Université de Biskra
Faculté des sciences et de la technologie
Département de génie électrique

CALCUL DE L'ECOULEMENT DE PUISSANCE DANS LES RESEAUX ELECTRIQUES

« Méthode de NEWTON/RAPHSON »

1- Introduction

Le problème de l'écoulement de puissance peut être résoudre aussi par la méthode de Newton-Raphson. En réalité, parmi nombreux méthode disponible pour l'analyse de l'écoulement de puissance, la méthode de Newton-Raphson est considérée comme la méthode la plus raffinée et la plus importante.

Elle n'est pas la plus simple que la méthode de Gauss-Seidel, mais elle est la plus rapide (convergence) surtout pour les réseaux de tailles importantes.

2. Principe de la méthode de Newton-Raphson

D'après le développement de Taylor, l'algorithme de Newton-Raphson est

$$X^{k+1} = X^{k} - [\,J(X^{k})\,]^{-1} * F(X^{k}) \qquad (1)$$

J(x) : matrice du Jacobien

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_1} & . & . & . & \frac{\partial f_1(X)}{\partial x_n} \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . \\ \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_1} & . & . & . & \frac{\partial f_n(X)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (2); \quad \text{avec} \quad F(x) = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ . \\ . \\ . \\ f_n(x) \end{bmatrix}; \; X = \begin{bmatrix} x_1 \\ . \\ . \\ . \\ x_n \end{bmatrix} \qquad (3)$$

Parmi les inconvénients de la méthode Newton-Raphson c'est le besoin d'actualiser *J(X)* à chaque itération, également le calcul de l'inverse de *J(X)* nécessite un temps de calcul supplémentaire

Ainsi, on va utiliser : $\Delta X^k = X^{k+1} - X^k$; et on aura : $-J^k \Delta X^k = F(X^k)$ (4)

3. Application à la solution des équations de l'écoulement de puissance

Prenons le système d'équations sous la forme suivante :

$$\begin{cases} P_i = |V_i| \sum_{j=1}^{n} |V_j| \left(G_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) + B_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \right) \\ Q_i = |V_i| \sum_{j=1}^{n} |V_j| \left(G_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) - B_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j) \right) \end{cases}$$

Où θ_i est l'argument de V_i ; $i = 1,2,\dots, n$; n : taille du réseau (nombre de jeux de barres).

Nous supposons que le module de V_1 est connu et θ_1=0, d'où il reste à savoir :

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}; \quad |V| = \begin{bmatrix} |V_1| \\ \vdots \\ |V_n| \end{bmatrix} \quad et \quad X = \begin{bmatrix} \theta \\ |V| \end{bmatrix}$$

En introduisant le vecteur X dans le système d'équations précédent :

Ainsi $P_i = P_i(X)$; Et $Q_i = Q_i(X)$; *Pour* $i=2,3\dots n$ (5)

Dans ces équations P_i et Q_i sont des constantes connues préalablement, cependant $P_i(X)$ *et* $Q_i(X)$ sont des fonctions dont la variable est le vecteur *(X).*

En cherchant, une fonction de la forme F(X) = 0, on peut avoir :

$$\begin{cases} Pi(X) - Pi = 0 \\ Qi(X) - Qi = 0 \end{cases} \quad Pour\ i = 2,3 \dots n \tag{6}$$

D'où :

$$F(X) = \begin{bmatrix} P2(X) - P2 \\ \vdots \\ Pn(X) - Pn \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ Q2(X) - Q2 \\ \vdots \\ Qn(X) - Qn \end{bmatrix} = 0 \qquad (35)\,; \qquad F(X) = \begin{bmatrix} P \\ \dots\dots \\ Q \end{bmatrix}$$

(7)

On considère «*J* » le Jacobien de *F*, il est convenable de le répartir comme suit :

$$J = \begin{bmatrix} J_{11} & \vdots & J_{12} \\ \dots & \vdots & \dots \\ J_{21} & \vdots & J_{22} \end{bmatrix} \qquad (8)\,;$$

J_{11} , J_{12} , J_{21},J_{22} sont des sub-matrices

$$J_{11} = \frac{Pi(X)}{\partial\theta_j}; \qquad J_{21} = \frac{Qi(X)}{\partial\theta_j}; \qquad J_{12} = \frac{Pi(X)}{\partial|Vj|}; \qquad J_{22} = \frac{Qi(X)}{\partial|Vj|}; \qquad (9)$$

Il est commode de s'exprimer ainsi $J^k \Delta X^k = F(X^k)$ (10)

Pour se débarrasser de signe (-), on écrit

$$\Delta P(X) = \begin{bmatrix} P_2 - P_2(X) \\ . \\ . \\ P_n - P_n(X) \end{bmatrix} (11)\,; \quad \Delta Q(X) = \begin{bmatrix} Q_2 - Q_2(X) \\ . \\ . \\ Q_n - Q_n(X) \end{bmatrix} \quad (12)\,; F(X) = -\begin{bmatrix} \Delta P(X) \\ \Delta Q(X) \end{bmatrix}$$

(13)

On remplace $F(X)$ par sa valeur dans l'équation (11) on aura :

$$\begin{bmatrix} J_{11}^k & J_{12}^k \\ J_{21}^k & J_{23}^k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\theta^k \\ \Delta|V|^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta P(X^k) \\ \Delta Q(X^k) \end{bmatrix} \qquad (14)$$

Prenons comme notion :

J_{pq}^{11}: Désigne l'élément (*pq*) de la sub-matrice Jacobienne J_{11}et cela est vrai pour toutes les matrices. Et : $\theta_{pq} = \theta_p - \theta_q$ (15)

X^k est connu grâce à $X = \begin{bmatrix} \theta \\ |V| \end{bmatrix}$ et on résoud pour ΔX^k en utilisant $X^{k+1} = X^k + \Delta X^k$, nous pouvons actualiser la matrice du Jacobien $\begin{bmatrix} \Delta P(X^k) \\ \Delta Q(X^k) \end{bmatrix}$, et on continue les itérations jusqu'à la convergence du $\begin{bmatrix} \Delta P(X^k) \\ \Delta Q(X^k) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ (16)

Avec une tolérance donnée préalablement.

- *Pour $P \neq q$*

$$J_{pq}^{11} = \frac{\partial P_p(X)}{\partial \theta p} = |V_p||V_q|(G_{pq} \sin \theta_{pq} - B_{pq} \cos \theta_{pq})$$

$$J_{pq}^{12} = \frac{\partial Q_p(X)}{\partial \theta p} = -|V_p||V_q|(G_{pq} \cos \theta_{pq} + B_{pq} \sin \theta_{pq})$$

$$J_{pq}^{21} = \frac{\partial P_p(X)}{\partial |V_q|} = |V_p|(G_{pq} \cos \theta_{pq} + B_{pq} \sin \theta_{pq})$$

$$J_{pq}^{22} = \frac{\partial Q_p(X)}{\partial |V_q|} = |V_p|(G_{pq} \sin \theta_{pq} - B_{pq} \cos \theta_{pq})$$

(17)

- *Pour p=q (diagonale)*

$$J_{pp}^{11} = \frac{\partial P_p(X)}{\partial \theta p} = -Q_p - B_{pq} |V_p|^2 \qquad J_{pp}^{12} = \frac{\partial Q_p(X)}{\partial \theta p} = P_p - G_{pq} |V_p|^2$$

$$J_{pp}^{21} = \frac{\partial P_p(X)}{\partial |V_p|} = \frac{P_p}{|V_p|} + G_{pp} |V_p| \qquad J_{pp}^{22} = \frac{\partial Q_p(X)}{\partial |V_p|} = \frac{Q_p}{|V_p|} + B_{pp} |V_p|$$

(18)

On va refaire la même procédure avec la 2^{eme} forme des équations de l'écoulement de puissance :

$$\frac{\partial \Delta P_i(X)}{\partial \delta_i} = V_i \sum_{j=1}^{n} V_i \, Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) + V_i^2 \, Y_{ii} \sin \theta_{ii}$$

$$\frac{\partial \Delta P_i(X)}{\partial \delta_j} = -V_i\, V_j\, Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial \Delta P_i}{\partial |V_i|} = -\sum_{j=1}^{n} V_j\, Y_{ij}\, cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) - \, V_i Y_{ii}\, cos\, \theta_{ii}$$

$$\frac{\partial \Delta P_i}{\partial |V_j|} = -V_i\, Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) \qquad (19)$$

$$\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_i} = -V_i \sum_{j=1}^{n} V_i\, Y_{ij}\, cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) + V_i^2\, Y_{ii}\, cos\, \theta_{ii}$$

$$\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial \delta_j} = V_i\, V_j\, Y_{ij}\, cos(\delta_i - \delta_k - \theta_{ij})$$

$$\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial |V_i|} = -\sum_{j=1}^{n} V_i\, Y_{ij}\, sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij}) + \, V_i Y_{ii}\, sin\, \theta_{ii}$$

$$\frac{\partial \Delta Q_i}{\partial |V_j|} = -V_i\, Y_{ij}\, sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})$$

4 Méthode de Newton-Raphson modifiée (fast decoupled)

En se basant sur les cas des différents réseaux étudiés à constater les valeurs des sub-matrices J_{12} et J_{21} que sont très petites

$$J = \begin{vmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{vmatrix} \approx \begin{vmatrix} J_{11} & 0 \\ 0 & J_{22} \end{vmatrix};\ J_{12} = \frac{\vartheta Q}{\vartheta |V|} \approx 0;\ J_{21} = \frac{\vartheta Q}{\vartheta \theta} \approx 0$$

L'explication de ces faibles valeurs revient au fait que la puissance active P dépend nécessairement du θ_i; et non du $|V_i|$ par contre Q_i dépend essentiellement du $|V_i|$ et non θ_i. Généralement $B_{ij} \approx 0$ et $\theta_{ij} \approx 0$ d'où $\theta_i - \theta_j = 0$ alors $sin\theta_{ij} = 0$.

La conductance est presque nulle car les éléments connectés aux réseaux sont d'origine réactive.

5- Organigramme de Newto-Raphson

L'organigramme se ferra sous forme d'un travail à la maison qu'on corrigera ensemble en classe.

6- Avantages de la méthode de Newton-Raphson

Cette méthode présente plusieurs avantages :

- la durée de l'exécution du programme de calculs de l'écoulement de puissance se réduit énormément.
- la taille de la mémoire occupée se réduit également.
- la convergence sera très rapide.

La procédure est répétée jusqu'à ce que ΔP_i^k et ΔQ_i^k pour toutes les barres soient à l'intérieur des tolérances spécifiées.

7. Conclusion

Dans ce chapitre on a vu un bref aperçu sur la nécessité du calcul de l'écoulement de puissance, où on a formulé le calcul de l'écoulement de puissance, et on a dis que ce problème ne peut pas être résolu facilement par la main à cause de la pluralité des variables ; puis on a proposé de chercher des résultats de ce problème à l'aide des méthodes numériques.

Nous avons dis qu'il existe plusieurs méthodes numériques pour le calcul de l'écoulement de puissance, et on a formulé ce problème juste par les deux plus utilisables méthodes, la méthode de Gauss-Seidel et celle de Newton-Raphson ; où on a choisi cette dernière grâce à ces avantages, pour continuer notre travail à étudier le problème de l'optimisation de l'écoulement de puissance.