

المحور الثالث: استهلاك القروض

كما هو معلوم فإن الشخص المدين أو المؤسسة التي تحتاج إلى الأموال تلجأ إلى عملية الاقتراض متوسطة أو طويلة الأجل، سواء من شخص أو بنك أو أي مؤسسة مالية، لذا وعند تسديد ذلك القرض تلجأ إلى عملية استهلاك القروض.

يأخذ القرض صورة مبلغ أو مبالغ معينة فيسمى بالقرض العادي، وقد يأخذ صورة سندات كل منها يمثل جزء من القرض فيسمى القرض السندي.¹

فالقرض العادي هو الذي استلم من طرف مقرض واحد (البنك، شخص، مؤسسة مالية... الخ)، على عكس القرض السندي الذي يشترك فيه عدة مقرضين.²

إن سداد القرض بمعنى المبلغ الأصلي وفوائده مرة واحدة عند تاريخ استحقاقه لا تلائم مصلحة المدين، لذا فإن المتعاقدين على القرض طويلة الأجل يتفقون على استهلاكها وتسويتها على فترات زمنية معينة، من خلال أقساط متساوية من الأصل فقط دون الفائدة أو ما تسمى طريقة القسط المتناقص أو ما تسمى طريقة قسط الاستهلاك المتساوي، أو عن طريق أقساط متساوية من الأصل والفوائد معا أو ما يسمى طريقة القسط المتساوي.³

وسيتم هنا التركيز على استهلاك القرض العادي من خلال طريقتي القسط المتساوي والمتناقص.

أولاً: طريقة استهلاك القروض بدفعات أو أقساط متساوية

طريقة القسط المتساوي هي من أهم الطرق السائدة، يقوم المدين بموجبها بسداد القرض على دفعات متساوية في نهاية فترات زمنية منتظمة عادة ما تكون سنة، بمعنى دفعات عادية (دفعات نهاية المدة)، حيث يضم (يساهم) مبلغ الدفعة أو القسط الذي يرمز له بالرمز a في سداد جزء من أصل القرض بالإضافة إلى سداد جزء من الفوائد المستحقة.⁴

¹- عمر عبد الجواد عبد العزيز، مرجع سابق، ص 369.

²- منصور بن عوف عبد الكريم، مرجع سابق، ص 121.

³- باديس بوغرة، مرجع سابق، ص 199.

⁴- أحمد عبد الله درويش، مرجع سابق، ص 170.

1- حساب القسط أو الدفعة المتساوية

بما أن الأقساط متساوية في نهاية كل فترة زمنية باعتبار أن القرض يسدد عادة في نهاية الفترة فإن القيمة الحالية لهذه الأقساط أو الدفعات (العادية) تساوي مبلغ القرض.

إذن:¹

قيمة القرض = القيمة الحالية للأقساط أو الدفعات العادية

أي:

$$V_0 = a \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right]$$

$$a = \frac{V_0}{\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}}$$

$$a = V_0 \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

حيث:

a = قيمة القسط أو الدفعة الثابت

V_0 = قيمة أو أصل القرض

i = معدل الفائدة

n = مدة القرض

الكسر $\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}}$ تعطى قيمته مباشرة من الجدول المالي رقم 05

كما يمكن استخراج قانون القسط الثابت من خلال قانون الجملة، وذلك بمساواة جملة أصل القرض مع جملة الأقساط المخصصة لاستهلاك القرض

أي:

$$V_0(1 + i)^n = a \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

¹ - Miloudi Boubaker, Op Cit, pp118-119.

$$a = Vo \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

2- جدول استهلاك القرض¹

يتم الإتفاق بين المدين والبنك على تسديد القرض على أقساط أو دفعات متساوية، حيث تتضمن الدفعة على جزء من القرض يسمى الاستهلاك، والفائدة على مبلغ القرض المتبقي، حيث:

الفائدة = مبلغ القرض في بداية الفترة * معدل الفائدة المركبة

$$I = Vo * i$$

قيمة القسط أو الدفعة الثابتة = $a = Vo \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$

قيمة القسط الثابت = الاستهلاك + الفائدة ← الاستهلاك = قيمة القسط الثابت - الفائدة

$$m = a - I$$

مبلغ القرض في نهاية الفترة = مبلغ القرض في بداية الفترة - استهلاك الفترة

مع الإشارة إلى أن مبلغ القرض في بداية الفترة هو نفسه أو يساوي مبلغ القرض في نهاية الفترة السابقة والملاحظ أن الاستهلاكات تتزايد من فترة إلى أخرى، في حين الفائدة تتناقص (إذ أنها تحسب من مبلغ القرض في بداية الفترة الذي يتناقص نتيجة لتخفيض أو طرح قيمة الاستهلاك في كل فترة).

مثال 1: افترض شخص من البنك مبلغ 100000 دج وتعهد على سداده على 5 أقساط سنوية متساوية، فإذا علمت أن معدل الفائدة 5% سنوي. قم بإعداد جدول استهلاك هذا القرض.

الحل:

$$Vo = 100000 \text{ دج}$$

$$i = 5\% \text{ سنويا}$$

$$n = 5 \text{ دفعات}$$

¹- لوصيف كيميائية، الرياضيات المالية، دار البدر للنشر والتوزيع، العلمة، 2005، ص 100.

- اعداد جدول استهلاك القرض:

الفترة	مبلغ القرض في بداية الفترة	الفائدة I	القسط الثابت a	الاستهلاك m	مبلغ القرض في نهاية الفترة
01	100000	5000	23097.5	18097.5	81902.5
02	81902.5	4095.125	23097.5	19002.375	62900.125
03	62900.125	3145.00	23097.5	19952.5	42947.625
04	42947.625	2147.381	23097.5	20950.119	21997.506
05	21997.506	1099.875	23097.5	21997.625	0

* الفائدة في الفترة الأولى = $100000 * 0.05 = 5000$ دج.

* القسط أو الدفعة الثابتة :

$$a = Vo \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

$$a = 100000 \left[\frac{0.05}{1 - (1+0.05)^{-5}} \right]$$

$$a = 100000(0.230975)$$

$$a = 23097.5 \text{ DA}$$

* استهلاك الفترة الأولى = القسط الثابت - فائدة الفترة الأولى

$$= 5000 - 23097.5 = 18097.5 \text{ دج}$$

* مبلغ القرض في نهاية الفترة الأولى = مبلغ القرض في بداية الفترة الأولى - استهلاك الفترة الأولى

$$= 100000 - 18097.5 = 81902.5 \text{ دج}$$

* مبلغ القرض في بداية الفترة الثانية = مبلغ القرض في نهاية الفترة الأولى = 81902.5 دج

وهكذا نعيد حساب نفس العناصر للفتريات الأخرى المتبقية.

استهلاك القروض

مثال 2¹: اقترض شخص مبلغ 25324.5 دج من البنك على أن يسدد الأصل والفوائد على أقساط متساوية تدفع كل نصف سنة لمدة 3 سنوات، فإذا علمت أن معدل الفائدة السنوي 12 %، أن الفوائد تضاف سداسيا، قم بإعداد جدول استهلاك هذا القرض.

الحل:

$$V_0 = 25324.5 \text{ دج}$$

$$i = 12\% \text{ سنويا، وما دامت الفوائد تدفع سداسيا إذن المعدل السنوي } 12\% \text{ يحول إلى معدل سداسي } 2/12 = 6\% \text{ نصف سنوي.}$$

$$n = \text{الفوائد تدفع سداسيا لمدة 3 سنوات، بمعنى تعطي } n = 3 * 2 = 6 \text{ دفعات}$$

إعداد جدول استهلاك القرض:

الفترة	مبلغ القرض في بداية الفترة	الفائدة I	القسط الثابت a	الاستهلاك m	مبلغ القرض في نهاية الفترة
01	25324.5	1519.47		3630.53	21693.97
02	21693.97	1301.63		3848.37	17845.6
03	17845.6	1070.73		4079.27	13766.33
04	13766.33	825.97		4324.03	9442.3
05	9442.3	566.53		4583.47	4858.83
06	4858.83	291.52		4858.48	0

$$* \text{ الفائدة في الفترة الأولى } = 0.06 * 25324.5 = 1519.47 \text{ دج.}$$

* القسط الثابت :

$$a = V_0 \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

$$a = 25324.5 \left[\frac{0.06}{1 - (1+0.06)^{-6}} \right]$$

$$a = 25324.5(0.203362)$$

¹- باديس بوغرة، مرجع سابق، ص214.

$$a = 5150 \text{ DA}$$

* استهلاك الفترة الأولى = القسط الثابت - فائدة الفترة الأولى

$$= 5150 - 1519.47 = 3630.53 \text{ دج}$$

* مبلغ القرض في نهاية الفترة الأولى = مبلغ القرض في بداية الفترة الأولى - استهلاك الفترة الأولى

$$= 25324.5 - 3630.53 = 21693.97 \text{ دج}$$

* مبلغ القرض في بداية الفترة الثانية = مبلغ القرض في نهاية الفترة الأولى = 21693.97 دج

وهكذا نعيد حساب نفس العناصر للفترات الأخرى المتبقية.

3- العلاقة بين الاستهلاكات

- من جدول الاستهلاك رأينا أن مجموع الاستهلاكات يساوي مجموع مبلغ القرض (أصل القرض)، أي مبلغ القيمة الحالية V_0 ، أي:

$$V_0 = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n$$

- وإذا بحثنا عن العلاقة بين الاستهلاكات نفسها، فإننا إذا قسمنا استهلاكين متتاليين m_1 و m_2 مثلا فإننا نجد أنهما يعطيان قيمة ثابتة، أي:

$$\frac{m_2}{m_1} = (1 + i)$$

بالرجوع إلى المثال رقم 1 نجد مثلا:

$$\frac{19002.375}{18097.5} = (1 + 0.05)$$

بمعنى أن الاستهلاك في أي سطر = الاستهلاك السابق له * $(1 + i)$ ، وبالتالي فإن الاستهلاكات تكون فيما بينها متتالية هندسية حدها الأول هو m_1 وأساسها $(1 + i)$ وعدد حدودها n .
أي:

¹- منصور بن عوف عبد الكريم، مرجع سابق، ص 123.

²- ناصر دادي عدون، مرجع سابق، ص 122.

$$m_2 = m_1(1 + i)$$

$$m_3 = m_2(1 + i) = m_1(1 + i)^2$$

$$m_4 = m_3(1 + i) = m_1(1 + i)^3$$

⋮

$$m_n = m_1(1 + i)^{n-1}$$

4-العلاقة بين الاستهلاك ومبلغ القرض

-العلاقة بين الاستهلاك الأول ومبلغ القرض¹

انطلاقاً من أن مجموع الإستهلاكات يساوي أصل القرض، أي:

$$V_0 = m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_n$$

$$V_0 = m_1 + m_1(1 + i) + m_1(1 + i)^2 + \dots + m_1(1 + i)^{n-1}$$

وبما أن الاستهلاكات تكون فيما بينها متتالية هندسية حدها الأول هو m_1 وأساسها $(1 + i)$ وعدد حدودها n ، فإن:

$$V_0 = m_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

ومنه:

$$m_1 = V_0 \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

مثال: أعد خمسة سطور الأولى من جدول استهلاك قرض لمدة 10 سنوات، إذا علمت أن الاستهلاك الأول يساوي 43426.5 دج، وأن الاستهلاك الثالث يساوي 49719.000 دج

الحل:

$$43426.500 = m_1 \text{ دج}$$

$$49719.000 = m_3 \text{ دج}$$

¹ - زعبيط نور الدين، محاضرات في الرياضيات المالية، دار الفجر للطباعة والنشر، قسنطينة، 2008، ص 99.

- حساب معدل الفائدة:

لدينا :

$$m_3 = m_2(1 + i) = m_1(1 + i)^2$$

$$49719.000 = 43426.500(1 + i)^2$$

$$\sqrt{\frac{49719.000}{43426.500}} - 1 = i$$

$$1.0700 - 1 = i$$

$$0.07 = i$$

إذن معدل الفائدة هو 7%

- حساب أصل القرض:

$$V_0 = m_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

$$V_0 = 43426.500 \left[\frac{(1+0.07)^{10} - 1}{0.07} \right]$$

$$V_0 = 43426.500(13.816447)$$

$$V_0 = 600000 \text{ DA}$$

- حساب القسط الثابت:

$$a = V_0 \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

$$a = 600000 \left[\frac{0.07}{1 - (1+0.07)^{-10}} \right]$$

$$a = 600000(0.1423775)$$

$$a = 85426.5 \text{ DA}$$

-إعداد 5 سطور الأولى من جدول استهلاك القرض:

الفترة	مبلغ القرض في بداية الفترة	الفائدة I	القسط الثابت a	الاستهلاك m	مبلغ القرض في نهاية الفترة
01	600000	42000	85426.5	43426.5	556573.5
02	556573.5	38960.145	85426.5	46466.355	510107.145
03	510107.145	35707.500	85426.5	49719.000	460388.145
04	460388.145	32227.170	85426.5	53199.330	407188.815
05	407188.815	28503.217	85426.5	56923.283	350265.532

-العلاقة بين قيمة القسط الثابت والاستهلاك الأخير¹

من جدول الاستهلاك لاحظنا أن المبلغ القرض في بداية الفترة للسنة الأخيرة (المبلغ المتبقي للتسديد للسنة الأخيرة) يساوي مبلغ الاستهلاك لتلك السنة، أي:

$$V_n = mn$$

وأيضاً لدينا:

قيمة القسط الثابت أو الدفعة تساوي المبلغ القرض في بداية الفترة للسنة الأخيرة (المبلغ المتبقي للتسديد للسنة الأخيرة) * معدل الفائدة، أي:

$$a = mn + V_n * i$$

$$a = mn + mn * i$$

$$a = mn(1 + i)$$

إذن:

$$\text{قيمة القسط الثابت أو الدفعة} = \text{الاستهلاك الأخير} * (1+i)$$

ومنه:

¹- منصور بن عوف عبد الكريم، مرجع سابق، ص 127.

الاستهلاك الأخير = القسط الثابت * $(1 + i)^{-1}$

أي:

$$mn = a (1 + i)^{-1}$$

-علاقة مجموع الاستهلاكات الأولى¹

ليكن لدينا x استهلاك، مجموع الاستهلاكات إلى غاية الفترة x من جدول استهلاك القرض هو:

$$\sum_{n=1}^x mn = m1 + m2 + m3 + \dots + mx$$

$$\sum_{n=1}^x mn = m1 + m1(1 + i) + m1(1 + i)^2 + \dots + m1(1 + i)^{x-1}$$

وبتطبيق معادلة حساب المتتالية الهندسية نجد مجموع الاستهلاكات إلى غاية الفترة x بالإعتماد على الاستهلاك الأول تساوي:

$$\sum_{n=1}^x mn = m1 \left[\frac{(1+i)^x - 1}{i} \right]$$

أما مجموع الاستهلاكات إلى غاية الفترة x بالإعتماد على أصل القرض فيمكن إيجادها كما يلي:

لدينا:

$$m1 = Vo \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right]$$

إذن:

$$\sum_{n=1}^x mn = Vo \left[\frac{i}{1 - (1+i)^{-n}} \right] \left[\frac{(1+i)^x - 1}{i} \right]$$

$$\sum_{n=1}^x mn = Vo \left[\frac{(1+i)^x - 1}{(1+i)^n - 1} \right]$$

حيث:

n = عدد سنوات القرض

x = عدد الأقساط الأولى

¹- روبينة عبد السميع، مرجع سابق، ص72.

مثال: أوجد الاستهلاكات الثلاث الأولى في المثال 2

الحل:

- حساب الاستهلاكات الثلاث الأولى:

ط1:

$$\sum_{n=1}^3 mn = m1 + m2 + m3$$

$$\sum_{n=1}^3 mn = 3630.53 + 3848.37 + 4079.27$$

ط2: بالاعتماد على الاستهلاك الأول:

$$\sum_{n=1}^x mn = m1 \left[\frac{(1+i)^x - 1}{i} \right]$$

$$\sum_{n=1}^3 mn = m1 \left[\frac{(1+i)^3 - 1}{i} \right]$$

$$\sum_{n=1}^3 mn = 3630.53 \left[\frac{(1+0.06)^3 - 1}{0.06} \right]$$

$$\sum_{n=1}^3 mn = 3630.53(3.1836)$$

$$\sum_{n=1}^3 mn = 11558.16 \text{ DA}$$

ط3: بالاعتماد على مبلغ القرض:

$$\sum_{n=1}^x mn = Vo \left[\frac{(1+i)^x - 1}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$\sum_{n=1}^3 mn = 25324.5 \left[\frac{(1+0.06)^3 - 1}{(1+0.06)^6 - 1} \right]$$

$$\sum_{n=1}^3 mn = 25324.5(0.456409)$$

$$\sum_{n=1}^3 mn = 11558.32 \text{ DA}$$

5- حساب المتبقي من القرض بعد سداد القسط x

من جدول استهلاك القرض نجد أن قيمة القرض بعد سداد القسط x يساوي إلى أصل القرض مطروح منه الاستهلاكات بعد سداد القسط x ، فإذا رمزنا لقيمة القرض بعد سداد القسط x بالرمز Vx ، أي: ¹

$$Vx = V_0 - \sum_{n=1}^x mn$$

$$V_0 - V_0 \left[\frac{(1+i)^x - 1}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$Vx = V_0 \left[\frac{[(1+i)^n - 1] - [(1+i)^x - 1]}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$Vx = V_0 \left[\frac{(1+i)^n - (1+i)^x}{(1+i)^n - 1} \right]$$

مثال: أوجد القيمة المتبقية من القرض بعد سداد القسط الرابع في المثال 1

الحل:

- حساب القيمة المتبقية من القرض بعد سداد القسط الرابع:

ط1:

$$Vx = V_0 - \sum_{n=1}^x mn$$

$$Vx = 25324.5 - (3630.53 + 3848.37 + 4079.27 + 4324.03)$$

$$Vx = 9442.3 \text{ DA}$$

ط2:

$$Vx = V_0 \left[\frac{(1+i)^n - (1+i)^x}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$Vx = 25324.5 \left[\frac{(1+0.06)^6 - (1+0.06)^4}{(1+0.06)^6 - 1} \right]$$

$$Vx = 25324.5(0.372845)$$

$$Vx = 9442.1 \text{ DA}$$

¹ - زعبيط نور الدين، مرجع سابق، ص 100.

6- بعض العلاقات المهمة

- الفرق بين فائدتين يساوي الفرق بين استهلاكين.

- بما أن القسط الثابت يساوي فائدة فترة أو سنة معينة + استهلاك نفس السنة، فإن:

$$\text{مجموع الأقساط المدفوعة} = \text{مجموع الفوائد} + \text{مجموع الاستهلاكات}$$

ثانياً: طريقة استهلاك القروض بإستهلاكات متساوية أو دفعات متغيرة

تسمى هذه الطريقة أيضاً بطريقة الاستهلاك بأقساط متغيرة أو متناقصة، حيث بمقتضاها يتم استهلاك أصل القرض أو مبلغ القرض فقط على أساس أقساط من استهلاكات متساوية مع سداد الفوائد على المتبقي من أصل القرض في بداية الفترة (المبلغ القرض في بداية الفترة).¹

1- حساب قسط الاستهلاك المتساوي²

قيمة الاستهلاك الثابت تحسب مباشرة بقسمة أصل أو مبلغ القرض على عدد الدفعات المحددة لإستهلاك القرض، أي:

$$\text{قسط الاستهلاك المتساوي} = \frac{\text{قيمة القرض}}{\text{عدد الدفعات أو فترات استهلاك القرض}}$$

إذن:

$$m = \frac{V_0}{n}$$

حيث:

m = قيمة قسط الاستهلاك الثابت

V_0 = قيمة أو أصل القرض

n = مدة القرض

¹- باديس بوغرة، مرجع سابق، ص 199.

²- ناصر دادي عدون، مرجع سابق، ص 134.

2-جدول استهلاك القرض¹

يتضمن جدول استهلاك القرض وفق هذه الطريقة على:

- أصل القرض في بداية المدة، الذي يعتبر نفسه أصل القرض في نهاية المدة أو الفترة.

- الفوائد المستحقة كل فترة I ، حيث أن فائدة فترة معينة تحسب بالعلاقة التالية:

$$\text{الفائدة} = \text{مبلغ القرض في بداية الفترة} * \text{معدل الفائدة المركبة}$$

حيث مبلغ القرض في بداية الفترة = مبلغ القرض في بداية الفترة السابقة - استهلاك الفترة السابقة أو بعبارة أخرى يساوي مبلغ القرض في نهاية الفترة.

- قيمة أو قسط الاستهلاك الثابت m ، الذي يحسب بقسمة قيمة القرض على عدد الفترات.

- قيمة القسط أو الدفعة الواجبة السداد a ، حيث تتضمن الدفعة الاستهلاك والفائدة، والملاحظ أن قيمة الدفعة في هذه الطريقة ستكون متغيرة وليست ثابتة .

مثال: اقترض شخص من البنك مبلغ 100000 دج وتعهد على سداه على 5 أقساط سنوية، على أن تسدد الفوائد على المبلغ المتبقي من القرض في نهاية كل سنة، فإذا علمت أن معدل الفائدة 5% سنوي. قم بإعداد جدول استهلاك هذا القرض.

الحل:

$$V_0 = 100000 \text{ دج}$$

$$i = 5\% \text{ سنويا}$$

$$n = 5 \text{ دفعات}$$

- إعداد جدول استهلاك القرض:

$$* \text{ الفائدة في الفترة الأولى} = 100000 * 0.05 = 5000 \text{ دج.}$$

*قسط الاستهلاك الثابت :

$$m = \frac{V_0}{n}$$

¹- باديس بوغرة، مرجع سابق، ص ص 200-201.

استهلاك القروض

$$m = \frac{100000}{5} = 20000 \text{ DA}$$

* مبلغ القرض في نهاية الفترة الأولى = مبلغ القرض في بداية الفترة الأولى - استهلاك الفترة الأولى

$$= 100000 - 20000 = 80000 \text{ دج}$$

* مبلغ القرض في بداية الفترة الثانية = مبلغ القرض في نهاية الفترة الأولى = 80000 دج

وهكذا نعيد حساب نفس العناصر للفترات الأخرى المتبقية.

الفترة	مبلغ القرض في بداية الفترة	الفائدة I	القسط a	الاستهلاك الثابت m	مبلغ القرض في نهاية الفترة
01	100000	5000	25000	20000	80000
02	80000	4000	24000	20000	60000
03	60000	3000	23000	20000	40000
04	40000	2000	22000	20000	20000
05	20000	1000	21000	20000	0

3- بعض العلاقات المهمة¹

- بما أن:

$$\text{قسط الاستهلاك المتساوي} = \frac{\text{قيمة القرض}}{\text{عدد الدفعات أو فترات استهلاك القرض}}$$

فإن:

أصل القرض يساوي إلى الاستهلاك الثابت * عدد الفترات أو الدفعات

أي:

$$V_0 = m * n$$

¹- ناصر دادي عدون، مرجع سابق، ص ص 136-137.

- قيمة الدفعة لأي فترة تساوي قيمة الدفعة للفترة التي تسبقها منقوص منها فائدة استهلاك الفترة
حيث:

الدفعة أو القسط للفترة الأولى = الاستهلاك + الفائدة

$$a_1 = m + I$$

$$a_1 = \frac{V_0}{n} + V_0 * i$$

⋮

$$a(x + 1) = m + I(x + 1) = \frac{V_0}{n} + V(x + 1) * i$$

ولدينا:

$$V(x + 1) = Vx - \frac{V_0}{n}$$

إذن:

$$a(x + 1) = \frac{V_0}{n} + (Vx - \frac{V_0}{n}) * i$$

$$a(x + 1) = \frac{V_0}{n} + Vx * i - \frac{V_0}{n} * i$$

$$\boxed{a(x + 1) = ax - \frac{V_0}{n} * i}$$

مثال: بتطبيق القانون على المثال السابق، أوجد قيمة الدفعة أو القسط الثالث

الحل:

لدينا:

$$a(x + 1) = ax - \frac{V_0}{n} * i$$

$$a(2 + 1) = a_2 - m * i$$

$$a_3 = a_2 - m * i$$

$$a_3 = 24000 - 20000 * 0.05$$

$$ax = 23000 \text{ DA}$$

-الدفعة أو القسط الأخير يساوي جملة الاستهلاك لفترة واحدة، حيث:

الدفعة الأخيرة = قسط الاستهلاك المتساوي + فائدة مبلغ القرض في بداية الفترة الأخيرة

وبما أن:

مبلغ القرض في بداية الفترة الأخيرة = قسط الاستهلاك المتساوي

فإن:

الدفعة الأخيرة = قسط الاستهلاك المتساوي + قسط الاستهلاك المتساوي * معدل الفائدة

$$ax = m + m * i$$

$$ax = m(1 + i)$$

مثال: بتطبيق القانون على المثال السابق، أوجد قيمة القسط أو الدفعة الأخيرة.

الحل:

$$ax = m(1 + i)$$

$$ax = 20000(1 + 0.05)$$

$$ax = 20000(1.05)$$

$$ax = 21000 \text{ DA}$$

- مجموع الأقساط أو الدفعات تساوي قيمة الدفعة الأولى مضاف إليها قيمة الدفعة الأخيرة مقسمة على 2 ،
الحاصل مضروب في عدد الدفعات، حيث:

مجموع المتتالية الحسابية = (الحد الأول + الحد الأخير / 2) * عدد حدودها

وباستعمال هذه العلاقة نجد :

$$\sum_{x=1}^n ax = \left[\frac{a_1 + a_n}{2} \right] * n$$

مثال: بالتطبيق على المثال السابق، أوجد مجموع الدفعات.

الحل:

ط1:

$$\sum_{x=1}^n ax = a1 + a2 + a3 + a4 + a5$$

$$\sum_{x=1}^n ax = 25000 + 24000 + 23000 + 22000 + 21000$$

$$\boxed{\sum_{x=1}^n ax = 115000 DA}$$

ط2:

$$\sum_{x=1}^n ax = \left[\frac{a1+an}{2} \right] * n$$

$$\sum_{x=1}^n ax = \left[\frac{25000+21000}{2} \right] * 5$$

$$\boxed{\sum_{x=1}^n ax = 115000 DA}$$

-الفرق بين فائدتين متتاليتين يساوي فائدة قسط الاستهلاك الثابت

مثال: بالتطبيق على المثال السابق، أوجد قسط الاستهلاك الثابت، إذا علمت أن فائدة السنة الثالثة تساوي

3000 دج، وفائدة السنة الرابعة تساوي 2000 دج، أما معدل الفائدة فهو 5% سنويا.

الحل:

لدينا: الفرق بين فائدتين متتاليتين يساوي فائدة قسط الاستهلاك الثابت

إذن:

$$a3 - a4 = m * i$$

$$3000 - 2000 = m * 0.05$$

$$1000 = m * 0.05$$

$$\boxed{m = 20000 DA}$$

تمارين حول استهلاك القروض

التمرين 01: إقترض شخص من البنك مبلغ 500000 دج بمعدل فائدة مركبة 4% ، يسدد على 5 فترات نصف سنوية، وقد اتفق الشخص مع البنك على تسديد الفوائد وأصل القرض في نهاية المدة.
المطلوب: حدد المبلغ الذي يدفعه المدين.

التمرين 02: قرض بقيمة أ يستهلك بواسطة 10 أقساط سنوية متساوية، فإذا كان الاستهلاك الثالث يساوي 4207.40 دج ، الإستهلاك السادس يساوي 4870.60 دج
المطلوب: أحسب:- معدل القرض.
- مبلغ القرض.
- القسط الثابت.
- الباقي من القرض بعد سداد القسط الثامن.

التمرين 03: قرض بقيمة أ يستهلك بواسطة 6 أقساط متساوية، نسبة الاستهلاك الثالث من الإستهلاك الأول تساوي 1.0816 ، أما الفرق بينهما فهو 3690.66 دج .
المطلوب: أوجد:- معدل القرض.
- الإستهلاك الأول.
- قيمة القرض.
- قيمة القسط الثابت.

التمرين 04: قرض يسدد على 15 دفعة سنوية ثابتة بنسبة فائدة 9%، إذا كان المبلغ المستهلك حتى الدفعة السادسة مباشرة هو 76871.16981 دج .
المطلوب: - احسب الإستهلاك الأول.
- باقي القرض بعد الدفعة السادسة.
- اعد الأسطر الأربعة الأولى من جدول الإستهلاك.

التمرين 05 : أكمل انجاز الجدول التالي:

الرقم	مبلغ القرض في بداية الفترة	الفائدة I	الإستهلاك	القسط	مبلغ القرض في نهاية الفترة
01		60000			
02					
03					
04					
05			180991.98		
06			191851.69		

التمرين 06: لدينا المعلومات التالية من جدول استهلاك القرض:

- عدد الدفعات = عشرة.

- مجموع الإستهلاك الرابع والسادس = 19350.68 دج

- الفرق بين الإستهلاك الرابع والسادس = 943.38 دج

المطلوب: حساب: - معدل القرض.

- الإستهلاك العاشر.

- مبلغ الدفعة أو القسط.

- قيمة القرض.

التمرين 07: اقترض شخص مبلغ 50000 دج وقد اتفق مع البنك على استهلاكه خلال 5 سنوات عن

طريق أقساط سنوية متساوية من الأصل فقط، على أن تحسب الفوائد على المبلغ المتبقي من القرض في

نهاية كل سنة، بمعدل فائدة 8 % سنويا

المطلوب: إعداد جدول استهلاك هذا القرض.