

2- On veut réaliser un comparateur de deux nombres binaires à trois bits $X=x_2x_1x_0$ et $Y=y_2y_1y_0$, dont le schéma synoptique est donné par la figure-2. On note que x_0 et y_0 sont les bits de poids les plus faibles.

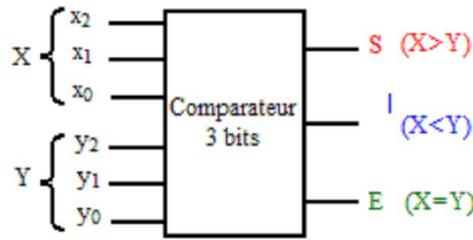


Figure-2

- a- Donner les expressions logiques des sorties S, I et E en fonction des sorties S_i, I_i, E_i avec $i=0, 1, 2$ du comparateur à 1 bit.
- b- En déduire le schéma interne du comparateur à 3 bits.

3- On veut afficher les sorties du comparateur (S, I, E) sur un afficheur 7 segments à cathodes communes en utilisant un transcodeur, comme le montre la figure-3a, et ce pour obtenir l'affichage donné par la figure-3b.

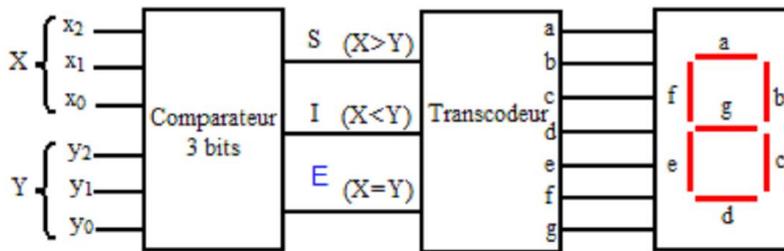
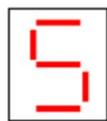


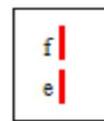
Figure-3a



(Si $X>Y$)



(Si $X=Y$)



(Si $X<Y$)

Figure-3b

- a- Donner la table de transcodage permettant le passage du code S, I, E au code 7 segments.
- B-- En déduire le schéma interne du transcodeur.

Solution

1- La table de vérité d'un comparateur de deux nombres binaires x_i et y_i à 1 bit est la suivante :

x_i	y_i	S_i	I_i	E_i
0	0	0	0	1
0	1	0	1	0
1	0	1	0	0
1	1	0	0	1

Les expressions logiques des sorties du comparateur en fonction des entrées x_i et y_i sont :

$$S_i = x_i \cdot \bar{y}_i$$

$$I_i = \bar{x}_i \cdot y_i$$

$$E_i = x_i \cdot y_i + \bar{x}_i \cdot \bar{y}_i = \overline{x_i \oplus y_i}$$

A partir des expressions ci-dessus, le circuit logique du comparateur à 1 bit est donné par l'applet **▶▶ Applet**

2-a- Pour comparer deux nombres binaires à 3 bits $X=x_2x_1x_0$ et $Y=y_2y_1y_0$, il faut comparer bit par bit, en commençant par les bits de poids le plus fort, s'ils sont égaux on passe aux bits de poids immédiatement inférieur et ainsi de suite.

- $X > Y$ si :

$$x_2 > y_2 \quad (S_2 = 1)$$

$$\text{ou } x_2 = y_2 \quad (E_2 = 1) \text{ et } x_1 > y_1 \quad (S_1 = 1)$$

$$\text{ou } x_2 = y_2 \quad (E_2 = 1) \text{ et } x_1 = y_1 \quad (E_1 = 1) \text{ et } x_0 > y_0 \quad (S_0 = 1)$$

$$\text{d'où : } S = S_2 + E_2 \cdot S_1 + E_2 \cdot E_1 \cdot S_0$$

- $X < Y$ si :

$$x_2 < y_2 \quad (I_2 = 1)$$

$$\text{ou } x_2 = y_2 \quad (E_2 = 1) \text{ et } x_1 < y_1 \quad (I_1 = 1)$$

$$\text{ou } x_2 = y_2 \quad (E_2 = 1) \text{ et } x_1 = y_1 \quad (E_1 = 1) \text{ et } x_0 < y_0 \quad (I_0 = 1)$$

$$\text{d'où : } I = I_2 + E_2 \cdot I_1 + E_2 \cdot E_1 \cdot I_0$$

- $X = Y$ si :

$$x_2 = y_2 \quad (E_2 = 1) \text{ et } x_1 = y_1 \quad (E_1 = 1) \text{ et } x_0 = y_0 \quad (S_0 = 1)$$

$$\text{d'où : } E = E_2 \cdot E_1 \cdot E_0$$

Le schéma interne du comparateur à 3 bits est donné par l'applet **▶▶ Applet**

3- a- La table du transcodage:

Entrées			Sorties						
S	I	E	a	b	c	d	e	f	g
1	0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	0	1	1	1	1

Les expressions de a, b, c, d, e, f, g en fonction de S, I, E se déduisent de la table de transcodage comme suit :

$$a = d = g = S + E = \bar{I}$$

$$b = 0$$

$$c = S$$

$$e = I + E = \bar{S}$$

$$f = S + I + E = 1$$

L'applet suivante donne le schéma complet du comparateur à 3 bits avec son circuit d'affichage **▶▶ Applet**