

كلية العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير

السنة الأولى
السلسلة رقم 04

قسم الجذع المشترك
الرياضيات 2

التمرين 01: باستعمال طريقة مقلوب المصفوفة حل الجمل التالية:

$$1) \begin{cases} 2x + 6y + z = 3 \\ 3x + 2y + 4z = 2 \\ 4x + y = 1 \end{cases}, \quad 2) \begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 5x + 4y + z = -1 \\ 2x + 7y + 2z = 2 \end{cases}$$

التمرين 02: باستعمال طريقة كرامر حل الجمل التالية:

$$1) \begin{cases} 2x - y + 2z = 6 \\ x - y + 3z = 8 \\ x + y + z = 6 \end{cases}, \quad 2) \begin{cases} 2x + 2y - z = 2 \\ x + 3z = 7 \\ x - y + 5z = 10 \end{cases}$$

التمرين 03: حل الجمل المتجانسة التالية:

$$1) \begin{cases} 3x + 4y - z = 0 \\ 2x + y + z = 0 \\ x + 4y - 3z = 0 \end{cases}, \quad 2) \begin{cases} x + 2y - 3z = 0 \\ 2x + 5y + 2z = 0 \\ 3x - y - 4z = 0 \end{cases}$$

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

سنة أولى

قسمه جمع مشترك

رياضيات 2

حل المسئلة رقم 04

حل المتمرين 1

بإستعمال طريقة مقلوب مصفوفة حل الجملة التالية:

$$\textcircled{1} \begin{cases} 2x + 6y + z = 3 \\ 3x + 2y + 4z = 2 \\ 4x + y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_A \quad \underbrace{\hspace{5em}}_X \quad \underbrace{\hspace{5em}}_B$

الكتابة المصفوفية

1- حساب محدد المصفوفة A =

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ 4 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 83$$

الصفحة 1

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} [\text{com}(A_{ij})]^t$$

$$\text{Com } A_{ij} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$$

$$\text{Com}(A_{ij}) = \begin{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \\ - \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 4 & 1 \end{vmatrix} \\ + \begin{vmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} & + \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} -4 & 16 & -5 \\ 1 & -4 & 22 \\ 22 & -5 & -14 \end{bmatrix}$$

$$(\text{Com}(A_{ij}))^t = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 22 \\ 16 & -4 & -5 \\ -5 & 22 & -14 \end{bmatrix}$$

(2) 2020/11

$$A^{-1} = \frac{1}{83} (\text{com}(A_{ij}))^t$$

ومنه

$$X = A^{-1} B \quad \text{إذن} \quad AX = B$$

$$X = \frac{1}{83} \begin{bmatrix} -4 & 1 & 22 \\ 16 & -4 & -5 \\ -5 & 22 & -14 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{83} \begin{bmatrix} -12 + 22 + 22 \\ 48 - 8 - 5 \\ -15 + 44 - 14 \end{bmatrix}$$

$$X = \frac{1}{83} \begin{bmatrix} 12 \\ 35 \\ 15 \end{bmatrix}$$

ومنه

$$x = 12/83$$

$$y = 35/83$$

$$z = 15/83$$

- حل المسألة (2) بنفس الطريقة (تدبر للطالب)

الصفحة (3)

باستعمال طريقة كرامر حل الجمله التاليه

$$\textcircled{1} \begin{cases} 2x - y + 2z = 6 \\ x - y + 3z = 8 \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$

- الكتابه المصفوفيه $AX = B$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix}$$

أولا نكتب محدد المصفوفه A باستعمال طريقة Sarrus

(ملاحظة تسهل هذه الطريقة إلا في حالة المصفوفات التي رتبها 3 أو أقل)

$$\begin{array}{ccc|cc} 2 & -1 & 2 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

$$\det A = \left[(2 \times (-1) \times 1) + ((-1) \times 3 \times 1) + (2 \times 1 \times 1) \right] \\ - \left[(2 \times (-1) \times (1)) + (2 \times 3 \times 1) + ((-1) \times 1 \times 1) \right]$$

المصفوفه (4)

$$\det A = [(-2) + (-3) + (2)] - [(-2) + 6(-1)]$$

$$= (-3) - (3) = -6 \quad \boxed{\det A = -6}$$

$\det A \neq 0$ ومنه الكمية لها حل

والآن باستعمال طريقة كرامر Cramer نجد الحل

$$x = \frac{\Delta_x}{\det A}; \quad y = \frac{\Delta_y}{\det A}; \quad z = \frac{\Delta_z}{\det A} \quad \begin{array}{l} \text{الجزئية} \\ \text{تكون} \end{array}$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 6 & -1 & 2 & 6 & -1 \\ 8 & -1 & 3 & 8 & -1 \\ 6 & 1 & 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_x = [(-6) + (-18) + 16] - [(-12) + (18) + (-8)]$$

$$= (-8) - (-2) = -6 \quad \boxed{\Delta_x = -6}$$

$$x = \frac{-6}{-6} = 1 \quad \text{إذن}$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 2 & 6 & 2 & 2 & 6 \\ 1 & 8 & 3 & 1 & 8 \\ 1 & 6 & 1 & 1 & 6 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_y = [16 + 18 + 12] - [16 + 36 + 6] = -12$$

الجزئية

$$\Delta y = -12$$

$$y = \frac{-12}{-6} = 2 \quad \text{ومنه}$$

$$\Delta z = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 6 & | & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 8 & | & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 6 & | & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Delta z = [(-12) + (-8) + 6] - [(-6) + 16 + (-6)]$$

$$= -14 - 4 = -18$$

$$\boxed{\Delta z = -18}$$

$$z = \frac{-18}{-6} = +3$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

للتأكد من النتائج نقوم بتعويض القيم في الجملة ①

$$\begin{cases} 1+2+3 = 6 \\ 1-2+9 = 8 \\ 2-2+6 = 6 \end{cases}$$

جميع المعادلات صحيحة إذن الحل صحيح
بالنسبة للجملة ② تدق للطالب عليه أن يجد

الصفحة ⑥