جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة
قسم الرياضيات

السنة الأولى MI
مقياس جبر2
2020/2019

السلسلة رقم 01

الفضاءات الشعاعية والفضاءات الشعاعية الجزئية

التمرين 03: في كل حالة من الحالات التالية، هل $(\mathbb{R}^2, +, .)$ فضاء شعاعي على الحقل $\mathbb{R}$؟

1) $\alpha.(x,y) = (\alpha x, y)$; $(x,y) + (x',y') = (x+x', y+y')$;
2) $\alpha.(x,y) = (\alpha y, \alpha x)$; $(x,y) + (x',y') = (x+x', y+y')$;
3) $\alpha.(x,y) = (\alpha x, y)$; $(x,y) + (x',y') = (xx', yy')$;

التمرين 03: في كل حالة من الحالات التالية،
هل $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ ف.ش. على الحقل $\mathbb{R}$ ؟

1) $(x,y)+(x',y')=(x+x',y+y')$ عملية داخلية
$\alpha \cdot (x,y) = (\alpha x, y)$ عملية خارجية

في هذه الحالة $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ ليس ف.ش. على الحقل $\mathbb{R}$
لأن: الشرط (b) غير محقق:
ليكن $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$, $(x,y) \in \mathbb{R}^2$

$(\alpha+\beta)\cdot(x,y) = ((\alpha+\beta)x, y)$ ..... (1)

$\alpha\cdot(x,y)+\beta\cdot(x,y) = (\alpha x, y)+(\beta x, y)$
$= (\alpha x + \beta x, y+y)$
$= ((\alpha+\beta)x, 2y)$ ..... (2)
$(1) \neq (2)$

2) $(x,y)+(x',y')=(x+x',y+y')$ عملية داخلية
$\alpha \cdot (x,y) = (\alpha y, \alpha x)$ عملية خارجية

في هذه الحالة $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ ليس ف.ش. على الحقل $\mathbb{R}$
لأن: الشرط (d) غير محقق:
ليكن $(x,y) \in \mathbb{R}^2$

$1_{\mathbb{R}} \cdot (x,y) = 1\cdot(x,y) = (1.y, 1.x) = (y,x) \neq (x,y)$

3) $(x,y)+(x',y') = (xx', yy')$ عملية داخلية
$\alpha \cdot (x,y) = (\alpha x, y)$ عملية خارجية

في هذه الحالة $(\mathbb{R}^2, +, \cdot)$ ليس ف.ش. على الحقل $\mathbb{R}$
لأن: الشرط (a) غير محقق:
ليكن $\alpha \in \mathbb{R}$, $(x,y),(x',y') \in \mathbb{R}^2$

$\alpha\cdot((x,y)+(x',y')) = \alpha\cdot(xx', yy') = (\alpha xx', yy')$ ..... (1)
$\alpha\cdot(x,y)+\alpha\cdot(x',y') = (\alpha x, y)+(\alpha x', y')$
$= (\alpha^2 xx', yy')$ ..... (2)
$(1) \neq (2)$