Chapitre 3
Modélisation des lignes électriques

Une partie importante de l'ingénierie du système d'alimentation englobe la transmission de l'énergie électrique d'un endroit particulier (par exemple, une centrale) à une autre sous-station ou unité de distribution similaire avec une efficacité maximale. Il est donc très important pour les ingénieurs du système d'alimentation d'être approfondis avec sa modélisation mathématique. Ainsi, l'ensemble du système de transmission peut être simplifié à un réseau à deux ports pour des calculs plus faciles

1. Les paramètres ABCD d'une ligne électrique

Tout réseau électrique comporte généralement deux bornes d'entrée et deux bornes de sortie. Si nous considérons tout réseau électrique complexe dans une boîte noire, il aura deux bornes d'entrée et des bornes de sortie. Ce réseau s'appelle un réseau à deux ports. Le modèle à deux ports d'un réseau simplifie la technique de résolution du réseau.

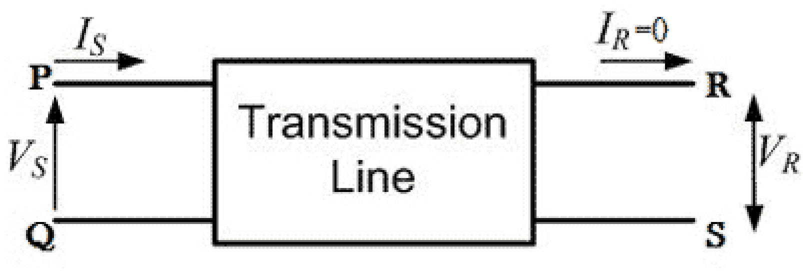

Figure 1 : Modèle de réseau en quadripôle

Mathématiquement, un réseau à deux ports peut être résolu par une matrice 2 par 2.

Par conséquent, deux réseaux de port de ligne de transmission peuvent être représentés comme 2 par 2 matrices. Ici, le concept des paramètres ABCD vient. La tension et les courants du réseau peuvent être représentés sous forme de système d'équations :

$$\begin{cases} V_S = AV_R + BI_R \\ I_S = CV_R + DI_R \end{cases}$$

Ou par la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \overline{V_S} \\ \overline{I_S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{V_R} \\ \overline{I_R} \end{bmatrix}$$

Pour donner un sens physique aux éléments (paramètres) du quadripôle ABCD, on peut l'assimuler à un circuit électrique , par exemple si on donne zéro à la tension de réception (V_R=0) on peut calculer B comme suit :

$$V_S = A\,0 + B\,I_R \Rightarrow V_S = 0 + B\,I_R$$

$$B = \left.\frac{V_S}{I_R}\right|_{V_R = 0}$$

Par conséquent B peut représenter l'impédance de court circuit car V_R=0.

De la même manière on peut donner des spécifications pour chaque paramètre représentées dans le tableau suivant :

Paramètre	Spécification
$A = V_S / V_R$	Rapport des tensions
$B = V_S / I_R$	Impédance de court circuit
$C = I_S / V_R$	Conductance du circuit ouvert
$D = I_S / I_R$	Rapport des courants

Tableau 1 : Spécification des paramètres ABCD

2. Classification des lignes

On peut classer les lignes électriques selon leurs longueurs comme indiqué dans le tableau suivant :

Type de ligne	Longueur
Ligne courte	Inférieur à 80 kM
Ligne moyenne	Entre 80 et 250 kM
Longue ligne	Supérieure à 250 kM

Tableau 2 : Classification de lignes électriques

Cette classification se base sur le critère de la longueur car il y a des phénomènes qui apparaitront et influent sur les grandeurs électrique lorsque la longueur de la ligne augmente de plus en plus.

A-LIGNES COURTES

Les lignes de transmission dont la longueur est inférieure à 50 km sont généralement appelées lignes de transmission courtes.

Pour une longueur courte, la capacité de dérivation de ce type de ligne est négligée et d'autres paramètres comme la résistance électrique et l'inductance de ces lignes courtes sont groupés, d'où le circuit équivalent est représenté comme indiqué ci-dessous,

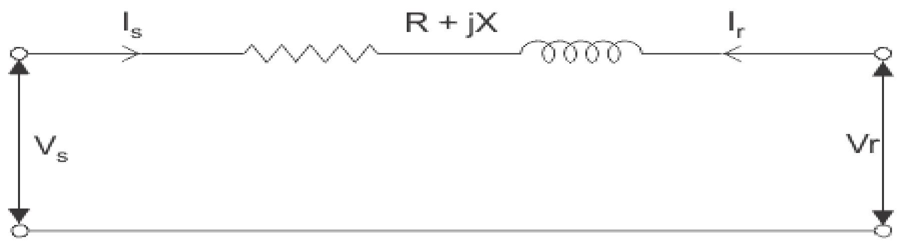

Figure 2 : Modèle d'une ligne courte

Dans ce type de ligne, la longueur est courte ce qui empêche l'apparition de l'effet capacitif donc le modèle de cette ligne est simple et contient seulement la composante série de la ligne représentée par son impédance R où la résistance R est plus grande que la réactance X.

$$\begin{bmatrix}\overline{V_S}\\ \overline{I_S}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}1 & \bar{Z}\\ 0 & 1\end{bmatrix} . \begin{bmatrix}\overline{V_R}\\ \overline{I_R}\end{bmatrix}$$

Ainsi **A= 1 , B= Z , C= 0 et D= 1**

Remarque : la relation suivante entre les paramètres doit être toujours vérifiée :

AD-BC= 1

B- Lignes moyennes

La ligne de transmission ayant sa longueur effective supérieure à 80 km mais inférieure à 250 km est généralement appelée ligne de transmission moyenne. Étant donné que la longueur de la ligne est considérablement élevée, l'entrée Y du réseau joue un rôle dans le calcul des paramètres du circuit effectif, contrairement au cas des lignes de transmission courtes. Pour cette raison, la modélisation d'une ligne de transmission de longueur moyenne se fait en utilisant une admittance de dérivation groupée ainsi que l'impédance groupée en série sur le circuit.

Ces paramètres groupés d'une ligne de transmission de longueur moyenne peuvent être représentés en utilisant trois modèles différents, à savoir -

1. Représentation nominale Π.
2. Représentation nominale T.

B1 : Représentation d'une ligne moyenne modèle en π

Dans le cas d'une représentation nominale Π, l'impédance de série groupée est placée au milieu du circuit où, lorsque les admittances de dérivation sont aux extrémités. Comme on peut le voir sur le schéma du réseau Π ci-dessous, l'admittance de dérivation totale est divisée en 2 moitiés égales, et chaque moitié avec la valeur Y / 2 est placée à la fois dans l'envoi et dans la réception, tandis que l'impédance totale du circuit se situe entre les deux. La forme du circuit ainsi formé ressemble à celle d'un symbole Π et, pour cette raison, elle est connue comme la représentation nominale Π d'une ligne de transmission moyenne. Il est principalement utilisé pour déterminer les paramètres généraux du circuit et effectuer l'analyse du débit de charge.

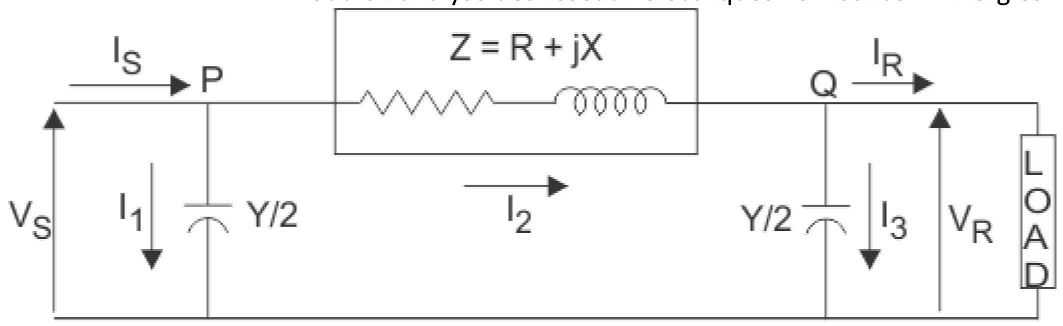

Figure 3 :Modèle de ligne moyenne en π

On peut voir ici, V_S et V_R sont respectivement les tensions d'alimentation et de réception, et c'est le courant qui traverse l'extrémité d'alimentation.

I_R est le courant qui traverse l'extrémité de réception du circuit.

I_1 et I_3 sont les valeurs des courants traversant les admittances. Et I2 est le courant par l'impédance Z.

En appliquant maintenant KCL, au nœud P, nous obtenons. $I_S = I_1 + I_2 \cdots\cdots\cdots (1)$

D'une façon similaire, au nœud Q : $I_2 = I_3 + I_R \cdots\cdots\cdots (2)$

Remplaçons l'équation (2) dans l'équation (1) : $I_S = I_1 + I_3 + I_R$

$$= \frac{Y}{2} V_S + \frac{Y}{2} V_R + I_R \text{--------}(3)$$

En appliquant la loi des mailles (Kirchhoff) : , $V_S = V_R + Z I_2$

Nous trouverons :

$$\begin{bmatrix} \overline{V_S} \\ \overline{I_S} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(1 + \frac{\bar{Y}.\bar{Z}}{2}\right) & \bar{Z} \\ \bar{Y}\left(1 + \frac{\bar{Y}.\bar{Z}}{4}\right) & \left(1 + \frac{\bar{Y}.\bar{Z}}{2}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{V_R} \\ \overline{I_R} \end{bmatrix}$$

En comparant la représentation matricielle précédente avec la forme standard de la matrice des paramètres ABCD:

$$V_S = AV_R + BI_R$$

$$I_S = CV_R + DI_R$$

On peut déterminer les paramètres ;

$$A = \left(\frac{Y}{2}Z + 1\right)$$

$$B = Z\ \Omega$$

$$C = Y\left(\frac{Y}{4}Z + 1\right)$$

$$D = \left(\frac{Y}{2}Z + 1\right)$$

B1 : Représentation d'une ligne moyenne modèle en T

Dans le modèle T nominal d'une ligne de transmission moyenne, l'admittance de dérivation groupée est placée au milieu, tandis que l'impédance de série nette est divisée en deux moitiés égales et est placée de part et d'autre de l'admission de shunt. Le circuit ainsi formé ressemble au symbole d'un T principal, et est donc connu sous le nom de réseau T nominal d'une ligne de transmission de longueur moyenne et est représenté dans le diagramme ci-dessous.

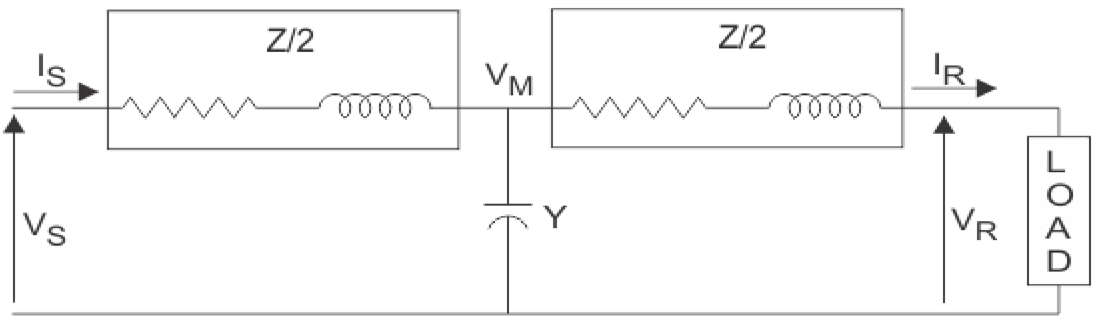

Figure 4 :Modèle de ligne moyenne en T

Ici aussi Vs et Vr sont respectivement les tensions d'alimentation et de réception, et

Ir est le courant qui traverse l'extrémité réceptrice du circuit.

Soit M un noeud au point milieu du circuit, De la meme manière on peut trouver les paramètres de la ligne moyenne

$$A = (\frac{Y}{2}Z + 1)$$

$$B = Z(\frac{Y}{4}Z + 1)\ \Omega$$

$$C = Y \text{ mho}$$

$$D = (\frac{Y}{2}Z + 1)$$

C-Longue ligne

Une ligne de transmission d'énergie avec sa longueur effective d'environ 250 Kms ou plus est appelée une longue ligne de transmission. Les constantes de ligne sont uniformément réparties sur toute la longueur de la ligne. Les calculs liés aux paramètres du circuit (paramètres ABCD) d'une telle transmission de puissance ne sont pas simples, comme c'était le cas pour une courte ligne de transmission ou une ligne de transmission moyenne.

La raison en est que, la longueur du circuit effectif dans ce cas est beaucoup plus élevée que ce qu'il était pour les anciens modèles (ligne longue et moyenne) et excluant ainsi les approximations considérées comme telles.

Plutôt, pour toutes les raisons pratiques, nous devrions considérer l'impédance du circuit et l'admittance à distribuer sur toute la longueur du circuit comme indiqué dans la figure ci-dessous.

Les calculs des paramètres de circuit pour cette raison vont être légèrement plus rigoureux que nous le verrons ici. Pour une modélisation précise pour déterminer les paramètres du circuit, considérons le circuit de la ligne de transmission longue comme indiqué dans le schéma ci-dessous.

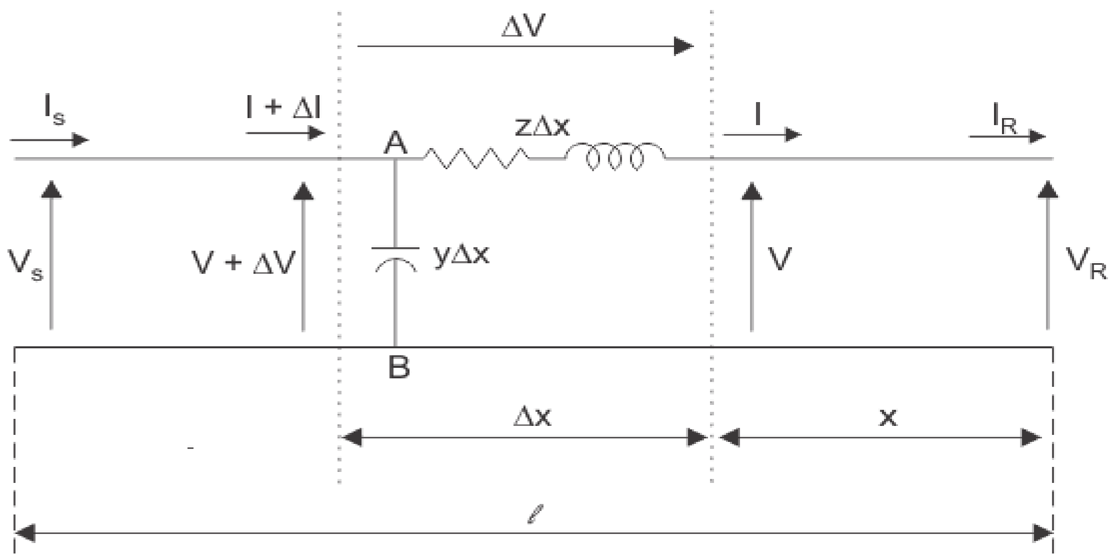

Figure 5 :Modèle de longue ligne

Ici, une ligne de longueur de l> 250 km est fournie avec une tension d'extrémité d'émission et un courant de VS et IS respectivement, où VR et IR sont les valeurs de tension et de courant obtenues à partir de l'extrémité de réception. Considérons maintenant un élément de longueur infinie Δx à une distance x de l'extrémité réceptrice comme indiqué sur la figure où.

V = valeur de la tension juste avant d'entrer l'élément Δx.

I = valeur du courant juste avant d'entrer l'élément Δx.

V + ΔV = tension quittant l'élément Δx.

I + ΔI = courant quittant l'élément Δx.

ΔV = baisse de tension à travers l'élément Δx.

zΔx = impédance série de l'élément Δx

yΔx = admission de dérivation de l'élément Δx

Où, Z = z l et Y = y l sont les valeurs de l'impédance totale et l'admission de la ligne de transmission longue.

$$Z_c = \sqrt{\frac{z}{y}} \ \Omega$$

Impédance caractéristique de la ligne

$$\delta = \sqrt{yz}$$

Constante de propagation

Finalement on aura les deux équations suivantes :

$$V_S = V_R cosh\delta l + Z_C I_R sinh\delta l$$

$$I_S = \frac{V_R cosh\delta l}{Z_C} + I_R sinh\delta l$$

D'où les paramètres ABCD peuvent être exprime comme suit :

$$A = cosh\delta l$$
$$B = Z_C sinh\delta l$$
$$C = \frac{sinh\delta l}{Z_C}$$
$$D = cosh\delta$$