République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

UNIVERSITÉ MOHAMED KHIDER, BISKRA

FACULTÉ des SCIENCES EXACTES et des SCIENCES de la NATURE et de la VIE
DÉPARTEMENT DE Biologie

Correction TD 04 :

Le 17/05/2020

Par
Dr : CHALA ADEL

BioStatistiques

2019-2020

Je dédie ce travail............

A mes parents ils m'ont tous,
avec leurs moyens, soutenu et donné
la force d'aller toujours
plus loin.

Table des matières

Chapitre 1

Questions

TD N:04 La loi de Gauss (la loi normale)

Exercice 01 :

Supposons qu'une variable aléatoire X suit une loi $\mathcal{N}(0,1)$.

Calculer a l'aide de la table de la loi normale :

1/ $\mathbb{P}(X < 0,75)$; $\mathbb{P}(X \leq 0,5)$; $\mathbb{P}(X > 2;45)$; $\mathbb{P}(|X| < 1,32)$; $\mathbb{P}(|X| \geq 3;42)$; $\mathbb{P}(-1 \leq X < 1)$; et $\mathbb{P}(-1,6 < X \leq 4,09)$.

2/ Dans chacun des cas, calculer la valeur reélle a sachant que X suit une $\mathcal{N}(0,1)$

$\mathbb{P}(X > a) = 0,1762$; $\mathbb{P}(X > -a) = 0,9406$; et $\mathbb{P}(X < a) = 0,888$.

3/ Soit la variable aléatoire X qui suit la loi normale de paramètres $m = 31,6$ et $\sigma = 10$. Déterminer a tel que $\mathbb{P}(X < a) = 0,9671$

Exercice 02 :

1/ Soit X une variable aléatoire suit la loi de Gauss du paramètres $m = 16$ et $\sigma = 5$. Calculer les probabilités suivantes :

$\mathbb{P}(X \leq 10)$; $\mathbb{P}(X > 13)$; et $\mathbb{P}(10 < X \leq 13)$.

2/ Soit X une variable aléatoire normale $\mathcal{N}(4;3)$: Calculer les probabilités $\mathbb{P}(3 < X < 6)$ et $\mathbb{P}(X > 10)$.

Exercice 03 :

1/ Soit X une variable aléatoire suivant une loi normale $\mathcal{N}(0,1)$. Déterminer $t > 0$ tel que $\mathbb{P}(-t < X < t) \simeq 0,95$.

2/ Soit X une variable aléatoire suivant une loi normale $\mathcal{N}(8,4)$. Donner des valeurs approchées pour $\mathbb{P}(X < 7,5)$, $\mathbb{P}(X > 8,5)$, et $\mathbb{P}(6,5 < X < 10)$.

Exercice 04 :

1/ Déterminer les paramètres (espérance et écart type) d'une loi normale dont une variable aléatoire X qui suit cette loi, vérifie $\mathbb{P}(X < 10) = 0;99865$ et $\mathbb{P}(X > 0) = 0;9772$:

2/ Soit X une variable aléatoire suivant une loi gaussienne. Déterminer l'espérance et la variance de X sachant que

$$\begin{cases} \mathbb{P}(X < -1) = 0,15 \\ \mathbb{P}(X > 3) = 0,12 \end{cases}$$

Exercice 05 :

Dans une population masculine, la taille X suit une variable aléatoire normale $\mathcal{N}(172cm; 3cm)$: Dans une population féminine comparable, la taille Y suit egalement un loi normale $\mathcal{N}(166cm; 6cm)$:

1/ Quelle est la probabilité de trouver un homme dont la taille est superieure à 173 cm.

2/ Quelle est la probabilité de trouver une femme dont la taille entre 162 cm.et 169 cm

Exercice 06 :

1/ Soit X une variable aléatoire suit la loi normale d'esperance $m = 3,5$, et on sait que $\mathbb{P}(X \geq 5) = 0,1056$.

2/ Calculer les probabilité suivantes : $\mathbb{P}(1 \leq X \leq 2)$, $\mathbb{P}(X \leq -2)$, et $\mathbb{P}(X \geq -2)$.

Chapitre 2

Réponse :

Exercice 01 :

Soit X une variable aléatoire normale centrée reduite c'est à dire que $X \sim$N$(0,1)$,

1/ Calcul des probabilités :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X<0,75) &= F_X(0,75)=F_X(0,7+0,05)=0,7734,\\ &\quad \text{voir la table de la fonction de repartition de la loi normale}\\ &\quad \text{centrée reduite.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X\leq 0,5) &= F_X(0,5)=F_X(0,5+0,00)=0,6915,\\ &\quad \text{voir la table de la fonction de repartition de la loi normale}\\ &\quad \text{centrée reduite,}\\ &\quad 0,6915 \text{ est obtenu par l'intersection entre la ligne 0,5}\\ &\quad \text{et la colonne 0,00.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X>2,45) &= 1-\mathbb{P}(X\leq 2,45)=1-F_X(2,45)\\ &= 1-F_X(2,4+0,05)=1-0,9929=0,0071,\\ &\quad \text{voir la table de la fonction de repartition de la loi normale}\\ &\quad \text{centrée reduite,}\\ &\quad 0,9929 \text{ est obtenu par l'intersection entre la ligne 2,4}\\ &\quad \text{et la colonne 0,05.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(|X| \leq 1,32) &= \mathbb{P}(-1,32 \leq X \leq 1,32) = F_X(1,32) - F_X(-1,32) \\
&= F_X(1,32) - [1 - F_X(1,32)] = 2F_X(1,32) - 1 \\
&= 2F_X(1,3+0,02) - 1 = -1 + 2(0,9066) = 0,8132,
\end{aligned}$$

voir la table de la fonction de repartition de la loi normale centrée reduite,

$0,9066$ est obtenu par l'intersection entre la ligne 1,3 et la colonne 0,02.

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(|X| \geq 3,42) &= 1 - \mathbb{P}(|X| < 3,42) = 1 - \mathbb{P}(-3,42 \leq X \leq 3,42) \\
&= 1 - [F_X(3,42) - F_X(-3,42)] \\
&= 1 - \{F_X(3,42) - [1 - F_X(3,42)]\} \\
&= 2 - 2F_X(3,42) \\
&= 2 - 2F_X(3,4+0,02) = 2 - 2(0,99969) \\
&= 0,0062 = 6,2 \times 10^{-4},
\end{aligned}$$

voir la table de la fonction de repartition de la loi normale centrée reduite,

$0,99969$ est obtenu par l'intersection entre la ligne 3,4 et la colonne 0,02.

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(-1,6 \leq X < 4,53) &= F_X(4,53) - F_X(-1,6) \\
&= F_X(4,53) - [1 - F_X(1,6)] \\
&= F_X(4,53) + F_X(1,6) - 1 \\
&= F_X(4,5+0,03) + F_X(1,6+0,00) - 1 \\
&= 0,999998 + 0,9452 - 1 = 0,9451,
\end{aligned}$$

voir la table de la fonction de repartition de la loi normale centrée reduite,

$0,9452$ est obtenu par l'intersection entre la ligne 1,6 et la colonne 0,00.

2/ Dans chacun des cas suivante, on veut calculer la valeur du paramètre a, pour tout X une variable aléatoire gaussienne centrée reduite, alors

$$\mathbb{P}(X > a) = 0,8238.$$

Alors

$$\mathbb{P}(X > a) = 1 - \mathbb{P}(X \leq a) = 1 - F_X \ (a) = 0,8238.$$

Alors

$$F_X \ (a) = 1 - 0,8238 = 0,1762.$$

Alors

$$\begin{aligned} a &= F_X^{-1}(0,1762) = F_X^{-1}(0,17 + 0,006) = -0,9385 \\ &\quad \text{voir la table de la fractile de la loi normale centrée reduite,} \\ &\quad 0,9385 \text{ est obtenu par l'intersection entre la ligne 0,17 (la droite)} \\ &\quad \text{ et la colonne 0,006 (le bas du table),} \\ &\quad \text{le signe (-) désigne que } 0,1762 \text{ est inferieure à } 0,5. \end{aligned}$$

$$\mathbb{P}(X \leq a) = 0,8888.$$

Alors

$$\mathbb{P}(X \leq a) = F_X \ (a) = 0,8888.$$

Alors

$$F_X \ (a) = 0,8888.$$

Alors

$$\begin{aligned} a &= F_X^{-1}(0,8888) = F_X^{-1}(0,88 + 0,008) = +1,1850 \\ &\quad \text{voir la table de la fractile de la loi normale centrée reduite,} \\ &\quad 1,1850 \text{ est obtenu par l'intersection entre la ligne 0,88 (la gauche)} \\ &\quad \text{et la colonne 0,008 (le haut du table),} \\ &\quad \text{le signe (+) désigne que } 0,8888 \text{ est superieure de } 0,5. \end{aligned}$$

3/ Soit la variable aléatoire X qui suit la loi normale de paramètres $m = 31,6$ et $\sigma = 10$.

La valeur de a tel que $\mathbb{P}(X < a) = 0,9671$.

Alors

$$\mathbb{P}(X \leq a) = 0,9671.$$

Alors

$$\mathbb{P}\left(\frac{X - m}{\sigma} \leq \frac{a - m}{\sigma}\right) = \mathbb{P}\left(Z \leq \frac{a - 31,6}{10}\right) = F_Z \ \left(\frac{a - 31,6}{10}\right) = 0,9671.$$

Alors

$$F_Z\left(\frac{a-31,6}{10}\right)=0,9671.$$

Alors

$$\begin{aligned}\frac{a-31,6}{10} &= F_Z^{-1}(0,9671)=F_X^{-1}(0,96+0,007)=+1,7866\\ &\quad \text{voir la table de la fractile de la loi normale centrée reduite,}\\ &\quad 1,7866 \text{ est obtenu par l'intersection entre la ligne 0,96 (la gauche)}\\ &\quad \text{et la colonne 0,007 (le haut du table),}\\ &\quad \text{le signe (+) dans } 1,7866, \text{ désigne que } 0,9671 \text{ est superieure à } 0,5.\end{aligned}$$

Alors

$$\frac{a-31,6}{10}=1,7866$$

Alors

$$a=10\times 1,7866+31,6=49,466$$

Alors

$$a=49,466$$

Exercice 02 :

1/ Soit X une variable aléatoire suit la loi de Gauss du paramètres $m=16$ et $\sigma=5$.

On veut calculer les probabilités suivantes :

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(X &\leq 10)=\mathbb{P}\left(\frac{X-m}{\sigma}\leq\frac{10-m}{\sigma}\right)\\ &= \mathbb{P}\left(Z\leq\frac{10-16}{5}\right)=F_Z(-1,2)=1-F_Z(1,2)\\ &= 1-F_Z(1,2+0,00)=1-0,8849=0,1151,\\ &\quad \text{voir la table de la fonction de repartition de la loi normale}\\ &\quad \text{centrée reduite,}\\ &\quad 0,8849 \text{ est obtenu par l'intersection entre la ligne 1,2}\\ &\quad \text{et la colonne 0,00.}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(X &> 13) = 1 - \mathbb{P}(X \leq 13) = 1 - \mathbb{P}(\frac{X-m}{\sigma} \leq \frac{13-m}{\sigma}) \\
&= 1 - \mathbb{P}(Z \leq \frac{13-16}{5}) = 1 - F_Z(-0,6) = F_Z(0,6) \\
&= F_Z(0,6+0,00) = 0,7257,
\end{aligned}$$

voir la table de la fonction de repartition de la loi normale centrée reduite,

$0,7257$ est obtenu par l'intersection entre la ligne 0,6 et la colonne 0,00.

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(10 &< X \leq 13) = \mathbb{P}(\frac{10-m}{\sigma} < \frac{X-m}{\sigma} \leq \frac{13-m}{\sigma}) \\
&= \mathbb{P}(-0,6 < Z \leq -1,2) = F_Z(-1,2) - F_Z(-0,6) \\
&= (1 - F_Z(1,2)) - (1 - F_Z(0,6)) = F_Z(1,2) - F_Z(0,6) \\
&= F_Z(1,2+0,00) - F_Z(0,6+0,00) = 0,8849 - 0,7257 = 0,1592
\end{aligned}$$

voir la table de la fonction de repartition de la loi normale centrée reduite,

$0,8849$ est obtenu par l'intersection entre la ligne 1,2 et la colonne 0,00.

$\boxed{\textbf{Exercice 03 :}}$

1/ Soit X une variable aléatoire suivant une loi normale $\mathcal{N}(0,1)$.
On veut déterminer $t > 0$ sachant que $\mathbb{P}(-t < X < t) \simeq 0,95$.
Alors

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(-t &< X < t) = F_X(t) - F_X(-t) \\
&= F_X(t) - (1 - F_X(t)) \\
&= 2F_X(t) - 1 = 0,95.
\end{aligned}$$

Alors

$$F_X(t) = \frac{1+0,95}{2} = 0,975.$$

Alors

$$\begin{aligned} t &= F_X^{-1}(0,975) = F_X^{-1}(0,97+0,005) \\ &= +1,9600. \end{aligned}$$

voir la table de la fractile de la loi normale centrée reduite,

1,9600 est obtenu par l'intersection entre la ligne 0,97

(la gauche de la table) et la colonne 0,005 (en haut de la table),

le signe (+) signfier que 0,975 est superieure à 0,5.

2/ Soit X une variable aléatoire suivant une loi normale $\mathcal{N}(8,4)$.
Les valeurs approchées pour $\mathbb{P}(X < 7,5)$, alors

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(X &\leq 7,5) = \mathbb{P}(\frac{X-m}{\sigma} \leq \frac{7,5-m}{\sigma}) \\ &= \mathbb{P}(Z \leq \frac{7,5-8}{4}) = F_Z(-0,125) = 1 - F_Z(0,125) \\ &= 1 - F_Z(0,1+0,02) = 1 - 0,5478 = 0,4522, \end{aligned}$$

voir la table de la fonction de repartition de la loi normale

centrée reduite,

0,4522 est obtenu par l'intersection entre la ligne 0,1

et la colonne 0,02.

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(6,5 &< X \leq 10) = \mathbb{P}(\frac{6,5-m}{\sigma} < \frac{X-m}{\sigma} \leq \frac{10-m}{\sigma}) \\ &= \mathbb{P}(\frac{6,5-8}{4} < \frac{X-m}{\sigma} \leq \frac{10-8}{4}) \\ &= \mathbb{P}(-0,375 < Z \leq 0,5) = F_Z(0,5) - F_Z(-0,375) \\ &= F_Z(0,5) - (1 - F_Z(0,375)) = F_Z(0,5) + F_Z(0,375) - 1 \\ &= F_Z(0,5+0,00) + F_Z(0,3+0,07) - 1 = 0,6915 - 0,6443 - 1 = 0,3355 \end{aligned}$$

voir la table de la fonction de repartition de la loi normale

centrée reduite,

0,6443 est obtenu par l'intersection entre la ligne 0,3

et la colonne 0,07.

$\boxed{\textbf{Exercice 04 :}}$

1/On détermine les paramètres (espérance et écart type) d'une loi normale dont une variable aléatoire X qui suit cette loi $\mathcal{N}(m, \sigma)$, vérifie

$$\begin{cases} \mathbb{P}(X < 10) = 0,99865. \\ \mathbb{P}(X > 0) = 0,9772. \end{cases}$$

Alors

$$\begin{cases} \mathbb{P}(\frac{X-m}{\sigma} < \frac{10-m}{\sigma}) = 0,99865. \\ \mathbb{P}(\frac{X-m}{\sigma} > \frac{0-m}{\sigma}) = 0;9772. \end{cases}$$

Alors

$$\begin{cases} \mathbb{P}(Z < \frac{10-m}{\sigma}) = 0,99865. \\ 1 - \mathbb{P}(Z \leq \frac{0-m}{\sigma}) = 0,9772. \end{cases}$$

Alors

$$\begin{cases} \boldsymbol{F}_Z(\frac{10-m}{\sigma}) = 0,99865. \\ 1 - \boldsymbol{F}_Z(\frac{-m}{\sigma}) = 0,9772. \end{cases}$$

Alors

$$\begin{cases} \boldsymbol{F}_Z(\frac{10-m}{\sigma}) = 0,99865. \\ \boldsymbol{F}_Z(\frac{-m}{\sigma}) = 1 - 0,9772 = 0,0228. \end{cases}$$

Alors

$$\begin{cases} \frac{10-m}{\sigma} = F_Z^{-1}(0,99865) = F_Z^{-1}(0,99 + 0,008) = 2,4089 \\ \frac{-m}{\sigma} = F_Z^{-1}(0,0228) = F_Z^{-1}(0,02 + 0,002) = -1,9110 \end{cases}$$

Alors

$$\begin{cases} \frac{10-m}{\sigma} = 2,4089 \\ \frac{-m}{\sigma} = -1,9110 \end{cases}$$

Alors

$$\begin{cases} 10 - m = \sigma 2,4089 \\ -m = -\sigma 1,9110 \end{cases}$$

Alors

$$10 - m + m = \sigma 2,4089 + \sigma 1,9110 = \sigma(2,4089 + 1,9110) = \sigma(4,3199)$$

Alors

$$10 = \sigma 4,3199$$

Alors

$$\sigma = \frac{10}{4,3199} = 2,3148.$$

Alors

$$\begin{aligned} m &= \sigma 1,9110 \\ &= (2,3148)(1,9110) = 4,423 \end{aligned}$$

Alors

$$\begin{cases} m = 4,423. \\ \sigma = 2,3148. \end{cases}$$

2/ Soit X une variable aléatoire suivant une loi gaussienne.
L'espérance et la variance de X sachant que

$$\begin{cases} \mathbb{P}(X < -1) = 0,15 \\ \mathbb{P}(X > 3) = 0,12 \end{cases}$$

Tout d'abord

$$\mathbb{P}(X < -1) = F_X(-1) = 0,15$$

Alors

$$F_X(-1) = 1 - F_X(1) = 0,15$$

Alors

$$F_X(1) = 1 - 0,15 = 0,85$$

Alors

$$\begin{cases} F_X(1) = \mathbb{P}(X < 1) = 0,85 \\ \mathbb{P}(X > 3) = 0,12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbb{P}\left(\frac{X-m}{\sigma} < \frac{1-m}{\sigma}\right) = 0,85 \\ \mathbb{P}\left(\frac{X-m}{\sigma} > \frac{3-m}{\sigma}\right) = 0,12 \end{cases}$$

Alors

$$\begin{cases} \mathbb{P}\left(\frac{X-m}{\sigma} < \frac{1-m}{\sigma}\right) = F_Z\left(\frac{1-m}{\sigma}\right) = 0,85 \\ \mathbb{P}\left(\frac{X-m}{\sigma} > \frac{3-m}{\sigma}\right) = 1 - \mathbb{P}\left(\frac{X-m}{\sigma} \leq \frac{3-m}{\sigma}\right) = 1 - F_Z\left(\frac{3-m}{\sigma}\right) = 0,12 \end{cases}$$

Alors

$$\begin{cases} F_Z\left(\frac{1-m}{\sigma}\right) = 0,85 \\ 1 - F_Z\left(\frac{3-m}{\sigma}\right) = 0,12 \end{cases}$$

Alors

$$\begin{cases} F_Z\left(\frac{1-m}{\sigma}\right) = 0,85 \\ F_Z\left(\frac{3-m}{\sigma}\right) = 1 - 0,12 = 0,88 \end{cases}$$

Alors

$$\begin{cases} \frac{1-m}{\sigma} = F_Z^{-1}(0,85) = F_Z^{-1}(0,85 + 0,000) = 1,0803 \\ \frac{3-m}{\sigma} = F_Z^{-1}(0,88) = F_Z^{-1}(0,88 + 0,000) = 1,2365 \end{cases}$$

Alors

$$\begin{cases} \frac{1-m}{\sigma} = 1,0803 \\ \frac{3-m}{\sigma} = 1,2365 \end{cases}$$

Alors

$$\begin{cases} 1 - m = \sigma 1,0803 \\ 3 - m = \sigma 1,2365 \end{cases}$$

Alors

$$1 - m - (3 - m) = \sigma 1,0803 - \sigma 1,2365 = \sigma (1,0803 - 1,2365)$$

Alors

$$1 - m - 3 + m = -\sigma 0,1562$$

Alors

$$-2 = -\sigma 0,1562$$

Alors

$$\sigma = \frac{2}{0,1562} = 12,804.$$

Alors

$$\begin{aligned} 1 - m &= \sigma 1,0803 \\ &= (12,804)(1,0803) = 13,832 \end{aligned}$$

Alors

$$\begin{aligned} m &= 1 - 13,832 \\ &= -12,832. \end{aligned}$$

Alors

$$\begin{cases} m = -12,832. \\ \sigma = 12,804. \end{cases}$$

Exercice 05 :

Dans une population masculine, la taille X suit une variable aléatoire normale $\mathcal{N}(172cm; 3cm)$.

Dans une population féminine comparable, la taille Y suit egalement un loi normale $\mathcal{N}(166cm; 6cm)$.

1/ La probabilité de trouver un homme dont la taille est superieure à 173 cm, alors

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(X > 173) &= 1 - \mathbb{P}(X \leq 173) \\
&= 1 - \mathbb{P}\left(\frac{X-m}{\sigma} \leq \frac{173-m}{\sigma}\right) \\
&= 1 - \mathbb{P}\left(Z \leq \frac{173-172}{3}\right) \\
&= 1 - F_Z\left(\frac{173-172}{3}\right) = 1 - F_Z(0,33) \\
&= 1 - F_Z(0,3+0,03) = 1 - 0,6293 = 0,3707.
\end{aligned}$$

Alors il y a des 37,07% des hommes ayant une taille superieure à 173 cm.

2/ La probabilité de trouver une femme dont la taille entre 162 cm.et 169 cm, alors

$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(162 < Y < 169) &= \mathbb{P}\left(\frac{162-m}{\sigma} < \frac{Y-m}{\sigma} < \frac{169-m}{\sigma}\right) \\
&= \mathbb{P}\left(\frac{162-166}{6} < Z < \frac{169-166}{6}\right) \\
&= \mathbb{P}(-0,666 < Z < 0,5) = F_Z(0,5) - F_Z(-0,666) \\
&= F_Z(0,5) - (1 - F_Z(0,666)) \\
&= F_Z(0,5) + F_Z(0,666) - 1 \\
&= F_Z(0,5+0,00) + F_Z(0,6+0,06) - 1 \\
&= 0,6915 + 0,7454 - 1 = 0,4369
\end{aligned}$$

Alors il y a des 43,69% des femmes ayant une taille entre 162 cm.et 169 cm.

Exercice 06 :

1/Soit X une variable aléatoire suit la loi normale d'esperance $m = 3,5$, et on sait que $\mathbb{P}(X \geq 5) = 0,1056$.

Alors

$$\mathbb{P}\left(\frac{X-m}{\sigma} \geq \frac{5-m}{\sigma}\right) = 0,1056$$

Alors

$$1 - \mathbb{P}\left(Z < \frac{5-3,5}{\sigma}\right) = 0,1056$$

Alors
$$\mathbb{P}\left(Z < \frac{5-3,5}{\sigma}\right) = 1 - 0,1056 = 0,8944.$$
Alors
$$F_Z\left(\frac{1,5}{\sigma}\right) = 0,8944$$
Alors
$$\frac{1,5}{\sigma} = F_Z^{-1}(0,8944) = F_Z^{-1}(0,89 + 0,004) = 1,2591$$
Alors
$$\frac{1,5}{\sigma} = 1,2591$$
Alors
$$\sigma = \frac{1,5}{1,2591} = 1,191$$
2/ Calcul de la probabilité
$$\begin{aligned}
\mathbb{P}(1 \leq X \leq 2) &= \mathbb{P}\left(\frac{1-m}{\sigma} \leq \frac{X-m}{\sigma} \leq \frac{2-m}{\sigma}\right) \\
&= \mathbb{P}\left(\frac{1-3,5}{1,191} \leq Z \leq \frac{2-3,5}{1,191}\right) \\
&= \mathbb{P}(-2,099 \leq Z \leq -1,259) \\
&= F_Z(-1,259) - F_Z(-2,099) \\
&= (1 - F_Z(1,259)) - (1 - F_Z(2,099)) \\
&= F_Z(2,099) - F_Z(1,259) \\
&= F_Z(2,0 + 0,09) - F_Z(1,2 + 0,05) \\
&= 0,9817 - 08944 = 0,0873.
\end{aligned}$$