التمرين 01: ليكن التطبيقان:

$$f: \quad \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \qquad (x,y) \mapsto f(x,y) = (4x+2y, 2x+y)$$

$$g: \quad \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2 \qquad (x,y,z) \mapsto g(x,y,z) = (-x+y+z, x-y+z)$$

1. بين أن f و g خطيين.
2. أوجد $\mathrm{Ker}f$، $\mathrm{Ker}g$، $\mathrm{Im}f$، $\mathrm{Im}g$، $\mathrm{rg}f$، $\mathrm{rg}g$.
3. هل f و g متباينين؟ غامرين؟
4. هل $\mathbb{R}^2 = \mathrm{Ker}f \oplus \mathrm{Im}f$ ؟
5. ليكن $u \in \mathrm{Im}f$ أوجد $f(u)$.

التمرين 02: ليكن $\{e_1, e_2, e_3\}$ الأساس القانوني لـ $\mathbb{R}^3$، $f: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ خطي بحيث:

$$f(e_1) = 3e_1 + 4e_2 - 2e_3,\ f(e_2) = -e_1 - e_2 + e_3,\ f(e_3) = e_1 + 2e_2$$

ونضع: $g = f - \mathrm{Id}_{\mathbb{R}^3}$

1) احسب $f(x,y,z)$ و $g(x,y,z)$.
2) أوجد $\mathrm{Ker}f$، $\mathrm{Ker}g$، $\mathrm{Im}f$، $\mathrm{Im}g$.

التمرين 03:I) ليكن $\mathbb{P}_3[X]$ فضاء كثيرات الحدود من الدرجة 3 أو أقل ذات معاملات حقيقية، نعرف التطبيق:

$$g: \quad \mathbb{P}_3[X] \to \mathbb{R}^2$$
$$P \quad \mapsto g(P) = \big(P(-1), P(1)\big)$$

1) بين أن g خطي.
2) أوجد أساس لـ $\mathrm{Ker}g$ وأوجد $\mathrm{Im}g$.