

سلسلة الأولى في مقياس الاحتمالات والاحصاء التطبيقي.

التمرين تمهيدي: مجتمع مكون من 5 مفردات (2; 1; 4; 7; 5)، نسحب بدون ارجاع عينة حجمها 3 وحدات.

- أوجد توزيع المعاينة للمتوسط، ثم متوسطه وانحرافه المعياري؟
 - احسب احتمال أن نسحب عينة يكون متوسطها محصور بين 3.3 و4.6؟
 - بافتراض أن توزيع المعاينة السابق يمكن تقريبه الى التوزيع الطبيعي قم بحساب نفس الاحتمال السابق؟
- التمرين 01: ينتج مصنع طماطم معبأة في علب متوسط وزن العبوة هو 1 كغ، نسحب عينة حجمها 49 علب من انتاج هذا المصنع.

المطلوب:

- إذا افترضنا أن تباين المجتمع معلوم ويساوي 1.1 كغ، فأحسب احتمال أن يكون متوسط وزن العبوة في العينة المسحوبة محصور بين 970 غ و990 غ؟
- نفترض الان تباين المجتمع مجهول وتقديره من العينة يساوي 0.9796 كغ² وان انتاج المصنع اليومي يساوي 800 علب، فأحسب احتمال أن يكون متوسط وزن العبوة في العينة المسحوبة أكبر أو يساوي 970 غ؟
- أحسب نفس الاحتمال السابق إذا كان حجم انتاج المصنع هو 8000 علب في اليوم؟

التمرين 02: تقوم مزرعة بتسمين عدد كبير من الخرفان، فإذا كانت اوزان الخرفان تخضع للتوزيع الطبيعي بمتوسط يساوي 48 كغ وانحراف معياري 03 كغ، قمنا بسحب 80 عينة حجم كل منها 25 خروف.

المطلوب:

- حدد الوسط الحسابي والانحراف المعياري لتوزيع المعاينة؟
- احسب احتمال أن يكون متوسط وزن الخروف في العينة المسحوبة يقع بين 46.8 كغ و48.3 كغ؟
- ما هو عدد العينات التي نتوقع وسطها الحسابي يقع بين 46.8 كغ و48.3 كغ؟

التمرين 03: مصنع ينتج كراسي ترتكز على قاعدة دائرية، اعتمادا على التجارب السابقة فان مفتش الرقابة على العملية الإنتاجية مقتنع بأن: متوسط قطر القاعدة الدائرية هو 5 سم، الانحراف المعياري لها هو: 0.005 سم. توزيع العملية الإنتاجية هو التوزيع الطبيعي.

يهتم الفاحص بالمحافظة على متوسط قطر العملية الإنتاجية عند 5 سم، ولتحقيق ذلك تم سحب عينات عشوائية بصفة دورية حجم كل منها 09 كراسي وذلك في محاولة اكتشاف لأي انحرافات عن الأرقام المشار إليها سابقا.

المطلوب:

- حدد توزيع المعاينة لـ \bar{X} ؟
- ما هو احتمال أن يكون متوسط هذه على الأقل 5.004 سم؟
- ما هو حجم العينة التي يجب سحبها لتحقيق خطأ معياري للوسط الحسابي قدره: 0.001 سم؟
- في السؤال السابق لماذا يفضل الفاحص أن يكون الخطأ المعياري للوسط الحسابي يساوي 0.001 على أن يكون الخطأ المعياري كما حصلت عليه في السؤال الاول؟

التمرين 04: تخضع أوزان عبوات أحد مبيدات الحشرات المنزلية لتوزيع وسطه 135 غ وانحرافه المعياري 14 غ. إذا قررت الجهة الوصية عن مراقبة العبوات رفض كل صندوق من هذه العبوات إذا نقص وزنه عن: 6.24 كغ.

المطلوب: ما هي نسبة الصناديق المرفوضة إذا علمت أن عدد العبوات في كل صندوق هو 48 عبوة؟

التمرين 05: حدد ما يلي:

1- قيمة T بدرجات حرية 12 والتي تترك مساحة على يمينها تساوي 0.975.

2- قيمة T بدرجات حرية 10 والتي تترك مساحة على يسارها تساوي 0.05.

التمرين 06: ليكن X متغيرا عشوائيا يمثل إنتاج البيض من مزرعة للدجاج البياض، وكانت أوزان البيض تأخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي قدره 55 غ، فإذا تم أخذ عينة حجمها 25 بيضة فوجد أن مقدر الانحراف المعياري للبيض يساوي 10 غ.

المطلوب: أوجد احتمال أن يزيد الوسط الحسابي لهذه العينة عن 60 غ.

التمرين 07: إذا كان طول طلبة السنة أولى جامعي يأخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي قدره 166 سم، وأخذت عينة عشوائية حجمها 16 طالبا فوجد أن مقدر الانحراف المعياري لأطولهم 8 سم.

المطلوب: أوجد احتمال أن يزيد متوسط طول الطلبة في العينة عن 170 سم.

التمرين 08: مصنع لإنتاج السجائر يدعي أن أحد العلامات التي ينتجها تحتوي على النيكوتين في المتوسط 0.6 ملغ لكل سيجارة. قامت إحدى المنظمات المستقلة بقياس محتوى النيكوتين في عينة مكونة من 16 سيجارة وحددت بما متوسط كمية النيكوتين في السيجارة وكذلك مقدر الانحراف المعياري ليكونا: 0.75، 0.175 ملغ على التوالي. مفترضا أن محتوى النيكوتين في هذه السجائر يناسبه التوزيع الطبيعي.

المطلوب: أوجد احتمال أن يكون متوسط النيكوتين في العينة هو 0.75 ملغ أو أكثر، هذا على افتراض أن ادعاء المصنع كان صحيحا.

التمرين 9: إذا كان متوسط العمر الإنتاجي للمصابيح الكهربائية التي ينتجها المصنع A هو 1400 ساعة وانحرافها المعياري هو 200 ساعة، بينما تلك التي ينتجها المصنع B فان متوسط عمرها الإنتاجي هو 1200 ساعة وانحرافها المعياري 100 ساعة. إذا سحبت عينة عشوائية مكونة من: 125 مصباح من كل مصنع وتم اختبارها.

المطلوب: أوجد احتمال أن يزيد متوسط العمر الإنتاجي لمصابيح المصنع A عن متوسط العمر الإنتاجي لمصابيح المصنع B بمقدار 250 ساعة؟

التمرين 10: سحبت عينتين عشوائيتين حجمهما على التوالي 40، 60 من مجتمعين طبيعيين متوسطيهما 74، 71 وتباينيهما 100، 144 على الترتيب.

المطلوب: احسب احتمال أن الوسط الحسابي للعينة الأولى سوف يزيد عن الوسط الحسابي للعينة الثانية بما لا يقل عن 2؟

التمرين 11: أخذت عينة عشوائية حجمها 18 من مجتمع إحصائي معين وسط 35، وأخذت عينة عشوائية أخرى حجمها 22 من مجتمع إحصائي آخر وسط 33، فإذا كان تبايني العينتين هما على التوالي: 6 و 9، وكان تبايني المجتمعين مجهولين ومتساويين.

المطلوب: أوجد احتمال أن يكون الفرق بين متوسطي هاتين العينتين أقل من 3.

التمرين 12: عينة عشوائية حجمها 16 وانحرافها المعياري 12 أخذت من مجتمع إحصائي معين وسط 70، ثم بعد ذلك تم أخذ عينة عشوائية أخرى حجمها 9 وانحرافها المعياري 16 من مجتمع آخر مستقل عن الأول وسطه 74، وإذا كان تبايني المجتمعين مجهولين وغير متساويين.

المطلوب: أوجد احتمال أن يكون الفرق بين متوسطي هاتين العينتين 8 أو أكثر.

التمرين 13: في ظل شرط الاعتدالية (الطبيعية)، كان متوسط أداء عملية معينة في إحدى المحطات هو 7.5 دقيقة بانحراف معياري قدره 0.5 دقيقة، ويهدف اكتشاف الانحراف عن الاعتدالية، يقوم مدير المحطة بسحب عينات عشوائية بصفة دورية حجم كل منها 16 عملية. المطلوب: بفرض أن توزيع المجتمع لأزمنة أداء تلك العمليات هو التوزيع الطبيعي، أوجد احتمال أن تباين العينة يتعدى 0.64.

التمرين 14: باستخدام جداول توزيع فيشر أوجد القيم التالية:

$$F(0.05, 5.8), F(0.05, 2.9), F(0.01, 4.10), F(0.01, 5.12), F(0.95, 3.9), F(0.99, 4.10)$$

التمرين 15: أخذت عينة عشوائية حجمها 11 من مجتمع $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ، وأخذت عينة عشوائية أخرى حجمها 16 من مجتمع $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ مستقلة عن الأولى.

$$\text{المطلوب: حدد الاحتمال التالي: } P\left(\frac{S_1^2/S_2^2}{\sigma_1^2/\sigma_2^2} \geq 3.80\right)$$

التمرين 16: أخذت عينة عشوائية حجمها 100 من مجتمع معين فيه $P = 0.4$

المطلوب: حدد توزيع المعاينة لنسبة العينة، وما هي قيمة التوقع والخطأ المعياري في هذا التوزيع؟

التمرين 17: إذا كان احتمال نجاح الطالب الذي يدرس أحد مقررات الاقتصاد هو 0.9، أخذت عينة عشوائية حجمها 49 طالبا من أولئك الذين يدرسون هذا المقرر.

المطلوب: أوجد احتمال أن تكون نسبة نجاح الطالب الذي يدرس هذا المقرر في العينة على الأقل

0.8؟.

التمرين 18: إذا كان العدد الكلي لطلبة كلية الحقوق والعلوم السياسية في العام الدراسي 2010-2011 هو 8703 طالبا وطالبة، منهم 3352

ذكورا، فإزا سحبنا من هذه الكلية في تلك السنة عينة عشوائية تشمل 55 طالبا وطالبة.

المطلوب: ما هو احتمال أن تكون نسبة الذكور في هذه العينة أكثر من 50%؟

التمرين 19: لوحظ أن نسبة المتخلفين عن المقابلة ممن يتقدمون لشغل وظائف في وزارة التربية والتعليم عادة ما تكون 0.1، أخذنا عينة عشوائية

حجمها 100 من المطلوبين للمقابلة.

المطلوب: ما هو احتمال أن تقل نسبة عدد المتخلفين عن 0.15؟

التمرين 20: أخذت عينة عشوائية حجمها 30 من مجتمع ذي الحدين فيه نسبة النجاح 70%، وأخذت عينة عشوائية حجمها 45 من مجتمع آخر

مستقل عن الأول وكانت نسبة النجاح فيه 50%

المطلوب: أوجد احتمال أن الفرق بين نسبتي النجاح في العينتين يكون أكبر من 20%.

التمرين 21: إذا كانت نسبة النجاحات من الطالبات المشتركات في امتحان لمقياس الرياضيات

60% ونسبة الناجحين من الطلبة المشتركين في نفس الامتحان 56%، فإذا اخترنا عينتين مستقلتين، الأولى تشمل 100 طالبة، والثانية تشمل

150 طالبا من الطالبات والطلبة الذين اشتركوا في هذا الامتحان.

المطلوب: ما هو احتمال أن تكون نسبة النجاحات في عينة الطالبات أكبر من نسبة الناجحين في عينة الطلبة بمقدار 5% أو أكثر؟

التمرين 22: إذا كانت نسبة التالف في إنتاج الآلة (A) 7%، ونسبة نسبة التالف في إنتاج الآلة (B) 5%، فإذا سحبنا مع الإرجاع عينتين

مستقلتين، الأولى من إنتاج الآلة الأولى وتشمل 36 وحدة، والثانية من إنتاج الآلة الثانية وتشمل 64 وحدة.

المطلوب: ما هو احتمال أن تكون نسبة التالف في عينة الآلة (A) أكبر من نسبة التالف في عينة الآلة (B) بمقدار 1.8%؟