

سلسلة التمارين رقم 1

تمرين 1 : أحسب التاملات التالية

1) $\int \sqrt{3x} \log x dx$

3) $\int x^2 e^x dx$

2) $\int_0^1 (7x^2 - e^x) dx$

4) $\int x\sqrt{x^2 + 1} dx$

تمرين 2 : أدرس فيما التامل التالي

$$I_n = \int_0^1 \frac{\sin(\pi x)}{x + n} dx,$$

من أجل كل $n > 0$

1- أثبت أن $0 \leq I_{n+1} \leq I_n$

2- أثبت أن $I_n \leq \ln \frac{n+1}{n}$ ثم استنتج أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

3- أحسب قيمة التامل

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n I_n.$$

تمرين 3 : أحسب النهايات التالية

1) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{\sqrt{x^2 y^2 + 1} - 1}{x^2 + y^2}$

3) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1} - 1}$

2) $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 2}} \frac{\sin xy}{x^2 + y^2}$

4) $\lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow k}} \left(1 + \frac{y}{x}\right)^x \quad k \in \mathbb{R}$

تمرين 4 : أدرس استمرارية الدالة f عند النقطة $(x_0, y_0) = (0, 0)$

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

ثم الدالة g عند النقطة $(x_0, y_0) = (0, 0)$ $(x_0, y_0) = (0, 1)$

$$g(x, y) = \begin{cases} x + y, & (x, y) \neq (0, 1) \\ 0, & (x, y) = (0, 1) \end{cases}$$