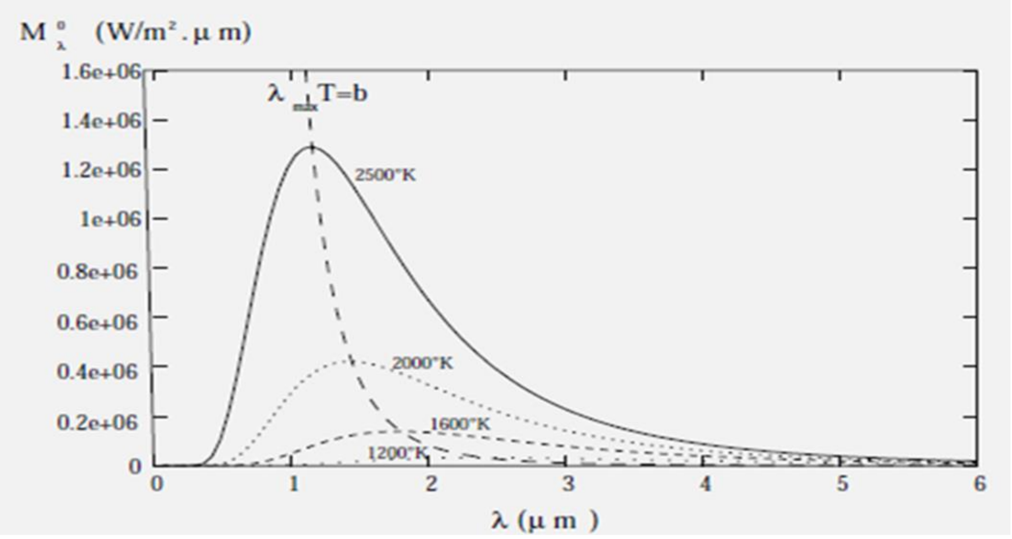

Figure : 3.1 Emittance du corps noir

- A chaque température T correspond une courbe ayant un maximum pour pour une valeur λ_{max} de la longueur d'onde.
- Ces courbes sont dissymétriques.
- La courbe d'émittance (ou luminance) relative à une température T_1 est toujours située au-dessus de celle correspondant à une température T_2 inférieure à T_1.
- Partant de λ_{max}, la décroissance est beaucoup plus rapide vers les courtes longueurs d'onde que vers les grandes.

3.3 Spectre utile

Dans certains calculs il s'avère difficile de prendre en compte la totalité du spectre: $0 < \lambda < +\infty$.

On constante que pour $\lambda < 0{,}5\, \lambda_{max}$, il n'y a pratiquement plus d'énergie rayonnée (env.1%) alors qu'il faut atteindre $4{,}5\, \lambda_{max}$ pour obtenir le même résultat vers les grandes longueurs d'onde. L'intervalle situé entre $\lambda = 0{,}5\, \lambda_{max}$ et $4{,}5\, \lambda_{max}$ se nomme le spectre utile.

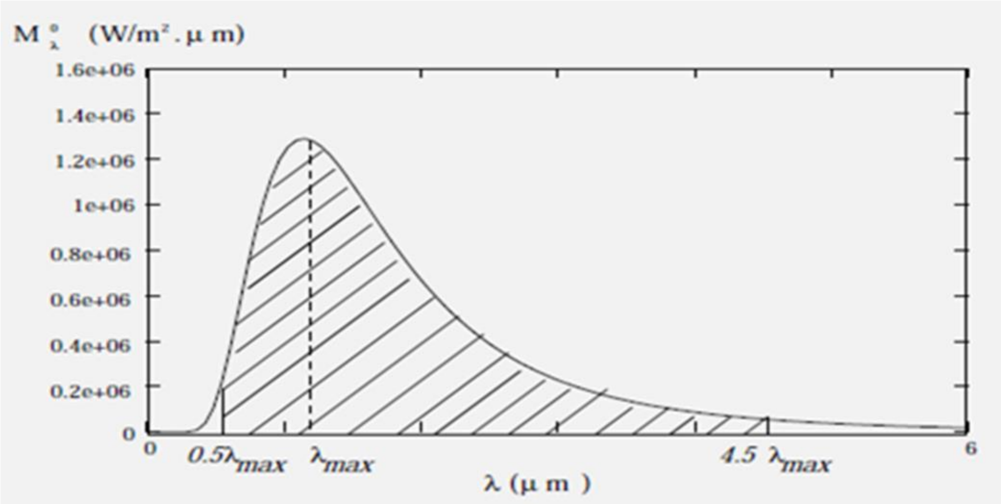

Figure : 3.2 Spectre utile du corps noir

3.4 Lois de Wien

Les lis de Wien fournissent l'abscisse λ_{max} et l'ordonnée du maximum d'émittance monochromatique du corps noir $M^0_{\lambda_{max}}$ pour chaque température.

3.4.1 1ére loi de Wien : Valeur de λ_{max} en fonction de T

Déterminons l'abscisse de l'extremum de $M^0_{\lambda_{max}}$

Dans la formule Planck :

$$\mathrm{M}^{\mathbf{0}}_{\boldsymbol{\lambda}} = \frac{dM^0}{\mathrm{d}\lambda} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{e^{\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right)} - 1}$$

Posons $u = \frac{C_2}{\lambda T}$ soit :

$$\mathrm{M}^{\mathbf{0}}_{\boldsymbol{\lambda}} = \frac{C_1\, T^5}{C_2^5}\left(\frac{u^5}{e^u - 1}\right)$$

Dérivons par rapport à u, il vient : $\frac{dM^0_\lambda}{du} = \left(\frac{C_1\, T^5}{C_2^5}\right)\left(\frac{5u^4(\,e^u - 1) - e^u u^5}{(e^u - 1)^2}\right) = 0$

Annulons le numérateur : $(5u^4(\,e^u - 1) - e^u u^5)$ = 0

La solution numérique est égale à u=4,9651 soit pour $\lambda = \lambda_{max}$ et $\frac{C_2}{\lambda T} = 4{,}9651$ et donc :

$$\lambda_{max}.T = 2898\ \mu m.K$$

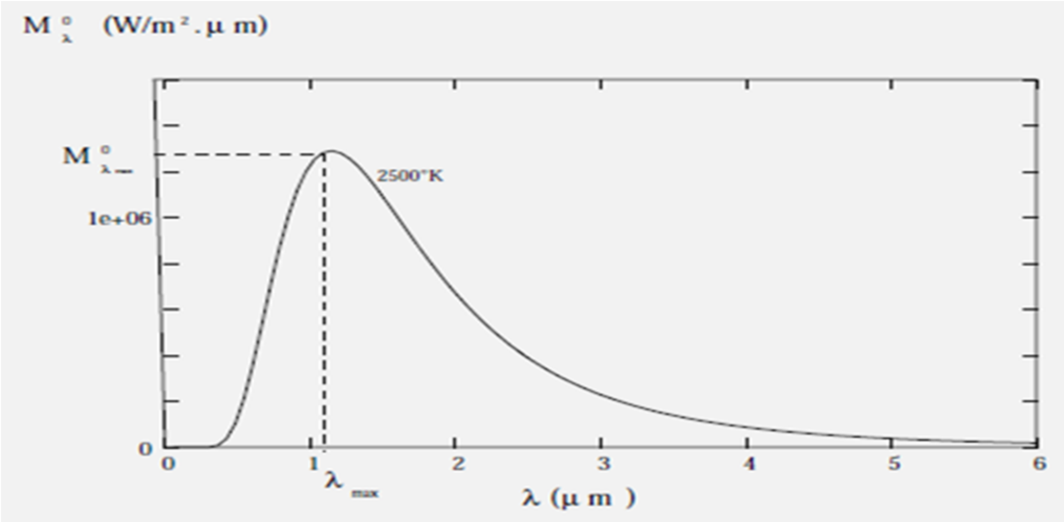

Figure : 3.3 Loi de Wien : position de l'extrémum

3.4.2 2éme loi de Wien : Valeur de $M^0_{\lambda_{max}}$ en fonction de T

Déterminons maintenant l'ordonnée de l'extremum de $M^0_{\lambda_{max}}$.

En écrivant que $\lambda = \lambda_{max}$ dans la formule de Planck on a :

$$\frac{M^0_{\lambda_{max}}}{T^5} = \frac{C_1 \lambda_{max}^{-5}\, T^{-5}}{e^{(\frac{C_2}{\lambda_{max}T})} - 1}$$

Soit puisque $\lambda_{max}.T = C^{te}$: $M^0_{\lambda_{max}} = C^{te}\,T^5$

$$M^0_{\lambda_{max}} = B.T^5$$

La constante B a pour valeur numérique selon les unités :

$B = 1{,}28.10^{-11} W m^{-2} \mu m^{-1} K^{-5}$

Exercice 1:

L'analyse d'une lumière permet de détecter la présence de quatre radiations colorées, une violette, une verte, une jaune et une rouge.

La lumière étudiée est-elle monochromatique ou polychromatique ? Justifier.

A l'aide du tableau ci-dessous, associé à chacune des quatre longueurs d'onde qui suivent la radiation colorée correspondante. (λ1=580 nm, λ2=420 nm et λ3=750 nm et λ1=520 nm).

Couleur	Domaine de longueur d'onde
Violet	400 nm à 450 nm
Bleu	450 nm à 520 nm
Vert	520 nm à 565 nm
Jaune	565 nm à 590 nm
Orange	590 nm à 625 nm
Rouge	625 nm à 800 nm

Exercice 2:

En physique, un « corps noir » est un objet idéal émettant un rayonnement qui n'est fonction que de sa température. La loi de Wien relie la température θ de ce corps noir et la longueur d'onde λ_{max} pour laquelle le profil spectral de la lumière qu'il émet passe par un maximum. La température θ s'exprime en degré Celsius et la longueur d'onde λ_{max} en nm.

Pour retrouver expérimentalement la loi de Wien, on augmente progressivement la température θ d'un morceau de métal. Pour chacune des températures, on mesure la longueur d'onde pour laquelle l'intensité lumineuse est maximale. On obtient les résultats suivants :

λ_{max} en nm	880	940	1010	1080	1170	1270	1400	1540	1730	1960
θ en °C	3000	2800	2600	2400	2200	2000	1800	1600	1400	1200

Tracer θ en fonction de λ max. Ces deux grandeurs sont-elles proportionnelles ?

Dans une nouvelle colonne du tableau, calculer 1/ λ max. Tracer le graphique représentant θ en fonction de 1/ λ max . Quelle est l'allure de la courbe obtenue ?

Établir l'équation de la courbe obtenue à l'aide du tableur. Montrer qu'elle correspond à la loi de Wien qui s'écrit :

$$\theta = \frac{2.89.10^6}{\lambda\, max} - 273$$

Cette loi peut être appliquée à la lumière provenant d'une étoile. Que permet-elle alors de connaître ?