

السنة الأولى MI
مقياس جبر 2
2020/2019

جامعة محمد خيضر بسكرة
كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة
قسم الرياضيات

السلسلة رقم 01

الفضاءات الشعاعية والفضاءات الشعاعية الجزئية

التمرين 02: نعرف على $E = \mathbb{R}^2$ العمليتين:

$$(x, y) + (x', y') = (x+x', y + y')$$

$$(a + ib).(x, y) = (ax - by, ay - bx)$$

هل $(E, +, .)$ فضاء شعاعي على الحقل \mathbb{C} ؟

التحريث 02 = نعرف على $E = \mathbb{R}^2$ العمليتين :

$$(x, y) + (x', y') = (x + x', y + y')$$

$\in E$ $\in E$ $\in E$

عملية داخلية

$$(a+ib) \cdot (x, y) = (ax - by, ay - bx)$$

$\in E$ $\in E$ $\in E$

عملية خارجية

$(E, +, \cdot)$ ليس فضاء شعاعي على الحقل $(\mathbb{C}, +, \cdot)$ لأن الشرط \odot غير مصقق :

ليكن $\alpha = a+ib, \beta = a'+ib' \in \mathbb{C}$

$(x, y) \in E$

$$\begin{aligned} & (\alpha \cdot \beta) \cdot (x, y) \\ &= ((a+ib) \cdot (a'+ib')) \cdot (x, y) \\ &= (aa' + iab' + ib'a' - bb') \cdot (x, y) \\ &= ((aa' - bb') + i(ab' + ba')) \cdot (x, y) \\ &= ((aa' - bb')x - (ab' + ba')y, \\ & \quad (aa' - bb')y - (ab' + ba')x) \\ &= (aa'x - bb'x - ab'y - ba'y, \\ & \quad aa'y - bb'y - ab'x - ba'x) \dots \dots (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \alpha \cdot (\beta \cdot (x, y)) \\ &= (a+ib) \cdot ((a'+ib') \cdot (x, y)) \\ &= (a+ib) \cdot (a'x - b'y, a'y - b'x) \\ &= (a(a'x - b'y) - b(a'y - b'x), \\ & \quad a(a'y - b'x) - b(a'x - b'y)) \\ &= (aa'x - ab'y - ba'y + bb'x, \\ & \quad aa'y - ab'x - ba'x + bb'y) \dots \dots (2) \end{aligned}$$

(1) \neq (2)