

5. أنظمة العد Numbering Systems

1. النظام العشري Decimal System :

يعتبر النظام العشري أكثر أنظمة العد استعمالاً من قبل الإنسان، وقد سمي بالعشري لأنه يتكون من عشرة أرقام هي (0..9) والتي بدورها تشكل أساس نظام العد العشري. وبشكل عام يمكن القول أن أساس (Base) أي نظام عد يساوي عدد الأرقام المستعملة لتمثيل الأعداد فيه، وهو يساوي كذلك أكبر رقم في النظام مضافاً إليه واحد. تمثل الأعداد في النظام العشري بواسطة قوى الأساس 10 وهذه تسمى بدورها أوزان خانات العدد ومثال ذلك العدد العشري: $N=7129.45$ حيث يمكن كتابته على النحو التالي :

$$N = 7 \times 10^3 + 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 9 \times 10^0 + 4 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$

2. النظام الثنائي Binary System :

1-2 التحويل من النظام الثنائي إلى النظام العشري :

• عملية تحويل عدد صحيح من النظام الثنائي إلى العشري

مثال : تحويل العدد الثنائي التالي 100101 إلى مكافئه العشري:

$$100101 = 1 \times 2^0 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^5 = 1 \times 1 + 0 \times 2 + 1 \times 4 + 0 \times 8 + 0 \times 16 + 1 \times 32 = 37$$

ويساوي 37 بالنظام العشري

$$(100101)_2 = (37)_{10} \text{ ونكتب:}$$

• عملية تحويل عدد كسري من النظام الثنائي إلى العشري

$$\begin{array}{cccccccc} \leftarrow & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

$$N = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3}$$

$$N = 1 \times 16 + 1 \times 8 + 1 \times 1 \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{8} =$$

$$(11001.011)_2 = (25.375)_{10}$$

2-2 تحويل الأعداد من النظام العشري إلى الثنائي :

• تحويل الأعداد العشرية الصحيحة الموجبة

لتحويل أي عدد صحيح موجب من النظام العشري إلى الثنائي نستعمل طريقة الباقي لتحويل (Méthode du reste) "Remainder Method" الموضحة كالآتي:

1. أقسم العدد العشري على الأساس 2.
2. أحسب باقي القسمة الذي يكون إما 1 أو 0.
3. أقسم ناتج القسمة السابق على الأساس 2 كما في خطوة (1)
4. أحسب باقي القسمة كما في خطوة (2)
5. استمر في عملية القسمة وتحديد الباقي حتى يصبح خارج القسمة الصحيح صفرًا.
6. العدد الثنائي المطلوب يتكون من أرقام الباقي مقروءة من الباقي الأخير إلى الأول

مثال لتحويل الرقم 12 من النظام العشري إلى الثنائي نتبع الآتي:

الباقي	نتاج القسمة	
0	$12 \div 2 = 6$.1
0	$6 \div 2 = 3$.2
1	$3 \div 2 = 1$.3
1	$1 \div 2 = 0$.4
إنهاء القسمة		

فيكون الناتج (من أسفل إلى أعلى ومن اليسار إلى اليمين): $(1100)_2 = (12)_{10}$

• تحويل الكسر العشري إلى ثنائي:

لتحويل الكسر العشري إلى مكافئة الثنائي نضرب الكسر في الأساس 2 عدداً معيناً من المرات حتى نحصل على ناتج ضرب يساوي صفراً أو حتى نحصل على الدقة المطلوبة.

مثال لتحويل الكسر العشري $(0.75)_{10}$ إلى مكافئة الثنائي:

0	. 75
	2 ^x
1	50 ^x
	2
1	00

$$(0.75)_{10} = (0.11)_2$$

فيكون الناتج (من أعلى إلى أسفل ومن اليسار إلى اليمين) : (0.11)

مثال لتحويل الكسر العشري 0.126 إلى مكافئة الثنائي بدقة تصل إلى أربعة أرقام ثنائية:

0	. 126
	2 ^x
0	252 ^x
	2
0	504 ^x
	2
1	008 ^x
	2
0	016

$$(0.126)_{10} = (0.0010)_2$$

فيكون الناتج (من أعلى إلى أسفل ومن اليسار إلى اليمين) : 0.0010

• تحويل العدد العشري الكسري:

يتم تحويل كل جزء على حدة ثم تضم النتائج مع بعض لتعطي النتيجة المطلوبة.

مثال تحويل العدد العشري 10.15 إلى مكافئة الثنائي:

1. حول الجزء الصحيح إلى مكافئه الثنائي:

الحل:

الباقي	نتاج القسمة	
0	$10 \div 2 = 5$.1
1	$5 \div 2 = 2$.2
0	$2 \div 2 = 1$.3
1	$1 \div 2 = 0$.4
إنهاء		

القسمة

$$(10)_{10} \longrightarrow (1010)_2$$

يكون الناتج $(1010)_2$ ثم نحول الجزء الكسري كما يلي:

0	.	15	x
		2	
0		30	x
		2	
0		60	x
		2	
1		20	x
		2	
0		40	

$$(0.15)_{10} = (0.001)_2$$

الناتج الكلي :

$$(10.15)_{10} = (1010.001)_2$$

3-2 إجراء العمليات الحسابية على الأعداد الثنائية الموجبة:

يمكن إجراء العمليات الحسابية من جمع و طرح و ضرب وقسمة كما هو الحال في النظام العشري مع مراعاة أن أساس النظام المستعمل هنا هو 2.

• **عملية الجمع** : لو أخذنا عددين ثنائيين A,B وكان كل منهما يتكون من خانة واحدة فقط Bit , وبما أن كل خانة يمكن أن تكون أما 0 أو 1 فإنه يوجد للعددين معاً أربع احتمالات كالآتي:

A	B	المجموع S= A+B	الفيض
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

أما إذا كانت الأعداد الثنائية مكونة من أكثر من خانة واحدة فإن عملية الجمع تنفذ بنفس طريقة الجمع في النظام العشري مع مراعاة أن أساس النظام العد المستعمل هو 2.

مثال(1): جمع العددين الثنائيين $(101)_2 + (011)_2 = (?)_2$

$$\begin{array}{r}
 \text{المجموع} \\
 \text{العدد الأول} \\
 + \\
 \text{العدد الثاني} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 111 \\
 101 \\
 + \\
 011 \\
 \hline
 1000
 \end{array}
 \end{array}$$

الناتج : $(101)_2 + (011)_2 = (1000)_2$

مثال(2): جمع العددين الثنائيين $(101101)_2 + (1011)_2 = (?)_2$

$$\begin{array}{r} 101101 \\ + 001011 \\ \hline 111000 \end{array}$$

الناتج : $(101101)_2 + (1011)_2 = (111000)_2$

• **عملية الطرح** (إذا كان المطروح أقل من المبروح منه): لو أخذنا عددين ثنائيين A,B وكان كل منهما يتكون من خانة واحدة فقط, فإنه توجد الاحتمالات التالية لعملية الطرح :

A	B	الفرق D=A-B	المستقرض
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

مثال(1): اطرح العددين الثنائيين $(110)_2 - (010)_2 = (?)_2$

$$\begin{array}{r} 110 \\ - 010 \\ \hline 100 \end{array}$$

الناتج : $(110)_2 - (010)_2 = (100)_2$

مثال(2): اطرح العددين الثنائيين $(1010)_2 - (111)_2 = (?)_2$

$$\begin{array}{r} 1010 \\ - 0111 \\ \hline 0011 \end{array}$$

الناتج : $(1010)_2 - (111)_2 = (011)_2$