

## TD1

# Fonctions Holomorphes

### Exercice 1

Calculer la dérivée de  $w = f(z) = z^3 - 2z$  aux points

1.  $z = z_0$ .
2.  $z = -1$ .

### Exercice 2

Montrer que l'application  $(x; y) \rightarrow \bar{z} = x - iy$ , est différentiable mais n'est pas dérivable.

### Exercice 3

Soit  $w = f(z) = \frac{1+z}{1-z}$ .

Trouver  $\frac{\partial}{\partial z} f(z_0)$  et déterminer en quels points  $f$  n'est pas dérivable.

### Exercice 4

1. Montrer que si  $f$  est dérivable en  $z_0$ , alors  $f$  est continue en  $z_0$ .
2. Montrer par un contre-exemple que la réciproque est fautive.

### Exercice 5

Montrer que  $u = e^{-x} (x \sin y - y \cos y)$  est harmonique c'est-à-dire que  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ .

### Exercice 6

Soit  $w = f(z) = z^3 - 2z^2$

1. Calculer  $\Delta w$ .
2. Calculer  $dw$ .

### Exercice 7

Etudier et calculer les dérivées de fonctions suivantes :

1.  $f$  définie par  $f(z) = e^z$ .
2.  $g$  définie par  $g(z) = e^{az}$ .
3.  $h$  définie par  $h(z) = \sin z = \frac{e^{iz} - e^{-iz}}{2i}$ .
4.  $k$  définie par  $k(z) = \cos z = \frac{e^{iz} + e^{-iz}}{2}$ .
5.  $l$  définie par  $l(z) = \tan z$ .
6.  $m$  définie par  $m(z) = z^{1/2}$ .
7.  $L$  définie par  $L(z) = \text{Log } z$ .