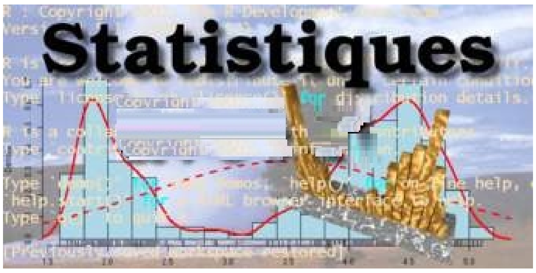
STATISTIQUE DESCRIPTIVE

Cours-Mathématique



Moufida Tabet

27 Juillet 2018

1.0

Table of contents

Chapitre 3 : Caractéristiques de tendance centrale et de position

I

1. Mode

Le mode correspond à la valeur de la variable pour laquelle l'effectif (ou la fréquence) est le plus grand.

Example

Recensement des familles dans une population régionale dont le nombre d'enfants de moins de 14 ans est le suivant :

Nombre d'enfants	Nombre de familles
0	2601
1	6290
2	2521
3	849
4	137

Ici le mode correspond à la valeur de 1 enfant.

Note

- Le mode peut être calculé pour tous les types de variable, quantitative et qualitative.

- Le mode n'est pas nécessairement unique.
- Quand une variable continue est découpée en classes, on peut définir une classe modale (classe correspondant `a l'effectif le plus élevé).

2. Médiane

2.1. Variable quantitative discrète

La médiane (notée Med) d'une variable quantitative est la valeur de cette variable qui permet de scinder la population étudiée en deux sous-populations de même effectif. Plus précisément, il y a autant d'individus pour lesquels on a observé une valeur supérieure à Med que d'individus pour lesquels on a observé une valeur inférieure à Med.

Il est obtenue de la manière suivante :

On trie la série statistique par ordre croissant des valeurs observés. Avec la série observée :

3, 2, 1, 0, 0, 1, 2.

on obtient :

0, 0, 1, 1, 2, 2, 3.

La médiane est la valeur qui se trouve au milieu de la série ordonnée :

0, 0, 1, I1I, 2, 2, 3.

On note alors Med = 1.

Nous allons examiner une manière simple de calculer la médiane. Deux cas doivent être distingués.

- Si n est impair, il n'y a pas de problème (ici avec n = 7)
  0, 0, 1, I1I, 2, 2, 3.
  alors Med = 1.
- Si n est pair, deux valeurs se trouvent au milieu de la série (ici avec n = 8)
  0, 0, 1, I1I, I2I, 2, 3, 4
  alors Med = (1+2) /2=1,5.

En général on note $x_{(1)}, \dots, x_{(i)}, \dots, x_{(n)}$.

La série ordonnée par ordre croissant. On appelle cette série ordonnée la statistique

d'ordre. Cette notation, tr`es usuelle en statistique, permet de définir la médiane de manière très synthétique.

- Si n est impair $Med=x_{(n+1)/2}$
- Si n est pair $Med=1/2\{x_{n/2}+x_{(n+1)/2}\}$

2.2. Variable quantitative continue

La médiane d'une série statistique dans le cas où la variable quantitative est continue est obtenue de la manière suivante :

- Nous identifions la classe contenant la médiane [a,b[,
- Nous identifions r le rang de la médiane dans la classe [a,b[,
- Si on note l la langueur de la classe [a,b[et d son effectif ,

on trouve

Med ≈a+(r/d)xl

Example

Le tableau suivant représente les salaires de 81 travailleurs

les salaires (D.A)	[400 ;450[	[45O ;500[	[500 ;550[	[550 ;600[	[600 ;650[
le nombre du travailleurs	15	20	25	10	11

- La classe qui contenant la médiane est [500 ;550[;
- Le rang de la médiane dans la classe [500 ;550[est r=6 ;
- la langueur de la classe [500 ;550[est l=50 et d son effectif d= 25 ;

Alors Med=500+(6/25)x50=512.

3. Moyenne arithmétique

Si x_i sont les observations d'une variable discrète ou les centres de classe d'une variable classée,

la moyenne arithmétique est la somme des valeurs observées divisée par leur nombre, elle est notée Me_x:

$Me_x=(x_1+x_2+...+x_k)/k$

La moyenne peut être calculée`a partir des valeurs distinctes et des effectifs

$Me_x=(n_1x_1+n_2x_2+...+n_2x_k)/N$ tel que $N=n_1+n_2+...+n_k$.

Example

Les nombres d'enfants de 8 familles sont les suivants 0, 0, 1, 1, 1, 2, 3, 4.

La moyenne est $Me_x=(0+0+1+1+1+2+3+4)/8=1.5$.

On peut aussi faire les calculs avec les valeurs distinctes et les effectifs. On

considère le tableau :

xi	ni
0	2
1	3
2	1
3	1
4	1
Totale	8

Me_x=[2x0+3x1+1x2+1x3+1x4]/8=1.5.

4. Moyenne géométrique

Si x_i sont les observations d'une variable quantitative, la moyenne géométrique est égale à

$G=(x^{n1}x^{n2}...x^{nk})^{1/N}$

Ce type de moyenne est surtout utilisé pour calculer des pourcentages moyens calculer la moyenne de taux d'intérêt.

Warning

On ne peut définir cette moyenne que lorsque les observations $x_1...x_k$ sont tous des nombres réels positifs.

5. Moyenne harmonique

Si x_i sont les observations d'une variable quantitative, la moyenne harmonique est égale à

$H=N/[(n_i+n_2+...n_K)/(x_1+x_2+...+x_k)]$

Note

Il est judicieux d'appliquer la moyenne harmonique sur des vitesses.

6. Moyenne quadratique

Si x_i sont les observations d'une variable quantitative, la moyenne quadratique est égale à

$Q=(n_1x_1{}^2+n_2x_{2+}{}^2+...+n_kx_k{}^2)^{1/2}$

Note

la moyenne harmonique est toujours inférieure ou égale `a la moyenne géométrique qui est toujours inférieure ou égale à la moyenne arithmétique.