

السلسلة رقم 04  
المصفوفات والتطبيقات الخطية والمحددات

التمرين 01: لتكن المصفوفات:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -3 & -1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

احسب  $A + C$  ،  $B + D$  ،  $3A$  ،  $A \times B$  ،  $B \times A$  ،  $A^3$  ،  $C^2$  ،  $B^t$  ،  $A \times B^t$  ، متى كان ذلك ممكنا.

التمرين 02: أوجد المصفوفات المرافقة لكل من التطبيقات الخطية التالية بالنسبة للأسس القانونية لفضاءات البدء والوصول:

1)  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$

$$(x, y) \mapsto 2x + y$$

2)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$x \mapsto (-x, 2x, 7x)$$

3)  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

$$(x, y) \mapsto (3y, x)$$

4)  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$

$$(x, y) \mapsto (3x + y, -x + y, x - 5y)$$

التمرين 03: ليكن  $B = \{e_1, e_2, e_3\}$  الأسس القانوني لـ  $\mathbb{R}^3$  ، وليكن التطبيق الخطي:

$$f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$$

$$(x, y, z) \mapsto (x - y, x + z, y + z)$$

(1) أوجد مصفوفة  $f$  في الأسس القانوني لـ  $\mathbb{R}^3$ .

(2) ليكن  $a = (1, 3, -1)$  ،  $b = (1, 3, 0)$  ،  $c = (1, 2, -1)$

أ- بين أن  $B' = \{a, b, c\}$  أسس لـ  $\mathbb{R}^3$ .

ب- أوجد مصفوفة العبور  $P$  من الأسس القانوني إلى الأسس  $B'$  ، ثم أوجد  $P^{-1}$ .

ج- أوجد مصفوفة  $f$  في الأسس  $B'$  باستخدام مصفوفة العبور.

د- أوجد مصفوفة  $f$  في الأسس  $B'$  باستخدام التعريف.

التمرين 04: احسب بطريقتين محدد المصفوفات التالية:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -4 & -5 \end{pmatrix}$$

التمرين 05: أوجد مقلوب كل مصفوفة من المصفوفات التالية-متى كان ذلك ممكنا:-

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & -5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & b \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$$