

Modélisation et placement des objets 3D

Introduction

- Deux types d'objets à modéliser
 - des objets virtuels / inventés
 - les objets réels
- Plusieurs modes de création
 - **interactive** par des graphistes
 - **automatique** à partir du réel
 - scanner 3D, données médicales, etc...
 - **procédurale**
 - scènes complexes, terrain, etc...
 - Ou un mélange de ces modes...
- Différentes utilisations
 - affichage, animation, simulation physique, etc...

Introduction

- Construction des objets de la scène
 - Primitives géométriques
 - Opérations de transformations (placer les objets)
- Difficultés
 - Scène 3D / écran 2D
 - Placement des objets
 - Modification des objets (maillages)
- Communauté recherche
 - Modèles topologiques
 - Algorithmique géométrique
 - De nombreux problèmes / travaux en cours

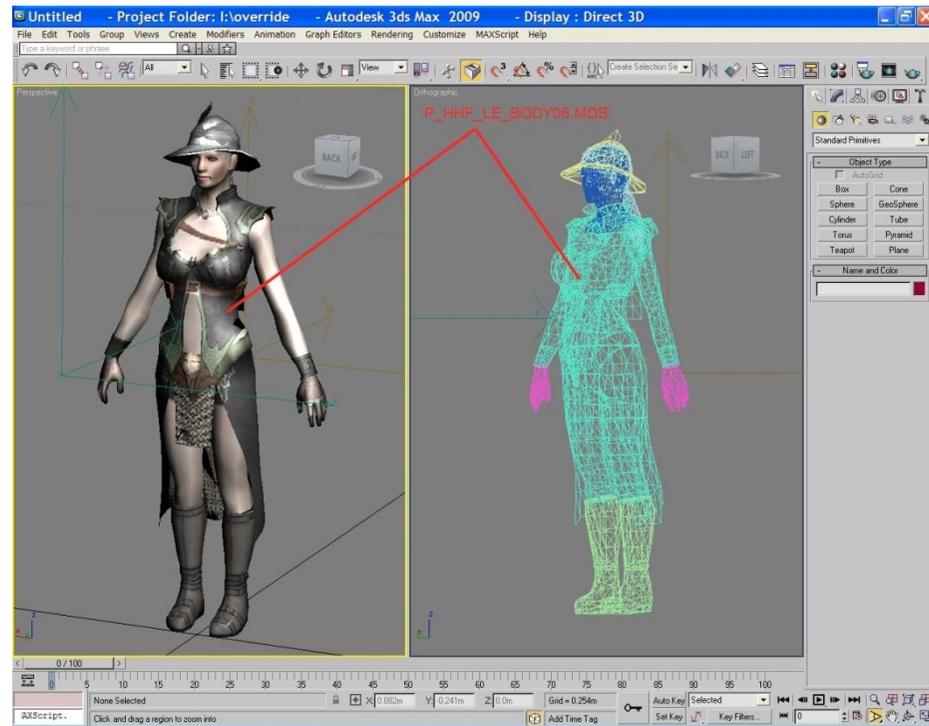
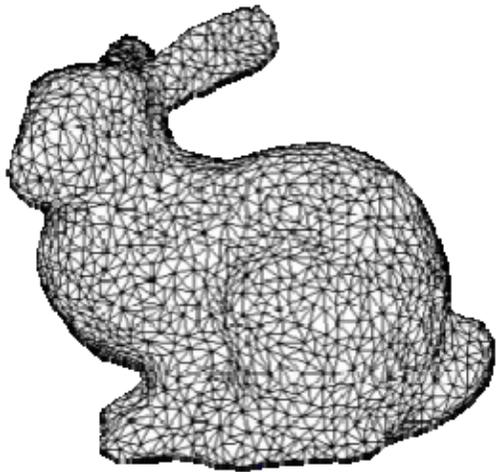
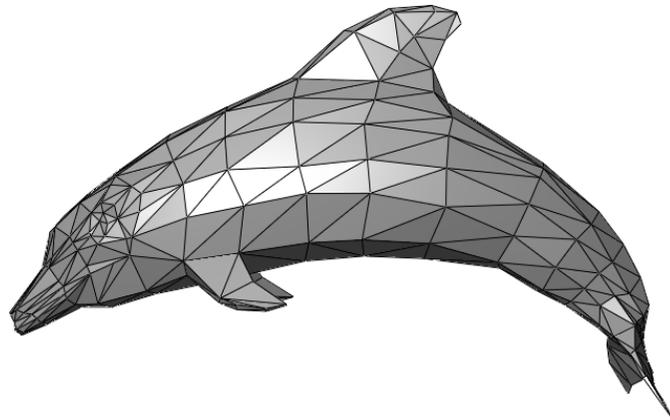
Les modèles géométriques

- Modèles **non structurés**
 - points
- Modèles **surfaccques**
 - maillages
 - surfaces paramétriques
 - surfaces de subdivision
 - surfaces implicites
- Modèles **volumiques**
 - octrees
 - CSG
- Modèles **procéduraux**
 - Fractales
 - Grammaires / L-systems
 - Système de particules
- Modèles **à base d'images**
 - Acquisition et rendu

Maillages de polygones

- Un *mesh* ou **maillage** est un objet tridimensionnel constitué de sommets, d'arêtes et de faces organisés en polygones sous forme de fil de fer.
- Les faces se composent généralement de triangles, de quadrilatères ou d'autres polygones convexes simples, car cela simplifie le rendu.
- Les faces peuvent être combinées pour former des polygones concaves plus complexes, ou des polygones avec des trous.
- On peut effectuer de nombreuses opérations sur les *meshes*, comme la logique booléenne, le lissage, etc.
- Affichage facile avec OpenGL
- Des outils de modélisation graphique tels que Blender ou 3D Studio Max permettent de réaliser ces objets filaires.

Maillages de polygones

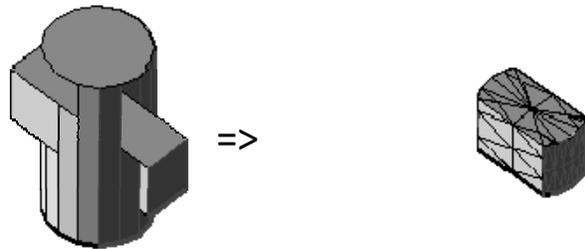


Composition booléenne de volumes

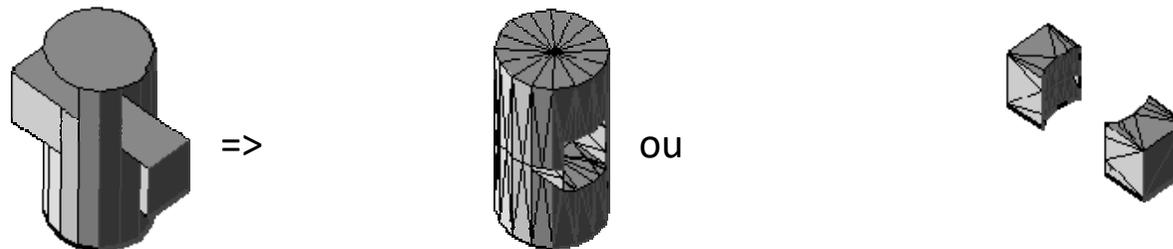
- Opérateur booléen: Union



- Intersection

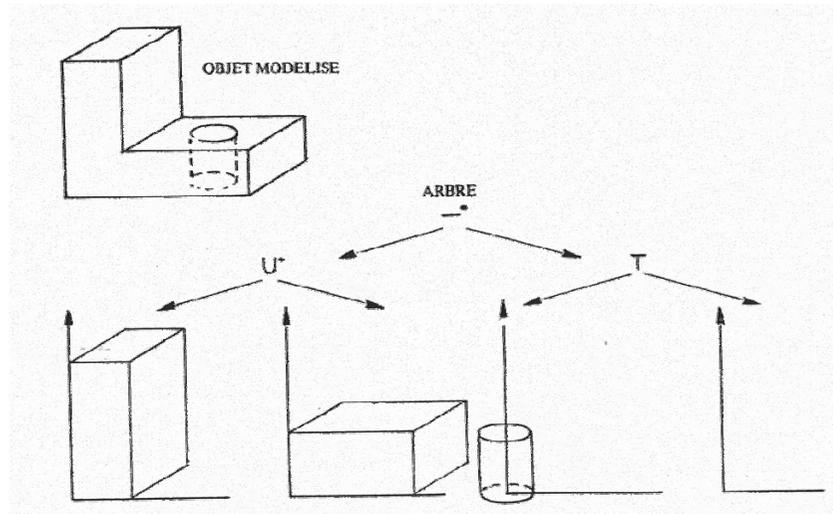


- Différence



Modélisation volumique

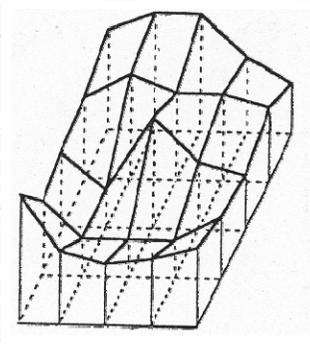
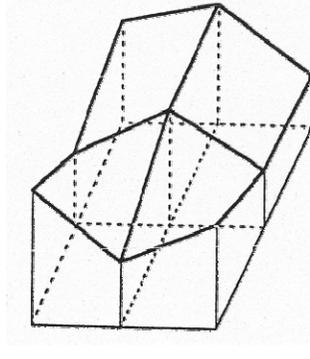
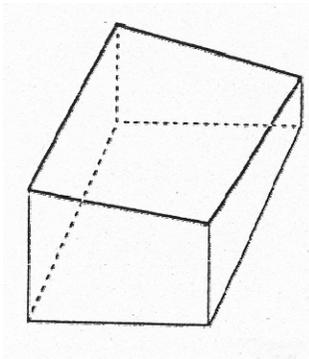
- Représentation par arbre de construction:CSG



- Représentation par une grammaire
 - Exp \rightarrow prim / transf prim / op exp exp
 - Prim \rightarrow cube / sphere / cone / ...
 - Transf \rightarrow translation / homothétie / rotation
 - Op \rightarrow union / intersection / différence

Autres modèles: Fractales

- Montagnes fractales
 - Construction récursive du terrain
 - Modèle statistique



- axiome
- générateur aléatoire

Transformations géométriques

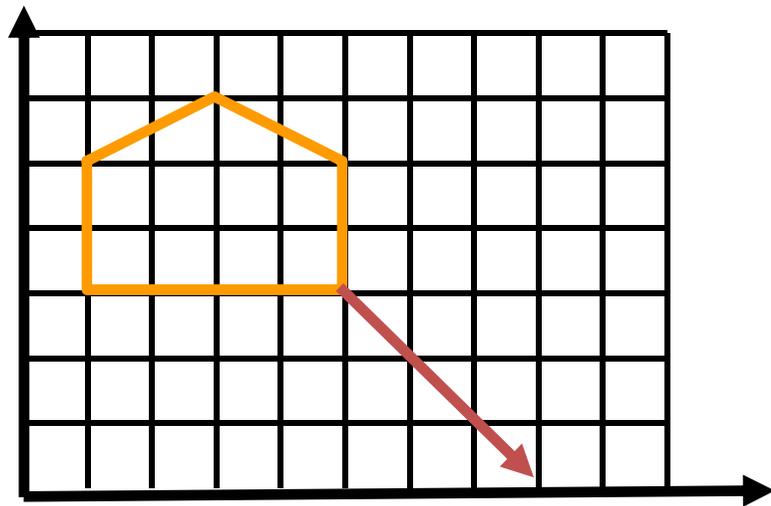
- Représentation vectorielle des points
 - Points attachés aux primitives graphiques
 - Sommets, centres, données volumiques...
- Transformations sur ces données
 - Translation, rotation, changement d'échelle...
 - Projections :
 - Perspective, parallèle...
 - Notation unifiée ?

En 2 dimensions

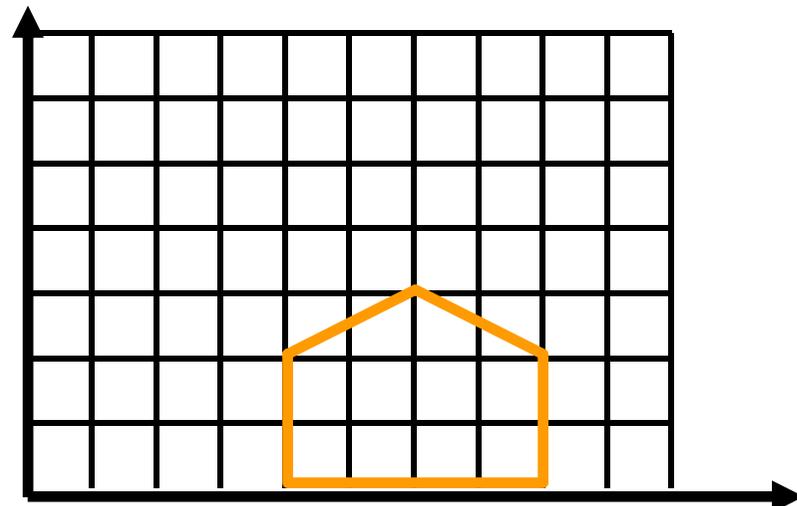
- On commence en 2D
 - Plus facile à représenter
- Chaque point est transformé:
 - $x' = f(x, y)$
 - $y' = g(x, y)$
- Comment représenter la transformation ?

Translations

- Modification simple :
 - $x' = x + t_x$
 - $y' = y + t_y$



Avant



Après

Notation vectorielle

- On utilise des vecteurs pour la représentation

- C'est plus simple

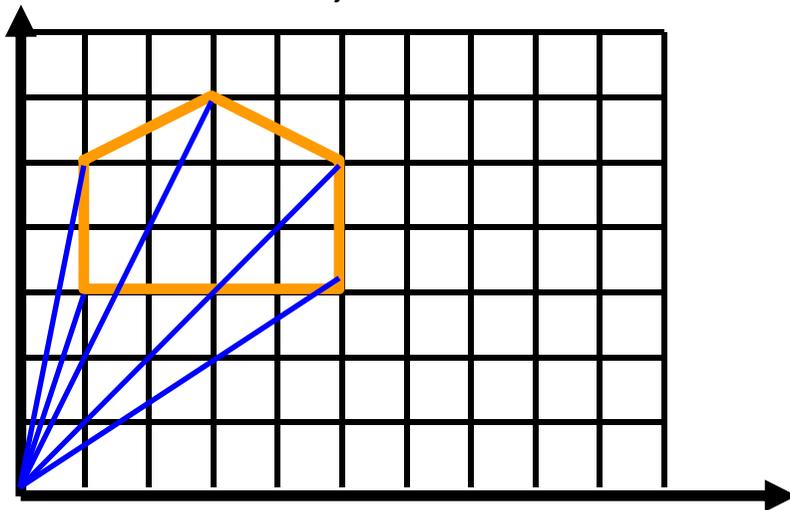
- Un point est un vecteur : $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$

- Une translation est une somme vectorielle :

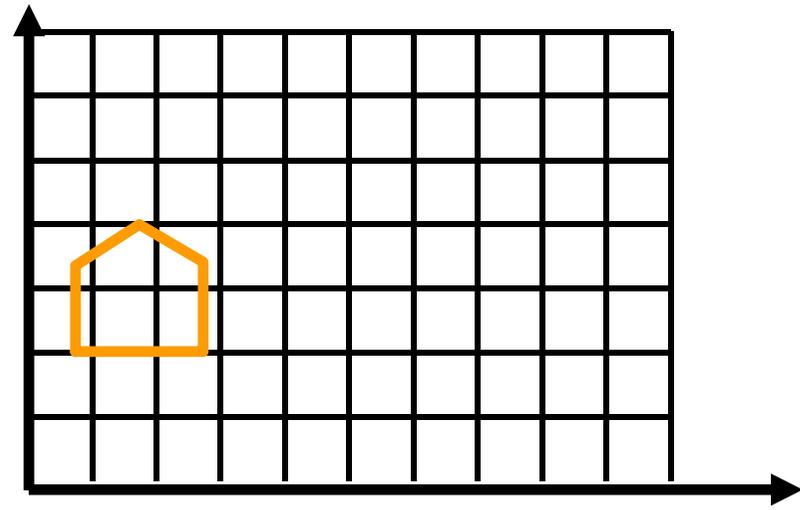
$$P' = P + T$$

Changement d'échelle

- Les coordonnées sont multipliées par le facteur de changement d'échelle :
 - $x' = s_x x$
 - $y' = s_y y$



Avant



Après

Notation matricielle

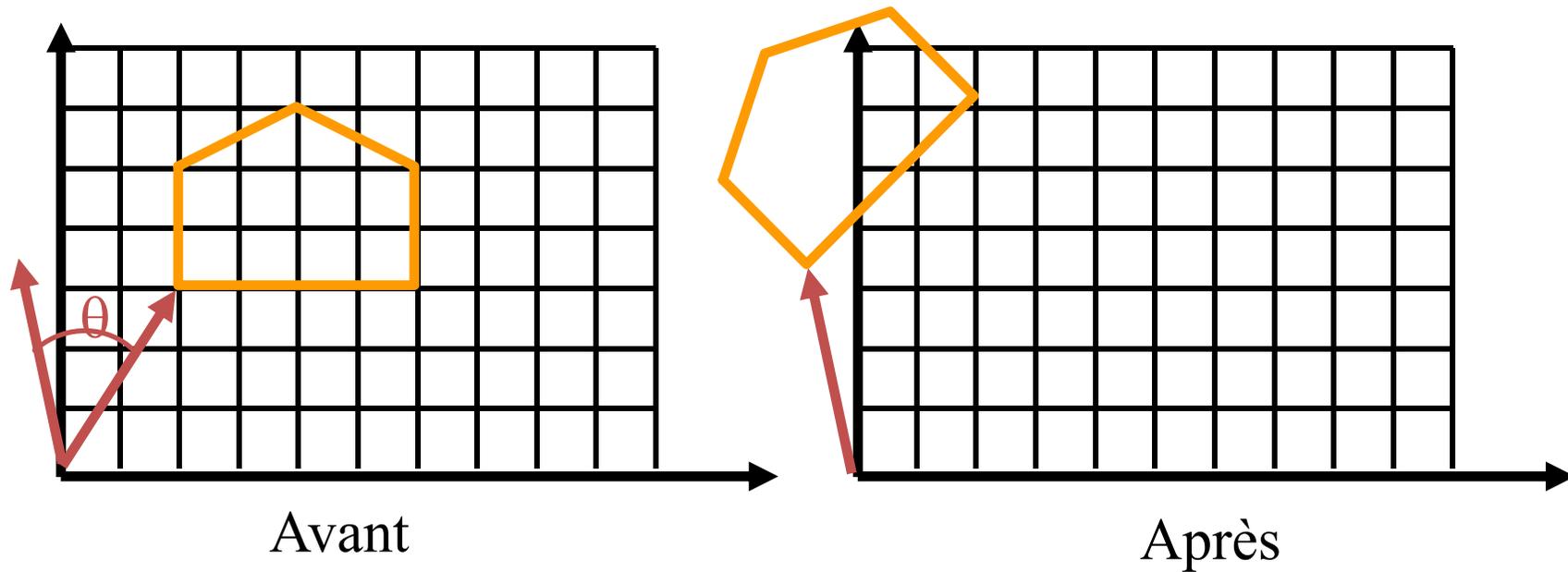
- C'est une multiplication matricielle :

$$P' = SP$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Rotation

- Rotation en 2D :
 - $x' = \cos\theta x - \sin\theta y$
 - $y' = \sin\theta x + \cos\theta y$



Notation matricielle

- Rotation = multiplication matricielle :

$$P' = RP$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Unification

- Notation simple, concise
- Mais pas vraiment unifiée
 - Addition ou bien multiplication
 - Comment faire pour concaténer plusieurs transformations ?
- On veut une notation unique
 - Qui permette de noter aussi les combinaisons de transformations
 - Comment faire ?

Coordonnées homogènes

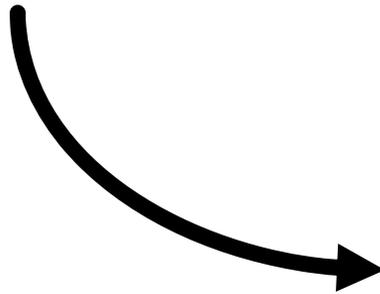
- Outil géométrique très puissant :
 - Utilisé partout en Infographie (Vision, Synthèse)
 - *cf.* aussi géométrie projective
- On ajoute une troisième coordonnée, w
- Un point 2D devient un vecteur à 3 coordonnées :
$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix}$$

Composition des transformations

- Il suffit de multiplier les matrices :
 - composition d'une rotation et d'une translation:
 $M = RT$
- Toutes les transformations 2D peuvent être exprimées comme des matrices en coord. homogènes
 - Notation très générale

Translations en 3D

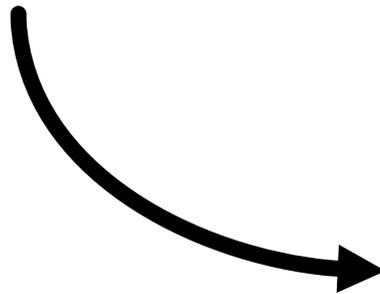
$$T(t_x, t_y, t_z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{cases} x' = x + wt_x \\ y' = y + wt_y \\ z' = z + wt_z \\ w' = w \end{cases}$$

Changement d'échelle en 3D

$$S(s_x, s_y, s_z) = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



$$\begin{cases} x' = s_x x \\ y' = s_y y \\ z' = s_z z \\ w' = w \end{cases}$$

Rotations en 3D

- Rotation : un axe et un angle
- La matrice dépend de l'axe et de l'angle
- Expression directe possible, en partant de l'axe et de l'angle, et quelques produits vectoriels
 - Passage par les quaternions
- Fait par la librairie graphique :
 - `glRotatef(angle, x, y, z)`

Rotation autour de l'axe x

$$R_x(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

L'axe x n'est pas modifié

Une rotation de $\pi/2$ change y en z , and z en $-y$

$$R_x\left(\frac{\pi}{2}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Projections

- Projection réduit le domaine
 - typiquement en infographie, $n=3$ et $m=2$
- Un *projecteur* est un segment reliant à un centre de projection
- L'intersection d'un projecteur avec la surface de projection correspond à
- Lorsque cette surface est plane, on parle de *projection plane*

Projection planaire

- On divise les projections planaires en
 - projection parallèle
 - projection perspective

