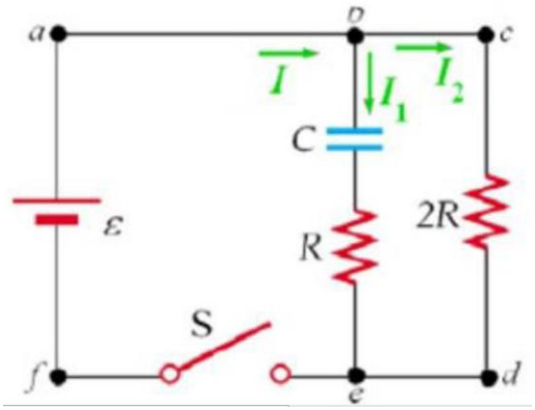
مقياس:	من إعداد الأساتذة:
أعمال موجهة (فيزياء 2)	شوية فاتح، بوحجر عبد الفضيل، حرز الله وهيبة

السلسلة III

التمرين الثاني:

1) إيجاد عبارة التيار $i(t)$:



حسب قانون كيرشوف الأول عند العقدة b يكون:

$$I = I_1 + I_2 \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$

من أجل العروة $acdfa$:

$$U_{2R} = E$$
$$2R \times I_2 = E$$
$$I_2 = \frac{\boldsymbol{E}}{\boldsymbol{2R}}$$

من أجل العروة $abefa$:

$$u_R + u_C = E$$
$$R \times I_1 + \frac{q}{C} = E$$

بالاشتقاق نجد:

$$R\,\frac{dI_1}{dt} + \frac{1}{C}\,\frac{dq}{dt} = 0$$
$$\frac{dI_1}{dt} + \frac{1}{RC}\,I_1 = 0$$

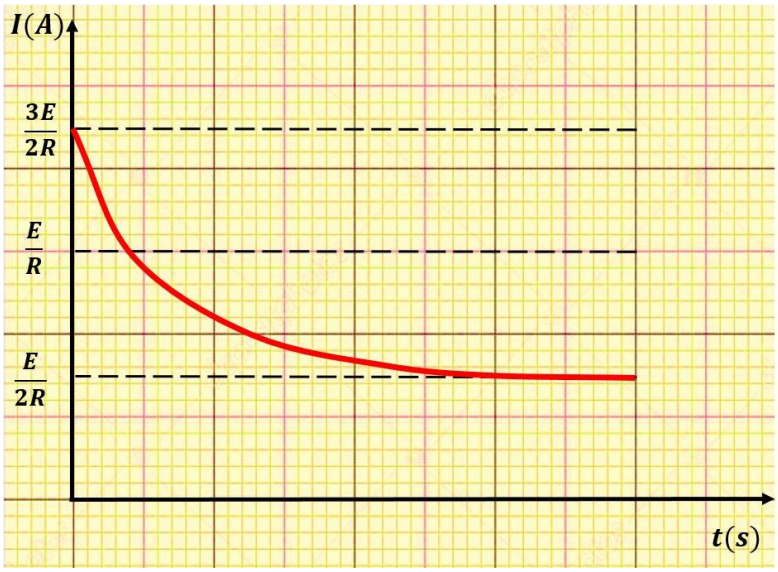
وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل:

$$\boldsymbol{I_1(t) = \frac{E}{R}\,e^{-\frac{t}{RC}}}$$

بالتعويض في المعادلة (1) نجد:

$$I(t) = \frac{E}{R}\,e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{E}{2R} \dots\dots\dots\dots\dots (2)$$

-رسم بيان $I(t)$



بالتعويض في المعادلة (2) نجد:

$$t = 0 \Rightarrow I(0) = \frac{E}{R}\, e^{0} + \frac{E}{2R} = \frac{3}{2}\,\frac{E}{R}$$

$$t \to +\infty \Rightarrow I(+\infty) = \frac{E}{R}\, e^{-\infty} + \frac{E}{2R} = \frac{E}{2R}$$

2) عند فتح القاطعة تقوم المكثفة بتفريغ الطاقة المخزنة بين لبوسيها في العروة $bcdeb$:

$$u_{2R} + u_R + u_C = 0$$

$$2R \times \frac{dq}{dt} + R \times \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$3R \times \frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{3RC}\, q = 0$$

معادلة تفاضلية حلها من الشكل:

$$\boldsymbol{q(t) = Q_0\, e^{-\frac{t}{3RC}}} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \boldsymbol{(3)}$$ حيث Q_0 هي الشحنة الأعظمية المخزنة في المكثفة.

عند اللحظة $t_{1/2}$ تتناقص الشحنة المخزنة في المكثفة إلى نصف حيث:

$$t = t_{1/2} \Rightarrow q\left(t_{1/2}\right) = \frac{Q_0}{2}$$

بالتعويض في المعادلة (3) نجد

$$\frac{Q_0}{2} = Q_0\, e^{-\frac{t_{1/2}}{3RC}}$$

$$\frac{1}{2} = e^{-\frac{t_{1/2}}{3RC}}$$

$$ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{t_{1/2}}{3RC}$$

$$ln(2) = \frac{t_{1/2}}{3RC}$$

$$\boldsymbol{t_{1/2} = 3\,RC\,ln(2)}$$