

Axiomes

propriété	Disjonction (+)	Conjonction (.)
Commutativité	$A+B=B+A$	$A.B=B.A$
Associativité	$A+(B+C)=(A+B)+C$	$A.(B.C)=(A.B).C$
Distributivité	$A+(B.C)=(A+B).(A+C)$	$A.(B+C)=A.B+A.C$
Élément neutre	$A+0=A$	$A.1=A$
Élément absorbant	$A+1=1$	$A.0=0$
Complémentation	$A + \bar{A} = 1$	$A.\bar{A} = 0$
Idempotence	$A+A=A$	$A.A=A$
Involution	$\bar{\bar{A}} = A$	$\bar{\bar{\bar{A}}} = \bar{A}$

Théorèmes

1. Théorème de DE MORGAN

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$$

$$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

2. Théorème d'inclusion

$$A \cdot B + A \cdot \bar{B} = A$$

$A(B + \bar{B}) = A \cdot 1 = A$

$$(A + B) \cdot (A + \bar{B}) = A$$

$$A + A\bar{B} + BA + B\bar{B} = A(1 + \bar{B} + B) = A$$

3. Théorème d'allègement

$$A \cdot (\bar{A} + B) = A \cdot B$$

$$A + \bar{A} \cdot B = A + B$$

$$(A + \bar{A}) \cdot (A + B)$$

4. Théorème d'absorption

$$A + A \cdot B = A$$

$$A \cdot (A + B) = A$$

$$A + AB = A + AB$$

5. Théorème de dualité

Chaque axiome et chaque postulat possède un équivalent dual, où les éléments 0 sont remplacés par des 1, les 1 par des 0, les (\cdot) par des (+) et vice versa. Aussi, tout théorème de l'algèbre de Boole a son équivalent dual.

Exemple : $A + A \cdot B = A \Leftrightarrow A \cdot (A + B) = A$; $A + 1 = 1 \Leftrightarrow A \cdot 0 = 0$

6. Réflexion de Michaud

Si $A = B \oplus C$ alors $B = A \oplus C$