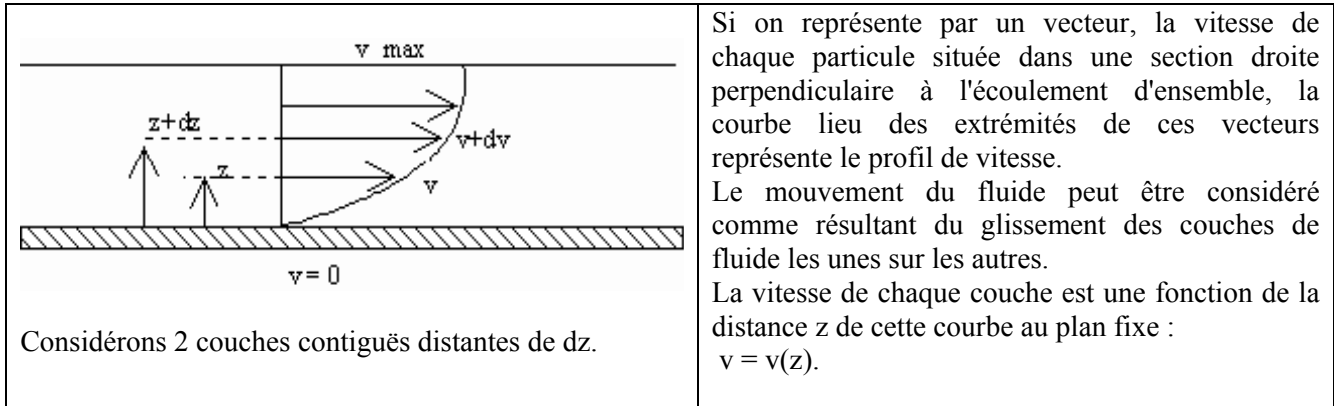


**Introduction : viscosité dynamique et cinématique
(d'après Wikipédia)**

Sous l'effet des forces d'interaction entre les molécules de fluide et des forces d'interaction entre les molécules de fluide et celles de la paroi, chaque molécule de fluide ne s'écoule pas à la même vitesse. **On dit qu'il existe un profil de vitesse.**



La force de frottement F qui s'exerce à la surface de séparation de ces deux couches s'oppose au glissement d'une couche sur l'autre. Elle est proportionnelle à la différence de vitesse des couches soit dv, à leur surface S et inversement proportionnelle à dz :

$$F = -\mu.S \frac{dv}{dz}$$

Le facteur de proportionnalité μ (ou η selon les ouvrages) est le **coefficient de viscosité dynamique** du fluide.

Dimension : $[\mu] = M L^{-1} T^{-1}$

Unité : Dans le système international (SI), l'unité de viscosité est le **Pa.s** ou **Poiseuille (Pl)** : 1 Pl = 1kg/m.s

On trouve encore les tables de valeurs numériques le coefficient de viscosité dans un *ancien système d'unités (CGS)* :

L'unité est le **Poise (Po)** ; 1 Pl = 10 Po = 1 daPo = 10^3 cPo.

Autres unités : La viscosité de produits industriels (huiles en particulier) est exprimées au moyen d'*unités empiriques* : degré **ENGLER** en Europe, degré Redwood en Angleterre, degré Saybolt aux USA.

Par rapport aux faits expérimentaux, on est conduit à considérer deux types de fluides :

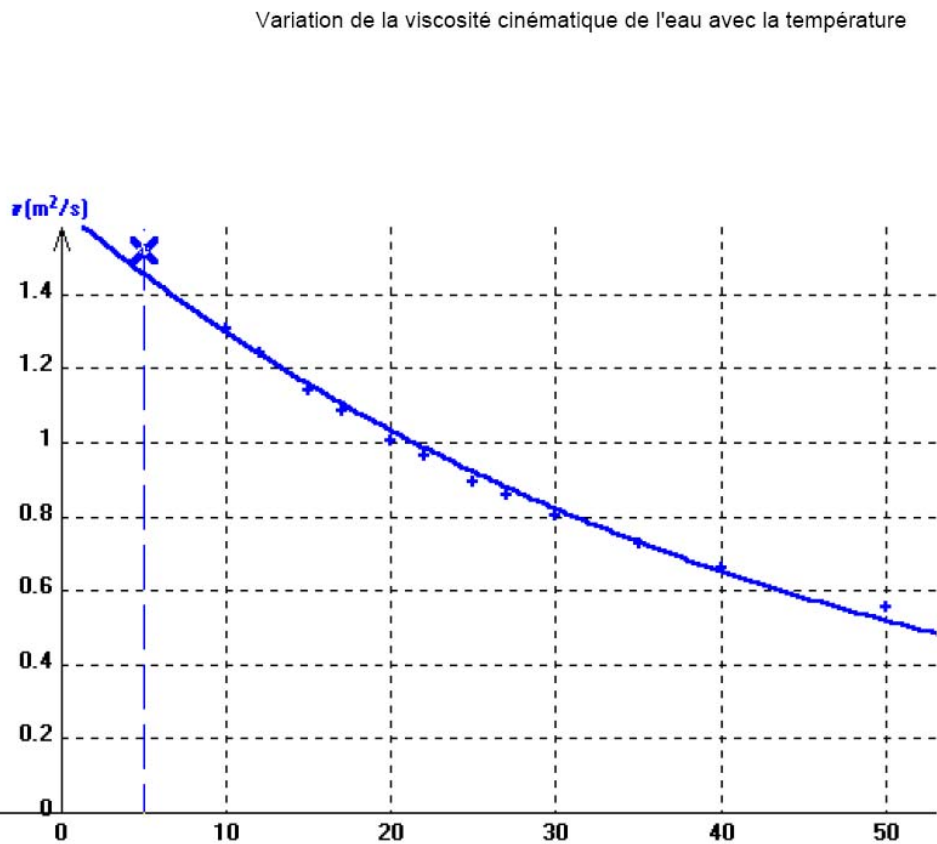
- D'une part **les fluides newtoniens** qui satisfont à la loi de Newton. Ces fluides ont un coefficient de viscosité indépendant du gradient de vitesse. C'est le cas des gaz, des vapeurs, des liquides purs de faible masse molaire,...
- D'autre part **les fluides non-newtoniens**. Ce sont les solutions de polymères, les purées, les gels, les boues, le sang, la plupart des peintures, les fluides chargés, alimentaires etcL'étude de ces fluides relève de la **rhéologie** : fluides pseudoplastiques, rhéoplastiques, thixotropiques, rhéopectiques. Leurs lois de comportement sont complexes et relèvent du non-linéaire et du type d'écoulement étudié.

Viscosité cinématique :

Dans de nombreuses formules apparaît le rapport de la viscosité dynamique μ (ou η) et de la masse volumique ρ . Ce rapport est appelé **viscosité cinématique** (exemple, le nombre de Reynolds).

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$	Dimension : $[\nu] = L^2 T^{-1}$ unité SI : m ² /s, système cgs : le Stoke (St) ; 1 m ² /s = 10 ⁶ cSt
--------------------------	--

Temp °C	Viscosité cinématique (x 10 ⁻⁶)
°C	m ² /s
5	1,520
10	1,308
11	1,275
12	1,241
13	1,208
14	1,174
15	1,141
16	1,115
17	1,088
18	1,061
19	1,034
20	1,005
21	0,985
22	0,963
23	0,941
24	0,919
25	0,896
26	0,878
27	0,856
28	0,841
29	0,823
30	0,804
35	0,727
40	0,661
50	0,556
65	0,442



Quelques valeurs de viscosité de fluides (à 20°C et à pression atmosphérique normale)

	Viscosité dynamique μ ou η (Pa.S)	Viscosité cinématique m ² /s (x 10 ⁻⁶)
Eau (20°C)	10⁻³	1.006
Air (20°C)	18.2 10⁻⁶	15.1
Glycérine (20°C)	1.49	1180
Benzène (20°)	0.625 10⁻³	0.741
Ethanol (20°C)	1.20 10⁻³	1.51
Mercure (20°C)	1.55 10⁻³	0.116
CO₂ (20°C, 1 atm.)	14.7 10⁻⁶	8.03
H₂ (20°C, 1 atm.)	8.83 10⁻⁶	105

Interprétation physique de la viscosité

Le coefficient de viscosité correspond au coefficient de diffusion de la quantité de mouvement. C'est grâce à la viscosité que le mouvement d'une couche de fluide peut induire et transmettre des mouvements dans les couches voisines (voir les problèmes de Stokes).

Le coefficient de viscosité caractérise la dissipation d'énergie. On peut montrer que la puissance dissipée par frottement interne n'existe que si la particule fluide est déformée. La puissance dissipée par unité de volume s'écrit :

$$\varepsilon = -2\eta e_{ij}^2 = -\eta / 2 \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

Avec une sommation implicite sur tous les indices se répétant (notation d'Einstein) et plus explicitement :

$$\varepsilon = -2\eta \sum_i \sum_j e_{ij}^2 = -\eta / 2 \sum_i \sum_j \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right)$$

Cette puissance est dissipée sous forme de chaleur dans le fluide, elle est négative et intervient dans l'équation de la chaleur.

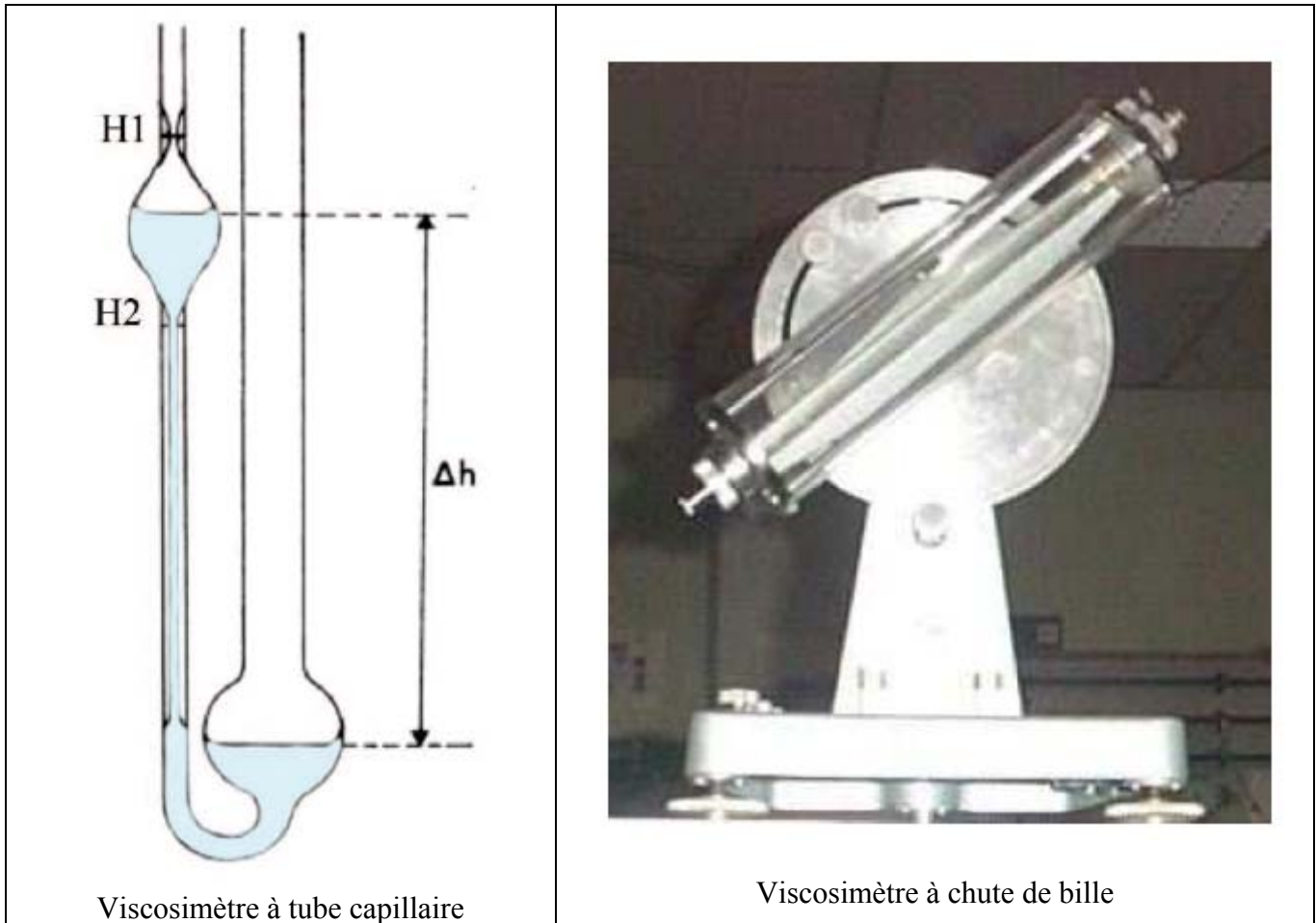
Mesure de la viscosité

Il existe de nombreux appareils pour mesurer la viscosité. On distingue les *viscosimètres* utilisés pour les fluides newtoniens, qui font une mesure comparative et doivent donc être étalonnés, des *rhéomètres* qui mesurent directement les contraintes et les taux de déformation. On réalise en général des écoulements rhéologiques, c'est-à-dire des écoulements où un seul terme du tenseur des gradients de vitesse est non nul et il faut de plus qu'il soit constant en temps et homogène en espace. On appelle taux de cisaillement, traditionnellement note $\dot{\gamma}$, ce coefficient. Par exemple $\dot{\gamma} = \partial v_x / \partial y$.

Avec un viscosimètre à tube capillaire on mesure le temps d'écoulement d'un liquide visqueux à travers un tube mince (figure ci-dessous). Ce temps est proportionnel à la viscosité. On fait de même dans un viscosimètre à chute de bille, où cette fois l'on mesure le temps de chute d'une bille à travers un tube préalablement rempli du liquide à tester (figure ci-dessous). Dans la méthode de la *louche percée* utilisée dans l'industrie de la peinture, on mesure le temps de vidange d'une louche percée d'un trou calibré.

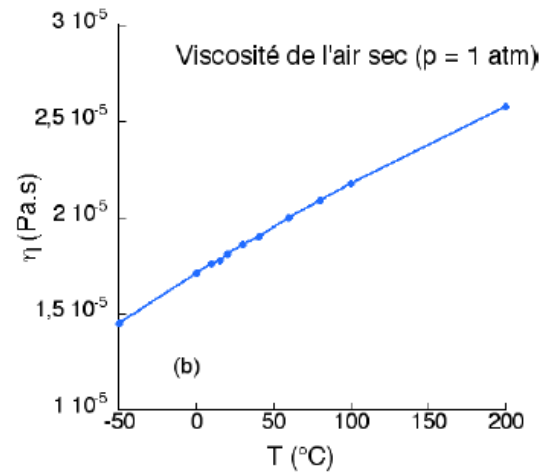
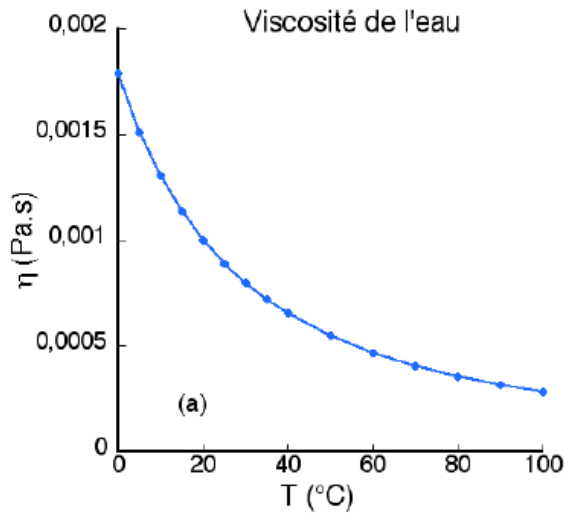
Dans un rhéomètre on cherche à réaliser des écoulements particuliers, où les déformations sont homogènes en espace et constantes en temps. Pour mesurer la viscosité de cisaillement on utilise des écoulements où il n'existe qu'une seule composante du tenseur des gradients de vitesse : par exemple la géométrie de Couette cylindrique ou la géométrie du cône/plan.

Une des figures ci-dessous montre que la viscosité est une propriété des fluides qui dépend fortement de la température, mais différemment pour un gaz ou un liquide ! Dans un liquide les viscosités dynamique et cinématique diminuent avec la température (loi d'Andrade, $\log(\eta) = A + B/T$). Pour un gaz au contraire elles augmentent avec la température (l'agitation moléculaire augmentant, la diffusion de la quantité de mouvement augmente aussi).



Viscosimètre à tube capillaire

Viscosimètre à chute de bille

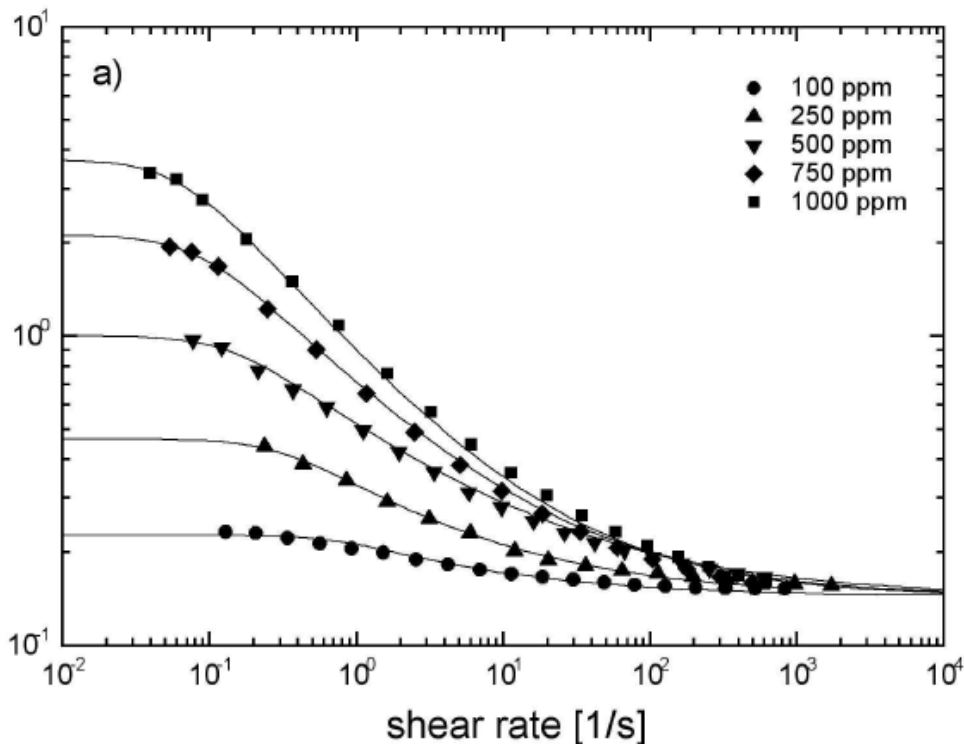


Courbes montrant l'évolution de la viscosité dynamique η de l'eau (a) et de l'air sec (b) en fonction de la température, à une pression de 1 atm. (D'après G. K. Batchelor. *Introduction to Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, 2000, pp. 594-597).

Pour certains fluides, $[\sigma'] \neq 2 \eta [e]$ et il faut alors modéliser le comportement réel par d'autres équations dites *équations constitutives*. Parmi ces fluides on peut citer les peintures, les shampoings, l'aligot (mélange purée/tomme de l'Aubrac), les gels coiffants, la silliputy . . . Avec un rhéomètre on doit alors étudier la variation de la viscosité apparente avec l'intensité du taux de cisaillement $\eta = f(\dot{\gamma})$. Pour un fluide rhéofluidifiant (le plus couramment rencontré) la viscosité est une fonction décroissante de la contrainte. Pour d'autres fluides, notamment les solutions de polymères à chaînes flexibles, de l'énergie peut être stockée sous forme élastique, donnant lieu à des comportements visco-élastiques inattendus tel que le gonflement ou l'effet Weissenberg. La plupart des fluides sont rhéo-fluidifiants (leur viscosité décroît sous cisaillement) mais certaines suspensions de particules sont rhé-épaississantes (la viscosité croît avec la contrainte). C'est le cas d'un mélange eau-Maïzena, comme le montre la très belle vidéo suivante :

<http://chezmatthieu.blogspot.com/2006/11/pool-filled-with-non-newtonian-fluid.html> !

Pour en savoir plus : *Comment s'écoulent les fluides complexes*, Daniel Boon, séminaire disponible en vidéo téléchargeable sur <http://www.diffusion.ens.fr/index.php?res=conf&idconf=664> (23 février 2006).



Rhéogramme montrant pour différentes concentrations en polymère la diminution de la viscosité dynamique apparente η avec le taux de cisaillement $\dot{\gamma} = \partial v_x / \partial y$.



Ecoulement d'un fluide visco-élastique montrant le gonflement progressif d'un jet à la sortie d'un tube lorsque le taux de cisaillement augmente ($\dot{\gamma} = 24$ puis 60 puis 240 s^{-1}), ce qui démontre l'existence de contraintes normales dans ce fluide. (Photos L. Pauchard, FAST Orsay.)



Illustration de « l'effet Weissenberg » lorsqu'un fluide élastique monte le long d'un cylindre en rotation (<http://web.mit.edu/nmf/>)