جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة
قسم الرياضيات

السنة الأولى MI
مقياس جبر2
2020/2019

السلسلة رقم 04

المصفوفات والتطبيقات الخطية والمحددات

التمرين 01: لتكن المصفوفات:

$$A=\begin{pmatrix}3 & 0\\ -2 & 1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}2 & 1\\ -1 & 0\\ 1 & 3\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}1 & -3 & 2\\ 2 & 1 & -3\\ 4 & -3 & -1\end{pmatrix}, D=\begin{pmatrix}2 & 1\\ 3 & -1\\ 5 & 4\end{pmatrix}$$

احسب $A+C$. $B+D$. $3A$. $A\times B$. $B\times A$. A^3 . C^2 . B^t . $A\times B^t$ متى كان ذلك ممكنا.

السلسلة 04

المصفوفات والتطبيقات الخطية والمحددات

التمرين 01: لتكن المصفوفات:

$$A=\begin{pmatrix}3&0\\-2&1\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}2&1\\-1&0\\1&3\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1&-3&2\\2&1&-3\\4&-3&-1\end{pmatrix}$$

$$D=\begin{pmatrix}2&1\\3&-1\\5&4\end{pmatrix}$$

حساب - متى كان ذلك ممكنا - :

* يكون الجمع بين المصفوفات ممكنا إذا كانت من نفس النوع أي:

$$A=(a_{ij}),\ B=(b_{ij})\in M_{(m,n)}(\mathbb{K})$$
$$A+B=C\in M_{(m,n)}(\mathbb{K})$$

(m: عدد الأسطر، n: عدد الأعمدة)

حيث: $c_{ij}=a_{ij}+b_{ij},\ \forall\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}$

1) $A+C$ لا يمكن

2) $B+D=\begin{pmatrix}2&1\\-1&0\\1&3\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}2&1\\3&-1\\5&4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2+2&1+1\\-1+3&0-1\\1+5&3+4\end{pmatrix}$

$$=\begin{pmatrix}4&2\\2&-1\\6&7\end{pmatrix}.$$

* $\forall\lambda\in\mathbb{K},\ \lambda.A=D$

حيث: $d_{ij}=\lambda a_{ij}\ \forall\ i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}$

$A\in M_{(m,n)}(\mathbb{K})\Rightarrow(\lambda.A)\in M_{(m,n)}(\mathbb{K})$

3) $3A=3.\begin{pmatrix}3&0\\-2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3.3&3.0\\3.(-2)&3.1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9&0\\-6&3\end{pmatrix}$.

* يكون الجداء $(A\times B)$ ممكنا إذا كان عدد أعمدة A مساويا عدد أسطر B. أي:

$A=(a_{ij})\in M_{(m,n)}(\mathbb{K})$

$B=(b_{ij})\in M_{(n,p)}(\mathbb{K})$

يمكن تعريف المصفوفة $A\times B$

$A\times B=(c_{ij})\in M_{(m,p)}(\mathbb{K})$

كما يلي: $c_{ij}=\sum_{k=1}^{n}a_{ik}b_{kj}$

4) $A\times B$ لا يمكن
$(3,2)\ (3,2)$

5) $B\times A=\begin{pmatrix}2&1\\-1&0\\1&3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&0\\-2&1\end{pmatrix}$
$(3,2)\ (2,2)$

$$=\begin{pmatrix}2.3+1.(-2)&2.0+1.1\\(-1).3+0.(-2)&(-1).0+0.1\\1.3+3.(-2)&1.0+3.1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}4&1\\-3&0\\-3&3\end{pmatrix}.$$

6) $A^3=\begin{pmatrix}3&0\\-2&1\end{pmatrix}^3=\begin{pmatrix}3&0\\-2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&0\\-2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&0\\-2&1\end{pmatrix}$

$$=\begin{pmatrix}3.3+0.(-2)&3.0+0.1\\(-2).3+1.(-2)&(-2).0+1.1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&0\\-2&1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}9&0\\-8&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&0\\-2&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9.3+0.(-2)&9.0+0.1\\(-8).3+1.(-2)&(-8).0+1.1\end{pmatrix}$$

$$=\begin{pmatrix}27&0\\-26&1\end{pmatrix}$$

7) $C^2=\begin{pmatrix}1&-3&2\\2&1&-3\\4&-3&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&-3&2\\2&1&-3\\4&-3&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3&-12&9\\-8&4&4\\-6&-12&18\end{pmatrix}$.

* $A=(a_{ij})\in M_{(m,n)}(\mathbb{K})$

المصفوفة $C=(c_{ij})$ حيث:

$c_{ij}=a_{ji}\ \forall\ i=\overline{1,m}\ \forall\ j=\overline{1,n}$

تسمى منقول A ونرمز لها بالرمز A^t وهي من الصنف (n,m) (منقول A يحول الأسطر لى أعمدة والعكس)

8) $B^t=\begin{pmatrix}2&1\\-1&0\\1&3\end{pmatrix}^t=\begin{pmatrix}2&-1&1\\1&0&3\end{pmatrix}$.

9) $A\times B^t=\begin{pmatrix}3&0\\-2&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}2&-1&1\\1&0&3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6&-3&3\\-3&2&1\end{pmatrix}$.
$(2,2)\ (2,3)$