السنة الأولى MI

مقياس جبر2

2020/2019

جامعة محمد خيضر بسكرة

كلية العلوم الدقيقة وعلوم الطبيعة والحياة

قسم الرياضيات

السلسلة رقم 04

المصفوفات والتطبيقات الخطية والمحددات

<u>التمرين 02</u>: أوجد المصفوفات المرافقة لكل من التطبيقات الخطية التالية بالنسبة للأسس القانونية لفضاءات البدء والوصول:

1) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$
$(x, y) \mapsto 2x + y$

2) $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$
$x \mapsto (-x, 2x, 7x)$

3) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$
$(x, y) \mapsto (3y, x)$

4) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$
$(x, y) \mapsto (3x + y, -x + y, x - 5y)$

التمرين 02: ايجاد المصفوفات المرافقة لكل من التطبيقات الخطية التالية بالنسبة للأسس القانونية لفضاءات البدء والوصول:

تعريف

$f : E \longrightarrow F$ تطبيق خطي

$B_E = \{e_1, \dots, e_n\}$ أساس لـ E.

$B_F = \{g_1, \dots, e_m\}$ أساس لـ F.

المصفوفة المرافقة لـ f حسب الأساسين B_E و B_F (أو نقول المصفوفة المشاركة لـ f) تكتب على الشكل:

$$M(f, B_E, B_F) \overset{\text{تعريفا}}{=} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} f(e_1) & f(e_2) & \cdots & f(e_n) \end{array} \\ \begin{pmatrix} \times & \times & \cdots & \times \\ \times & \times & \cdots & \times \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \times & \times & \cdots & \times \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_m \end{array}$$

العمود الأول يحوي احداثيات $f(e_1)$ في الأساس B_F

العمود الثاني " " $f(e_2)$ " " B_F

$\vdots$

العمود n يحوي احداثيات $f(e_n)$ في الأساس B_F

نرمز بـ:

$B = \{e = 1\}$ الأساس القانوني لـ $\mathbb{R}$.

$B' = \{e_1 = (1,0), e_2 = (0,1)\}$ الأساس القانوني لـ $\mathbb{R}^2$.

$B'' = \{e'_1 = (1,0,0), e'_2 = (0,1,0), e'_3 = (0,0,1)\}$ الأساس القانوني لـ $\mathbb{R}^3$.

1) $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$

$(x, y) \longmapsto 2x + y$

$f(e_1) = f(1,0) = 2.1 + 0 = 2 = 2 \cdot 1$

$f(e_2) = f(0,1) = 2.0 + 1 = 1 = 1 \cdot 1$.

$$\Rightarrow M_1(f, B', B) = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} f(e_1) & f(e_2) \end{array} \\ \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix} \end{array} 1$$

2) $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}^3$

$x \longmapsto (-x, 2x, 7x)$.

$f(e) = f(1) = (-1, 2, 7)$

$= (-1).(1,0,0) + 2.(0,1,0) + 7.(0,0,1)$

$= -1 \cdot e'_1 + 2 \cdot e'_2 + 7 \cdot e'_3$

$$\Rightarrow M_2(f, B, B'') = \begin{array}{c} f(e) \\ \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} e'_1 \\ e'_2 \\ e'_3 \end{array}$$

3) $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$

$(x, y) \longmapsto (3y, x)$

$f(e_1) = f(1,0) = (0,1) = 0.(1,0) + 1.(0,1) = 0.e_1 + 1.e_2$

$f(e_2) = f(0,1) = (3,0) = 3.(1,0) + 0.(0,1) = 3.e_1 + 0.e_2$

$$\Rightarrow M_3(f, B', B') = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} f(e_1) & f(e_2) \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} e_1 \\ e_2 \end{array}$$

4) $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$

$(x, y) \longmapsto (3x + y, -x + y, x - 5y)$

$f(e_1) = f(1,0) = (3, -1, 1)$

$= 3.(1,0,0) + (-1).(0,1,0) + 1.(0,0,1)$

$= 3 \cdot e'_1 + (-1) \cdot e'_2 + 1 \cdot e'_3$

$f(e_2) = f(0,1) = (1, 1, -5)$

$= 1.(1,0,0) + 1.(0,1,0) + (-5).(0,0,1)$

$= 1 \cdot e'_1 + 1 \cdot e'_2 + (-5) \cdot e'_3$

$$\Rightarrow M_4(f, B', B'') = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} f(e_1) & f(e_2) \end{array} \\ \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} e'_1 \\ e'_2 \\ e'_3 \end{array}$$