

سلسلة التمارين رقم 3

تمرين 1 :

(1) لنكّن $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ حيث $x \mapsto x^2$ و لنكّن $A = [-1, 4]$. أوجد:

(A) الصورة المباشرة للمجموعة A بواسطة التطبيق f

(B) الصورة العكسية للمجموعة A بواسطة التطبيق f .

(2) لنكّن الدالة $\sin : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

ماهي الصورة المباشرة بواسطة \sin للمجموعة \mathbb{R} ؟ و المجموعة $[0, 2\pi]$ ؟ و المجموعة $[0, \pi/2]$ ؟

ماهي الصورة العكسية بواسطة \sin للمجموعة $[0, 1]$ ؟ و المجموعة $[3, 4]$ ؟ و المجموعة $[1, 2]$ ؟

تمرين 2 : هل الدوال التالية متباينة؟ غامرة؟ نقابلية؟

$f_1 : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, n \mapsto 2n, f_2 : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, n \mapsto -n, f_3 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^2, f_4 : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+, x \mapsto x^2$

$f_5 : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}, z \mapsto z^2.$

تمرين 3 : هل الدوال التالية متباينة؟ غامرة؟ نقابلية؟

(1) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, n \mapsto n + 1$

(2) $g : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, n \mapsto n + 1$

(3) $h : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2, (x, y) \mapsto (x + y, x - y)$

تمرين 4 : لنكّن f و g الدوال المعرفة من \mathbb{N} نحو \mathbb{N} المعرفة كما يلي $f(x) = 2x$ و

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & \text{إذا كان } x \text{ زوجي} \\ 0 & \text{إذا كان } x \text{ فردي} \end{cases}$$

أوجد $f \circ g$ و $g \circ f$.

هل الدوال f و g متباينة؟ غامرة؟ نقابلية؟

تمرين 5 :

(1) لنكّن f و g دالتين معرفتين من \mathbb{R} نحو \mathbb{R} المعرفة كما يلي $g(x) = x^2 - 1$ و $f(x) = 3x + 1$

أحسب $f \circ g$ و $g \circ f$.

(2) في الأمثلة التالية أوجد الدوال u و v حيث $h = u \circ v$

$$h_1(x) = \sqrt{3x - 1} \quad h_2(x) = \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \quad h_3(x) = \frac{1}{x + 7}$$