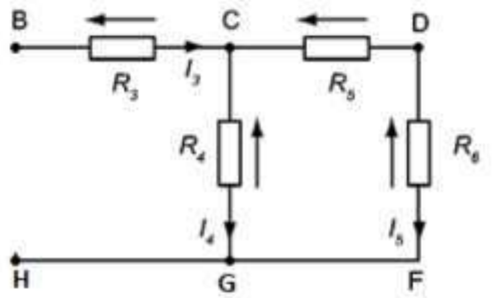
Solution Série N° 03 : Electrocinétique.

Exercice 1:

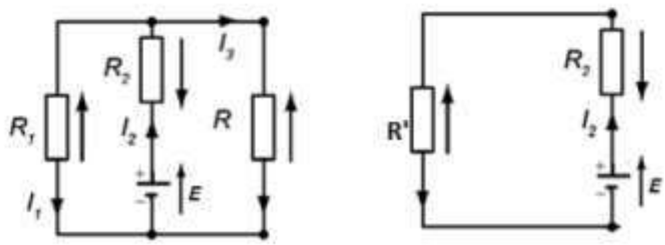


II-**Diviseur de courant** :

1-La résistance équivalente R est celle vue entre B et H, sans la portion ABHI du circuit (fig. ci contre).

R=[(R_5 en série avec R_6)// R_4]en série avec R_3,

donc $R = \frac{R_4(R_5+R_6)}{R_4+R_5+R_6} + R_3 = \frac{20x(10+10)}{20+10+10} + 10 = 20\Omega$.



2-$R' = R_1 // R = \frac{R_1 R}{R_1+R} = \frac{20\times20}{20+20} = 10\Omega$, donc

$I_2 = \frac{E}{R'+R_2} = \frac{10}{10+10} = 0.5A$.

3-Par la méthode de diviseur de courant (figure ci-dessus), on a $I_3 = I_2\frac{R_1}{R_1+R} = 0.5\frac{20}{20+20} = 0.25A$, $I_1 = I_2 - I_3 = 0.25A$ (ou par div.courant $I_1 = I_2\frac{R}{R_1+R}$).

4-Par la même procédure les autres courants pourront être calculés, $I_4 = I_3\frac{R_5+R_6}{R_4+R_5+R_6} = 0.25\frac{10+10}{20+10+10} = 0.125A$ et $I_5 = I_3 - I_4 = 0.125A$.

Finalement, $I_1 = 0.25A$, $I_2 = 0.5A$, $I_3 = 0.25A$, $I_4 = 0.125A$ et $I_5 = 0.125A$.

II-**Méthode de Kirchoff** :

1-Les nœuds du circuit sont : B, C et G (F, G, H et I sont le même nœud), n=3, donc n-1=2 équations liant les courants à déterminer : $I_3 = I_2 - I_1$ et $I_5 = I_3 - I_4 = I_2 - I_1 - I_4$.

2-Les branches du circuit sont : BAIH, BH, BC, CG et CDFG, b=5 courants à déterminer, donc on a m=b-n+1=3 équations indépendantes à déterminer par la loi des mailles :

-Maille ABHIA : $E - R_2I_2 - R_1I_1 = 0 \rightarrow 20I_1 + 10I_2 = 10$

-Maille BCGHB : $E - R_2I_2 - R_3I_3 - R_4I_4 = 0 \rightarrow E - R_2I_2 - R_3I_2 + R_3I_1 - R_4I_4 = 0 \rightarrow$

$$-10I_1 + 20I_2 + 20I_4 = 10$$

-Maille CDFG : $R_4I_4 - (R_5+R_6)I_5 = 0 \rightarrow R_4I_4 - (R_5 + R_6)(I_2 - I_1 - I_4) = 0 \rightarrow$

$20I_4 - 20(I_2 - I_1 - I_4) = 0 \rightarrow 20I_1 - 20I_2 + 40I_4 = 0.$

Donc, on a un système de 3 équations à 3 inconnues (I_1, I_2 et I_4) à résoudre

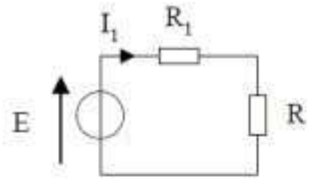
$$\begin{cases} 2I_1 + I_2 = 1 \\ -I_1 + 2I_2 + 2I_4 = 1 \\ I_1 - I_2 + 2I_4 = 0 \end{cases}$$

$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 16$, $I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{4}{16} = 0.25A$, $I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{8}{16} =$ 0.5A,

$I_4 = \frac{\Delta I_4}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{2}{16} = 0.125A$, $I_3 = I_2 - I_1 = 0.25A$ et $I_5 = I_3 - I_4 = 0.125A$.

Finalement, $I_1 = 0.25A$, $I_2 = 0.5A$, $I_3 = 0.25A$, $I_4 = 0.125A$ et $I_5 = 0.125A$.

Exercice 2:



Notons R la résistance équivalente à l'association en parallèle de R_2 et R_3 : $R = R_2 // R_3 \approx 150$ Ω.

Appliquons la loi d'Ohm : $E = (R_1+R)\,I_1$

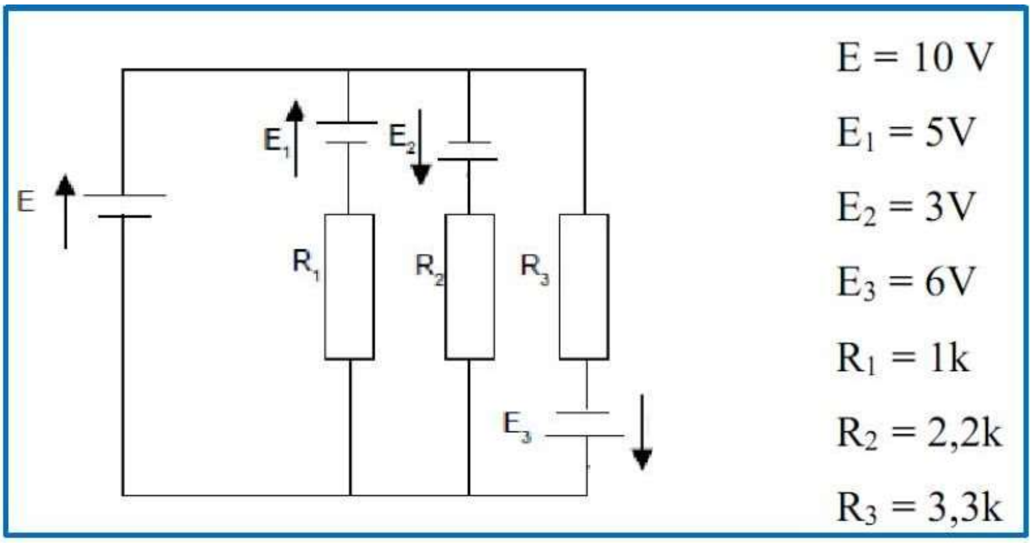
A.N. $I_1 = 14{,}29$ mA

Appliquons maintenant la formule du diviseur de courant : $I_2 = \frac{G_2}{G_2+G_3} I_1 = \frac{R_3}{R_2+R_3} I_1$

A.N. $I_2 = 4{,}56$ mA

Loi des nœuds : $I_3 = I_1 - I_2 = 9{,}73$ mA

Exercice 3:



$I = I_1 + I_2 + I_3$

$E = +R_1 I_1 = -E_2 + R_2 I_2 = -E_3 + R_3 I$

$I_1 = (E - E_1)/R_1 = (10V - 5V) / 1k = 5mA$

$I_2 = (E + E_2)/R_2 = (10V + 3V) / 2{,}2k = 5{,}91mA$

$I_3 = (E + E_3)/R_3 = (10V + 6V) / 3{,}3k = 4{,}85mA$

$I = 5mA + 5{,}91mA + 4{,}85mA = 15{,}76mA$

Exercice 4:

1. $R_T = R_1 + R \quad R = R_2 // R_3 // (R_4 + R_5) = 0{,}5k\Omega \; R_T = 1k\Omega + 0{,}5k\Omega = 1{,}5k\Omega$

2. $E = I R_T \Rightarrow I = E / R_T = 15V / 1{,}5k = 10mA$

3. $U_3 = R_3 I_3 = RI = 0{,}5k \text{ x } 10mA = 5V$

4. $U_4 = U_3 \text{ x } R_4 / (R_4 + R_5) = 5V \text{ x } 1{,}5k / 2k = 3{,}25V$

5. $U_5 = U_3 - U_4 = 5V - 3{,}25V = 1{,}75V$

6. $RI = R_2 I_2 = R_3 I_3 = I_4 (R_4 + R_5) \; I_2 = I_3 = 5V / 2k = 2{,}5mA$

Et $I_4 = 5V / 1k = 5mA = I - I_2 - I_3$

7. $P_1 = R_1 I^2 = 1k \text{ x } (10mA)^2 = 100Mw \; P_2 = P_3 = 2k \text{ x } (2{,}5mA)^2 = 12{,}5mW$

8. $P_4 = 0{,}75k \text{ x } (5mA)^2 = 18{,}75mW \quad P5 = 0{,}25k \text{ x } (5mA)^2 = 6{,}25mW$

$P_T = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 = 150mW \quad P = EI = 15V \text{ x } 10mA = 150mW$

Conclusion : $P_T = P$

9. Puisque $R_4 + R_5 = R_5 \Rightarrow$ diminution de la résistance $R_T \Rightarrow$ augmentation de $I \Rightarrow$ augmentation de P_T.

Exercice 5:

Les deux tensions sont déterminées par la méthode de diviseur de tension.

1-$U_4 = U_2 \frac{R'}{R_3+R'}$, avec $R' = R_4//R_5 = \frac{R_4R_5}{R_4+R_5} = \frac{2R\times 2R}{2R+2R} = R$, Donc $U_4 = U_2 \frac{R}{R+R} = \frac{1}{2}U_2$.

2-$U_2 = E \frac{R''}{R_3+R''}$, avec $R'' = R_2//(R_3+R') = \frac{R_2\times(R_3+R')}{R_2+R_3+R'} = \frac{2R\times 2R}{4R} = R$, donc $U_2 = \frac{1}{2}E$.

Alors, $U_4 = \frac{1}{2}U_2 = \frac{1}{4}E$.

Exercice 6:

1) La tension et la puissance sont données par les relations U = R.I et P = U.I = R.I^2.
   Donc : I = P/U = 1500/220 = 6,82 A
   La résistance à chaud est : R_{ch} = U/I = U^2/P = P/I^2 = 220^2/1500 = 32,3 Ω.
2) La résistance du fil est donnée par la relation R = ρ.L/S = ρ.L/(π.d^2/4) , d'où :
   - le diamètre d est :
   $d^2 = 4.\rho.\frac{L}{\pi.R}$ alors $d = \sqrt{4.\rho.L/(\pi.R)} = \sqrt{4.150.10^{-8}.8/(\pi.32{,}3)} \cong 0{,}69\ mm$
   - En négligeant l'effet de la dilatation, la résistance varie avec la température comme la résistivité, selon la relation $R = R_0(1 + a.\Delta T)$. La résistance à froid est la résistance à la température normale (20 °C) notée R_0 donc :

$$R_0 = R/(1 + a.\Delta T) = 32{,}3/\left[1 + 0{,}4.110^{-3}.(200-20)\right] = 30{,}1\ \Omega$$

Exercice 7:

1) Supposant que la densité de courant est uniforme sur la section, sa valeur est :
   j = I/S = 1/(π.(0,5.10^{-3})^2) = 1,27.10^6 A/m^2 = 1.27 A/mm^2 .
2) Sachant que 1 m^3 de cuivre pèse 8900 kg (8,92.10^3 kg/m^3) et sa masse atomique est : 63,55 g/mole. Le nombre d'Avogadro (NA = 6,0221.10^{23} atomes/mol) est le nombre d'atomes dans 63,55 g de cuivre. Le nombre d'électrons par unité de volume, approximativement égal au nombre d'atomes dans 1 m^3, est :
   n_e = 8,92.10^3 (kg/m^3) . 6,0221.10^{23} (atomes/mole) /(63,55.10^{-3} kg/mol) = 8,44.10^{28} électrons/m^3
   a) On a $j = e.n_e.v_e \rightarrow v_e = j/e.n_e$,
   donc : $v_e = (1{,}27.106)/[(1{,}60.10^{-19}).(8{,}44.10^{28}) = 9{,}40.10^{-5}\ m/s$
   b) Le champ électrique dans le fil est donné par la loi d'Ohm :
   $j = \gamma.E \rightarrow E = \rho.j = (1{,}7.10^{-8}).(1{,}27 \times 10^6) = 0{,}0216\ V/m$
   c) La résistance du fil est : d=1 mm ; L=2m
   R = ρ.L/S = (1,7.10^{-8}).(2)/[π.(0,5.10^{-3})^2 = 4.33.10^{-2} Ω
   d) La d.d.p. entre ses extrémités est : U = E.L = (0,0216).2 = 0,0433 V ;
   Elle est bien égale à (R.I = 4,33.10^{-2} . 1).