

Rappels (notions fondamentales)

La mécanique des fluides : est une branche de la mécanique appliquée qui étudie le comportement des fluides au repos et en mouvement. C'est une science qui traite des lois d'équilibre et du mouvement des fluides

Hydraulique : son origine est une combinaison de deux mots grecs :

Hudor (eau) et aquilos (conduite, tube) → science du mouvement de l'eau dans les conduites (actuellement tout les fluides (Eau, huile, gaz, ...))

Fluide : corps physique sans forme propre qui peut subir des déformations sous l'action de forces extérieures très faible

Fluidité : la grande mobilité des particules fluides

Le système international (SI)

	Symbole	Unité	Dimension
Longueur	L	m mètre	L
Temps	t	s seconde	T
Masse	m	Kg kilogramme	M
Température	T	C° degré celcius	θ

Ex :

Selon la loi de Newton pour le mouvement d'une masse constante

Force = masse x accélération / accélération = vitesse en fonction du temps

$$F = (m) \times (a)$$

$$\text{SI : } \dim(F) = \dim(m) \times \dim(a)$$

$$= M \times L/T^2 = ML/T^2$$

$$\text{Unité (F) = kg.m / s}^2 = \text{Newton (N)}$$

La pression = force exercée sur une surface :

$$\text{Pression (P) = Force / Surface = (F)/(A) \text{ donc } \dim(P) = \dim(F) / \dim(A)$$

$$= (ML/T^2)/L^2 = M/L T^2$$

$$\text{Unité (P) = [kg / (m.s}^2)] \times m/m = \text{kg.m / m}^2\text{s}^2 = \text{N/ m}^2 = \text{Pa (Pascal)}$$

En ce qui concerne les autres grandeurs physiques utilisées veuillez consulter le fichier [Grandeurs physiques dimensions et unités](#)

Propriété des fluides (liquides) :

La masse volumique (ρ) : est la relation entre la masse et le volume du fluide (liquide) $\rho = m/V$ (kg/m^3)

Poids spécifique (γ) : est la relation entre la masse volumique et la pesanteur $\gamma = \rho \times g$ ($\text{kg/m}^3 \times \text{m/s}^2$) = (N/m^3)

Densité ou densité spécifique(d) : le rapport entre la masse volumique du fluide et la masse volumique de l'eau ($\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$) $d_f = \gamma_f / \gamma_{\text{eau}} = \rho_f / \rho_{\text{eau}}$ (puisque $g = \text{cte}$)

Remarque : ρ depend de la température (T) et de la pression (P)

Le poids spécifique est la propriété la plus importante en hydrostatique

Ex : Trouvez la masse volumique, le poids spécifique et la densité spécifique du kérosène sachant que 5 litres de ce fluide pèsent 4 kg , on prend $g = 9,81 \text{ m/s}^2$

- 1) Masse volumique : $\rho_k = m/V = 4/5 \times 10^{-3} = \mathbf{800 \text{ kg/m}^3}$
- 2) Poids spécifique : $\gamma = \rho_k \times g = 800 \times 9,81 = \mathbf{7848 \text{ N/m}^3}$
- 3) Densité spécifique : $d_k = \rho_k / \rho_{\text{eau}} = 800/1000 = \mathbf{0,8}$

Viscosité : Propriété expriment la resistance du fluide (ou liquide) a une force qui tend à faire déplacer les couches du liquide les uns par rapport aux autres et elle est due a l'interaction entre les molécules du fluide (des forces de frottement internes).

Force de frottement (force tangentielle) ou contrainte de frottement (contrainte de cisaillement) est proportionnelle au gradient de vitesse de l'écoulement (dv/dy) et du coefficient de viscosité (viscosité dynamique) μ

$$\tau = \mu \times dv/dy \quad (\text{loi de Newton})$$

Ou $\tau = F/ A$ (force F exercée sur une surface A connue)

dv est la difference de vitesse de 2 couches en contact

dy est la distance entre ces 2 couches

μ unité kg/m.s ou $\text{N.s/m}^2 = \text{Pa.s}$

Viscosité cinématique (ν) est le rapport entre la viscosité dynamique (μ) et la masse volumique (ρ)

$$\nu = \mu / \rho \quad (\text{m}^2/\text{s})$$

Remarque :

La viscosité cinématique et la densité spécifique sont les propriétés les plus importantes en hydrodynamique

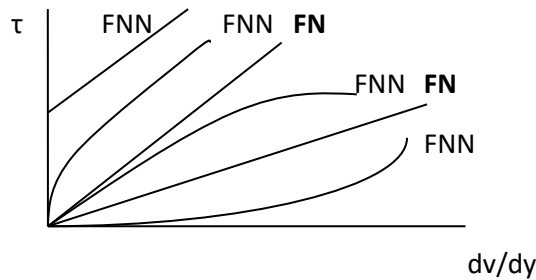
v depend de (T) (lorsque la temperature augmente la viscosité diminue) mais ne depend pas de la (P)

Voir le fichier [Introduction à la viscosité dynamique et cinématique](#)

Les fluides newtoniens (FN) et les fluides non newtoniens (FNN) :

Les fluides qui obeissent a la loi de newton sont des fluides newtoniens (eau et les autres liquides et l'air)

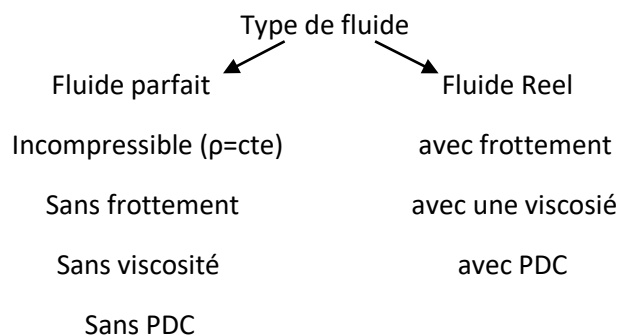
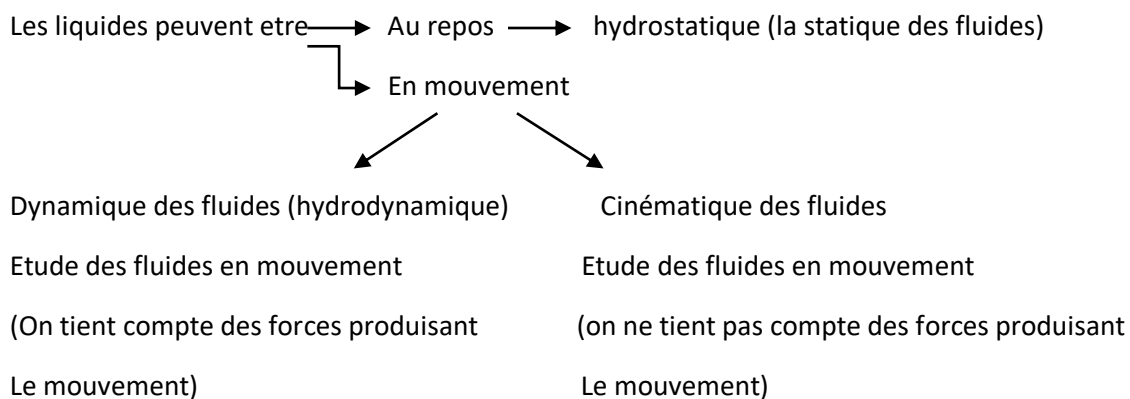
Les fluides qui n'obeissent pas a la loi de newton sont des fluides non newtoniens (liquides plastique (sang), sable mouillé,...)



Ex : La difference de vitesse entre deux couches voisines est 0,0072m/h. La distance entre ces deux couches suivant la normale est : 0,02 mm

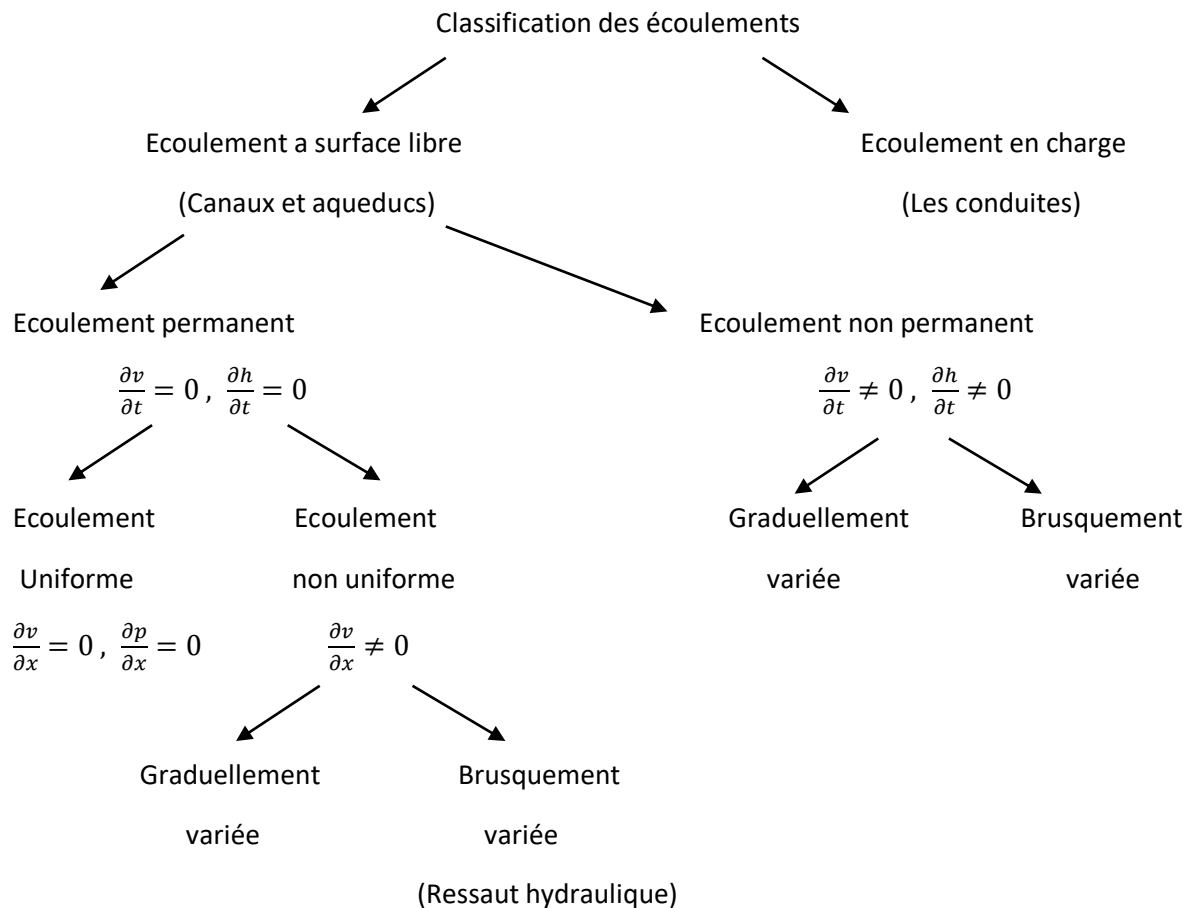
Determiner la contrainte de cisaillement (τ de frottement) entre ces deuxcouches de fluides dont la viscosité dynamique $\mu = 13 \times 10^{-4} \text{ N.s/m}^2$

Solution : $\tau = \mu \times dv/dy = 13 \times 10^{-4} [(0,0072 / 3600) / 2 \times 10^{-5}] = 13 \times 10^{-5} \text{ Pa} = 13 \times 10^{-5} \text{ N /m}^2$



Les forces agissant sur les fluides (liquides)

- Les forces massiques (volumiques) : g , F d'inertie
- Les forces superficielles (de surface) : F de Pression, Contrainte τ , F de viscosité



Remarques :

- Selon la charge « pression » chaque point de l'écoulement contient une pression différente et supérieure à la pression atmosphérique $P_0 \neq P_{atm}$ et $P_0 > P_{atm}$
- Un écoulement unidimensionnel (unidirectionnel) c'est un écoulement où ces caractéristiques varient dans le temps et dans une seule direction
- Écoulement libre : lorsque l'écoulement a une surface en contact avec l'atmosphère, l'écoulement est dit à surface libre

Régime d'écoulement :

Le régime d'écoulement est déterminé selon le nombre de Reynolds qui dépend :

- ❖ Du système d'écoulement
- ❖ De la dimension de la conduite ou du canal d_h
- ❖ De la viscosité dynamique μ
- ❖ De la masse volumique ρ

Pour le cas de l'écoulement a surface libre :

$$R_e = \frac{Vd_h}{\nu} \text{ ou } \frac{Vd_h\rho}{\mu} = \frac{\text{Force d'inertie}}{\text{Force de viscosité}}$$

$$D_h = 4 R_h \text{ ou } R_h = \frac{S_m}{\chi_m} = \frac{\text{Section mouillée}}{\text{Perimetre mouillé}}$$

Pour le cas des conduites :

$$R_e = \frac{VD}{\nu}$$

Pour les conduites circulaires le nombre de reynolds critique pour le passage du regime laminaire au turbulent est $R_{cr} \approx 2320$

Si $R_e < R_{cr}$ régime laminaire (les lignes de courant stationnaires sont paralleles)

Si $R_e > R_{cr}$ régime turbulent (les lignes de courant subissent des fluctuations spatiales et temporelles)

Si $R_e < 2300$ laminaire

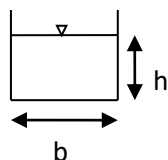
Si $R_e > 3000$ turbulent

Ex : Trouvez la vitesse necessaire pour qu'un écoulement dans une conduite de diametre $D = 0,1$ m soit laminaire ($\nu = 10^{-6}$ m²/s) eau est a 20 °C

$$R_e < 2300 \Rightarrow \frac{VD}{\nu} < 2300 \Rightarrow V < \frac{\nu \times 2300}{D} \Rightarrow V < \frac{10^{-6} \times 2300}{0,1} \Rightarrow V < 0,023 \text{ m/s}$$

Type d'écoulement :

Le type d'écoulement est déterminé a l'aide du nombre de Froude



$$\frac{dA}{dh} = b \quad A = b \times h \text{ (rectangulaire)}$$

$$F^2 = \frac{Q^2}{g \times A^3} \times \frac{dA}{dh} = \frac{Q^2}{g \times b^3 \times h^3} \times b = \frac{Q^2}{g \times b^2 \times h^3} \quad / \quad Q = V \times A$$

$$F^2 = \frac{v^2 \times b^2 \times h^2}{g \times b^2 \times h^3} = \frac{v^2}{gh} \Rightarrow F = \frac{v}{\sqrt{g \times h}} = \frac{\text{Force d'inertie}}{\text{Force de pesanteur}} \quad / \quad g \text{ acceleration de la pesanteur (m/s}^2\text{)}$$

A section de la conduite (m²) , Q débit d'écoulement (m³/s)

Fr > 1 écoulement torrentiel

Fr = 1 écoulement critique

Fr < 1 écoulement fluvial

Les pertes de charge (cas des conduites)

- **Les pertes de charges locales (singulières)** : elles sont localisées dans des points spéciaux des conduites (Tés, coudes, vannes et autres équipements hydrauliques) et dans les changements brusques de leurs sections

$$\Delta h_i = \xi_i \times \frac{v_i^2}{2g} / \xi_i \text{ Coefficient de PDC locale (singulière) et } v_i \text{ vitesse d'écoulement au point } i$$

- **Les pertes de charges en longueur (linéaire)** : c'est la perte de charge le long des conduites

$$\Delta h_{li} = \xi_l \times \frac{v_i^2}{2g} / \xi_l = \frac{\lambda L}{D} / \xi_l \text{ Coefficient de PDC en longueur (linéaire)}$$

Avec : λ coefficient de frottement

L longueur de la conduite (m)

D diamètre de la conduite (m)

- **Perte de charge totale** : C'est la somme des pertes de charge linéaires et singulières

$$\Delta h_T = \Delta h_L + \Delta h_s$$

Hydrostatique : Branche de l'hydraulique qui étudie les liquides et leur équilibre a l'état statique ($v=0$) au repos (F d'inertie = 0 => pas de mouvement, F de frottement = 0 => pas de déplacement des couches du liquide.

- Equation fondamentale de la statique :

Supposent un element de volume d'un reservoir plein dont les dimensions selon les axes x y z sont respectivement dx, dy, dz et en faisant la projection dans l'axe oxz on aura un carré de surface dx dz au centre de gravité C(x, z)

En équilibre statique l'element de volume est sous l'influence de 3 forces de volume et 6 forces de surface

Les forces agissant sur un element de fluide de volume $V = dx dy dz$ dans la direction z sont donc :

➤ Les forces de volume (force de pesanteur)

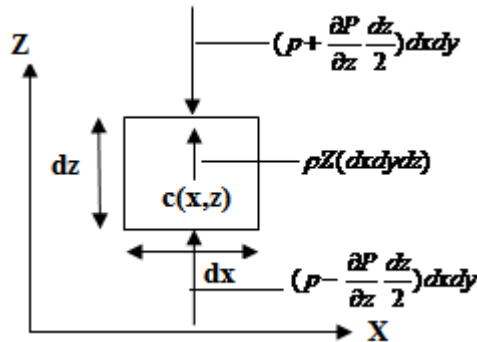
$$\text{Force due au poids de l'element du liquide } W = mg = \rho g V = \rho Z(dx dy dz)$$

➤ Les forces de surface (force de pression hydrostatique)

Force de pression : $(p - \frac{\partial P}{\partial z} \frac{dz}{2})dxdy$ $(p + \frac{\partial P}{\partial z} \frac{dz}{2})dxdy$

Condition d'équilibre des forces selon z :

$$\begin{aligned} \sum o_z = 0 &\Rightarrow (p - \frac{\partial P}{\partial z} \frac{dz}{2})dxdy - (p + \frac{\partial P}{\partial z} \frac{dz}{2})dxdy + \rho Z(dxdydz) = 0 \\ \Rightarrow P dxdy - \frac{\partial P}{\partial z} \frac{dz}{2} dxdy - P dxdy - \frac{\partial P}{\partial z} \frac{dz}{2} dxdy + \rho Z(dxdydz) &= 0 \\ \Rightarrow -\frac{\partial P}{\partial z} (dxdydz) + \rho Z(dxdydz) & \\ \Rightarrow -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho Z &= 0 \end{aligned}$$



De la même façon on obtient les équations dans les autres directions x et y

$$\begin{cases} \rho X - \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \\ \rho Y - \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \\ \rho Z - \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Sous forme vectorielle : } \rho \vec{F} = \text{grad } P = 0$$

$$\vec{F} - \frac{1}{\rho} \text{grad } P = 0 \quad \text{Ceci est l'équation fondamentale générale de l'hydrostatique}$$

F de volume F de pression

Avec X,Y,Z les composantes de la force de volume F

$$f = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix} \quad g \text{ l'accélération (m/s}^2\text{)}$$

$$\begin{cases} \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \Rightarrow P = cte \\ \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \Rightarrow P = cte \\ \frac{\partial P}{\partial z} = -\rho g \Rightarrow dP = -\rho g dz \rightarrow (*) \end{cases}$$

P constante dans le plan horizontal et pour un fluide incompressible $\rho = cte$ la pression varie dans l'axe z

En integrant l'equation (*) entre deux points 1 et 2 du fluide :

$$\int_{P_1}^{P_2} dP = -\rho g \int_{z_1}^{z_2} dz \Rightarrow P_2 - P_1 = -\rho g(z_2 - z_1)$$

$$\Rightarrow P_1 = P_2 + \rho g(z_2 - z_1) = P_2 + \rho gh / P_2 = P_{atm}$$

$P_2 - P_1 = -\gamma(z_2 - z_1)$ donc $P_1 - P_2 = \gamma(z_2 - z_1) \Rightarrow P_1 + \gamma z_1 = P_2 + \gamma z_2$ on aura :

$z_1 + \frac{P_1}{\gamma} = z_2 + \frac{P_2}{\gamma} = cte$ Ceci est la difference de pression entre 2 points un en profondeur et l'autre

à la surface dans le cas hydrostatique

Ou : P pression absolue

z hauteur de position (energie de position par unité de poids)

$\frac{P}{\gamma}$ Hauteur piezométrique (energie de pression par unité de poids)

$z + \frac{P}{\gamma}$ Charge piézométrique (énergie potentielle par unité de poids)