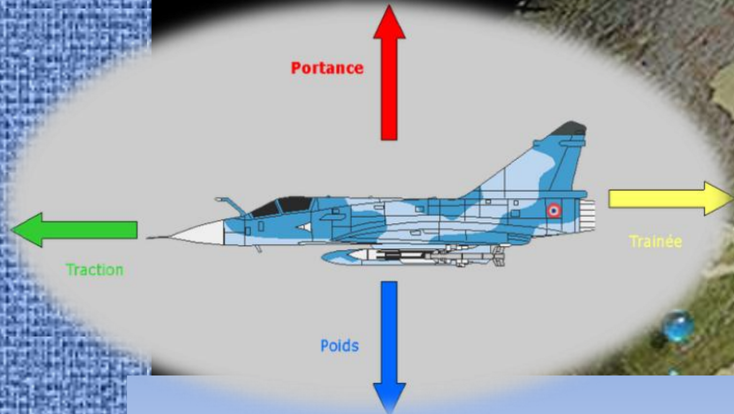
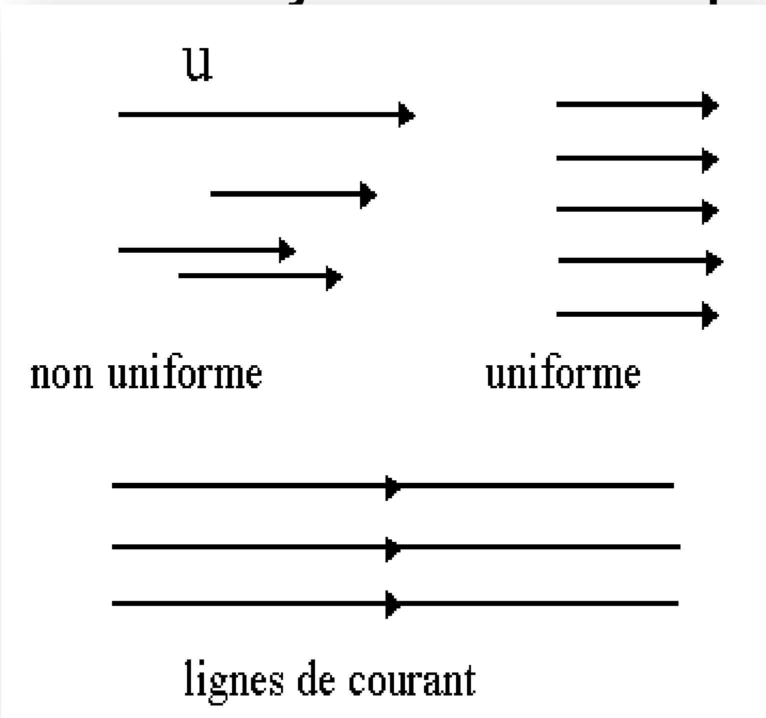


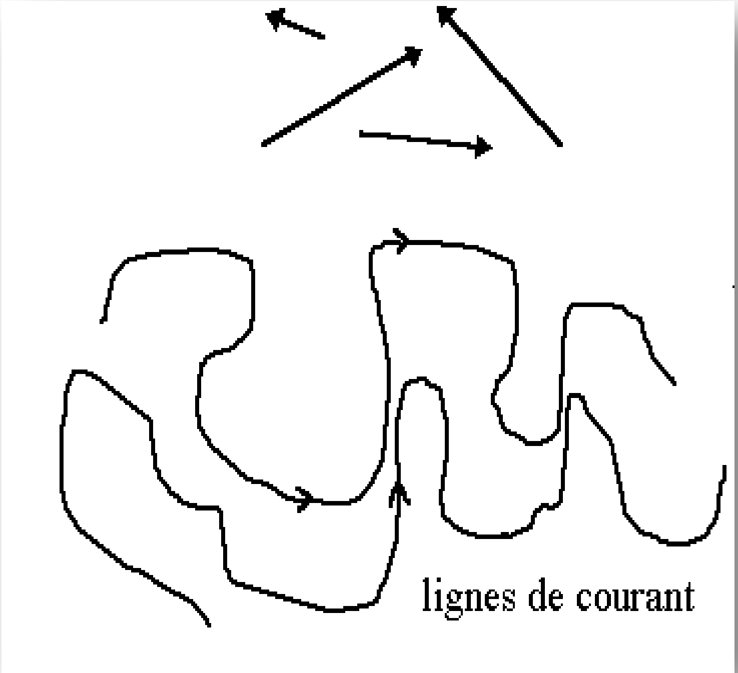
HYDRODYNAMIQUE

Ecoulement d'un fluide

Différentes situations d'écoulement peuvent se présenter.

Trajectoire de quelques particules:





écoulement laminaire

écoulement turbulent

C/ Dynamique des fluides incompressibles

Définitions : Le débit est le quotient de la quantité de fluide qui traverse une section droite de la conduite par la durée de cet écoulement.

Débit-masse : Si Δm est la masse de fluide qui à traversé une section droite de la conduite pendant le temps Δt :

$$q_m = \boxed{\frac{\Delta m}{\Delta t} \quad \text{unité : kg.s-1}}$$

Débit-volume : Si ΔV est le volume de fluide qui a traversé une section droite de la conduite pendant le temps Δt :

$$q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad \boxed{\text{unité : m3.s-1}}$$

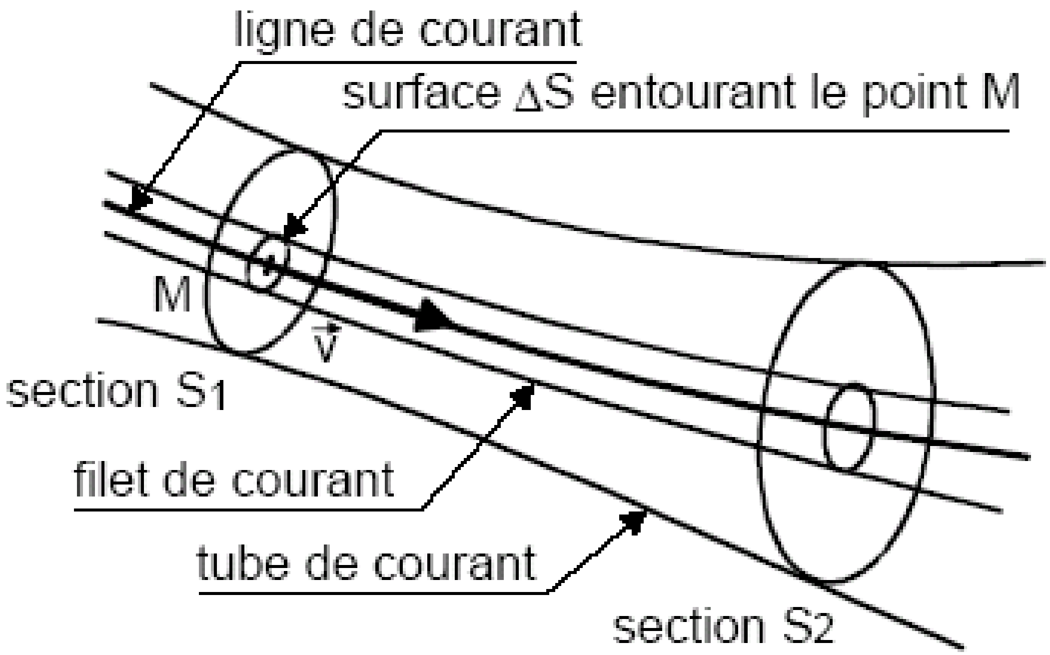
<u>D/ Relation entre q_m et q_v</u> : La masse volumique $\boldsymbol{\rho}$ est donnée par la relation :

$$\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$$

d'où

$$q_m = \rho . q_v$$

F/ Equation de conservation de la masse ou équation de continuité



Définitions

•***Ligne de courant*** **:** en régime stationnaire, on appelle ligne de courant la courbe suivant laquelle se déplace un élément de fluide.

•***Tube de courant*** **:** ensemble de lignes de courant s'appuyant sur une courbe fermée.

•***Filet de courant*** **:** tube de courant s'appuyant sur un petit élément de surface ΔS.

La section de base ΔS du tube ainsi définie est suffisamment petite pour que la vitesse du fluide soit la même en tous ses points (répartition uniforme).

G/ Conservation du débit

$$q_{m1} = q_{m2}$$

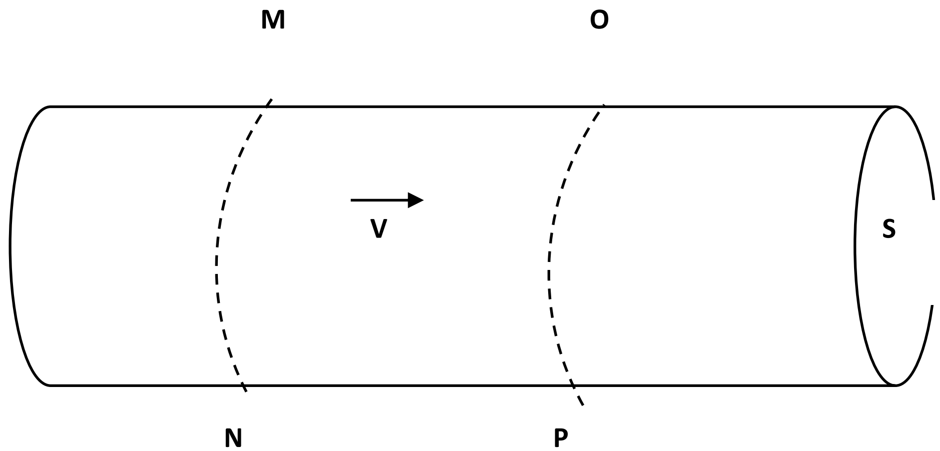
En régime stationnaire, le ***<u>débit-masse</u>*** est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant.

Dans le cas d'un écoulement ***<u>isovolume</u>*** (***ρ = Cte***)

$$q_{V1} = q_{V2}$$

En régime stationnaire, le ***<u>débit-volume</u>*** est le même à travers toutes les sections droites d'un même tube de courant.

II Equation de continuité et conservation de la masse



En vertu du principe de conservation de la masse, les débits de masse à travers S1 et S2 sont égaux en régime stationnaire:

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 . \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots \ (1)$$

Dans le cas d'un liquide incompressible

$$\rho_1 = \rho_2 ,$$

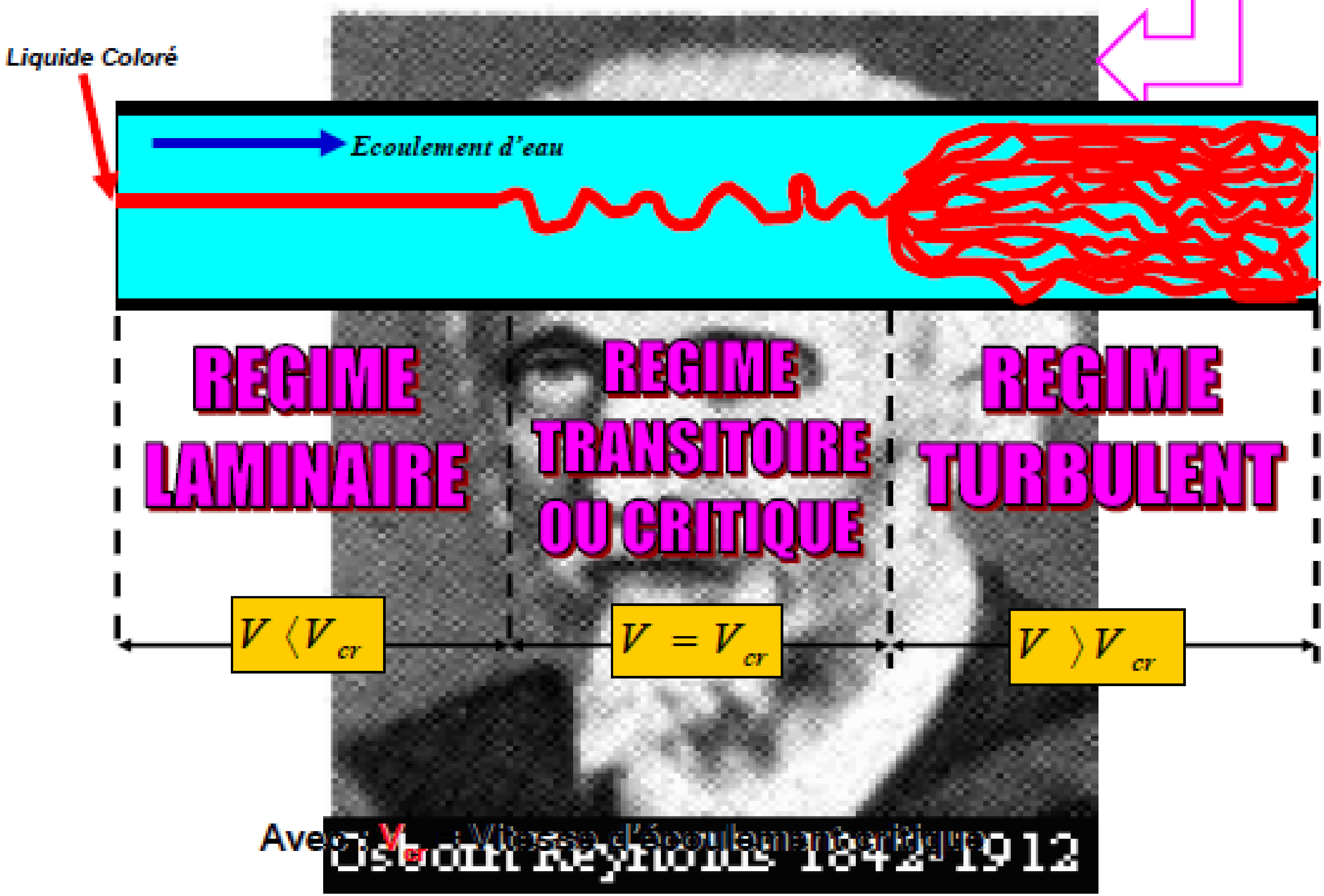
et les débits de volume D1 et D2 sont égaux

$$D_1 = v_1 S_1 = v_2 S_2 = D_2 . \qquad \text{............ } \mathit{(2)}$$

Ce résultat s'applique notamment à l'écoulement d'un liquide dans un tuyau de section variable.

2.- Notion de Régimes d'écoulement - Nombre de Reynolds :

Expérience de Reynolds



Avec : V_{cr} : Vitesse d'écoulement critique

Détermination du régime d'écoulement

Nombre de Reynolds

$$R_e = \frac{VD}{\upsilon}$$

- *V* : *Vitesse d'écoulement (m/s)*
- *D* : *Diamètre de la section d'écoulement (m)*
- *ν* : *Viscosité cinématique du fluide (m²/s)*

$$\frac{\cancel{m}\,\cancel{s^{-1}}\,x\,\cancel{m}}{\cancel{m^{2}}\,\cancel{s^{-1}}}$$

-R_e adimensionnel !

Autres transformations du Nombre de Reynolds

$$R_e = \frac{VD}{\boxed{\upsilon}} \qquad \upsilon = \frac{\mu}{\rho}$$

$$R_e = \frac{\rho \boxed{V} D}{\mu} \qquad V = \frac{Q}{A}$$

$$R_e = \frac{\rho Q D}{\boxed{A}\mu}$$

- *ρ* : *Densité massique du fluide (Kg/m³)*
- *μ* : *Viscosité dynamique du fluide (Kg/m.s)*

- *Q* : *Débit d'écoulement (m³/s)*
- *A* : *Section d'écoulement (m²)*

Section des conduites : Circulaire !

$$A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$R_e = \frac{4\rho Q}{\pi D \mu}$$

Détermination du régime d'écoulement

LIMITES DU NOMBRE DE REYNOLDS

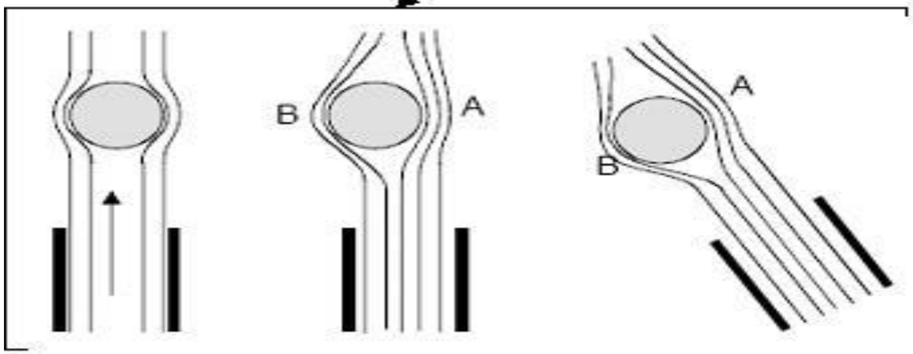
$Re < 2000$ REGIME LAMINAIRE

$2000 \leq Re \leq 4000$ REGIME TRANSITOIRE

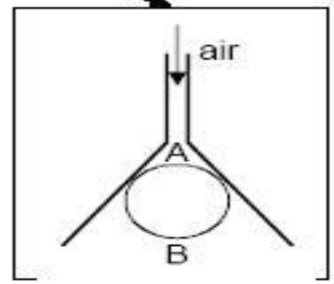
$Re > 4000$ REGIME TURBULENT

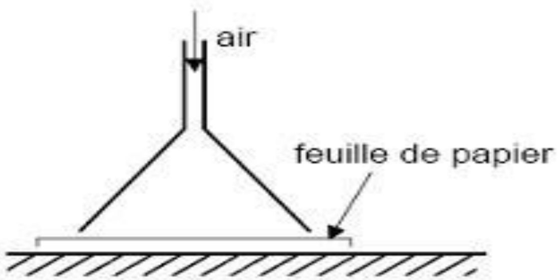
Lévitation d'une balle

Dans un jet d'air

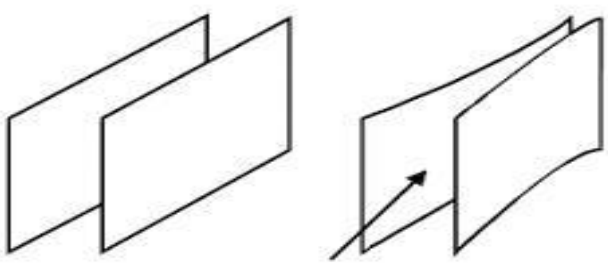


Variante dans un entonnoir retourné





Lévitation d'une feuille de papier



Aspiration de deux feuilles de papier

III Relation de Bernoulli

A partir du principe de conservation de l'énergie, on peut démontrer que

- si l'écoulement est stationnaire,
- si la viscosité est négligeable,
- si le fluide n'est soumis qu'aux forces de pesanteur,

alors la somme des énergies cinétique, potentielle et de pression par unité de volume de fluide est constante le long d'une ligne de courant. on peut écrire:

$$\frac{1}{2}\rho_1 v_1^2 + \rho_1 g h_1 + p_1 = \frac{1}{2}\rho_2 v_2^2 + \rho_2 g h_2 + p_2 \quad \dots \mathit{(3)}$$

Cette relation est attribuée à Daniel Bernoulli (1700-1782).

Daniel Bernoulli

Daniel Bernoulli
(8 février 1700 au 17 mars 1782)

était un mathématicien et physicien suisse et faisait partie des nombreux éminents mathématiciens de la famille Bernoulli . Il est particulièrement connu pour ses applications des mathématiques à la mécanique, en particulier la mécanique des fluides , et pour son travail de pionnier dans les domaines des probabilités et des statistiques . Son nom est commémoré dans le principe de Bernoulli , un exemple particulier de conservation de l'énergie, qui décrit les mathématiques du mécanisme sous-jacent au fonctionnement de deux technologies importantes du 20ème siècle: le carburateur et l' aile de l'avion .

N.B : Le théorème de Bernoulli exprime alors la conservation de l'énergie que possède le fluide au point **1** et au point **2**.

Energie potentielle + Energie cinétique + Energie de pression (travail) = Constante

L’expression que nous venons de trouver peut se mettre sous deux formes :

Le liquide est caractérisé par sa pression totale	$\rho.g.h+\frac{1}{2}.\rho.v^{2}+p=Cte$
Le liquide est caractérisé par sa charge	$h+\frac{v^{2}}{2g}+\frac{p}{\rho.g}=Cte$

Les expressions ci-dessus font apparaître quelques termes jouant un grand rôle dans le comportement des liquides :

Pression totale	$\rho.g.h+\frac{1}{2}.\rho.v^2+p=Cte$
Pression motrice	$\rho.g.h+p$
Pression dynamique	$\frac{1}{2}.\rho.v^2$

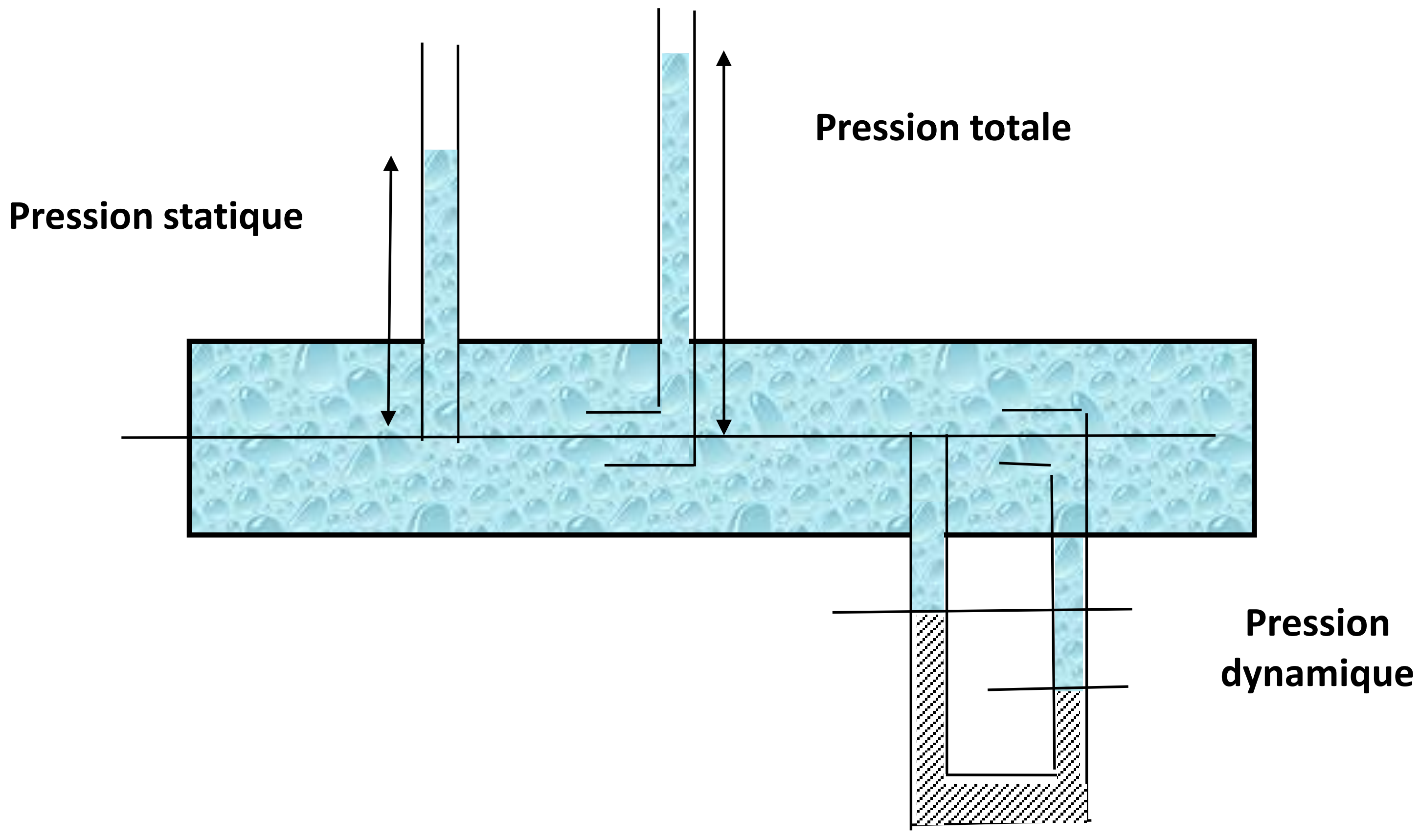
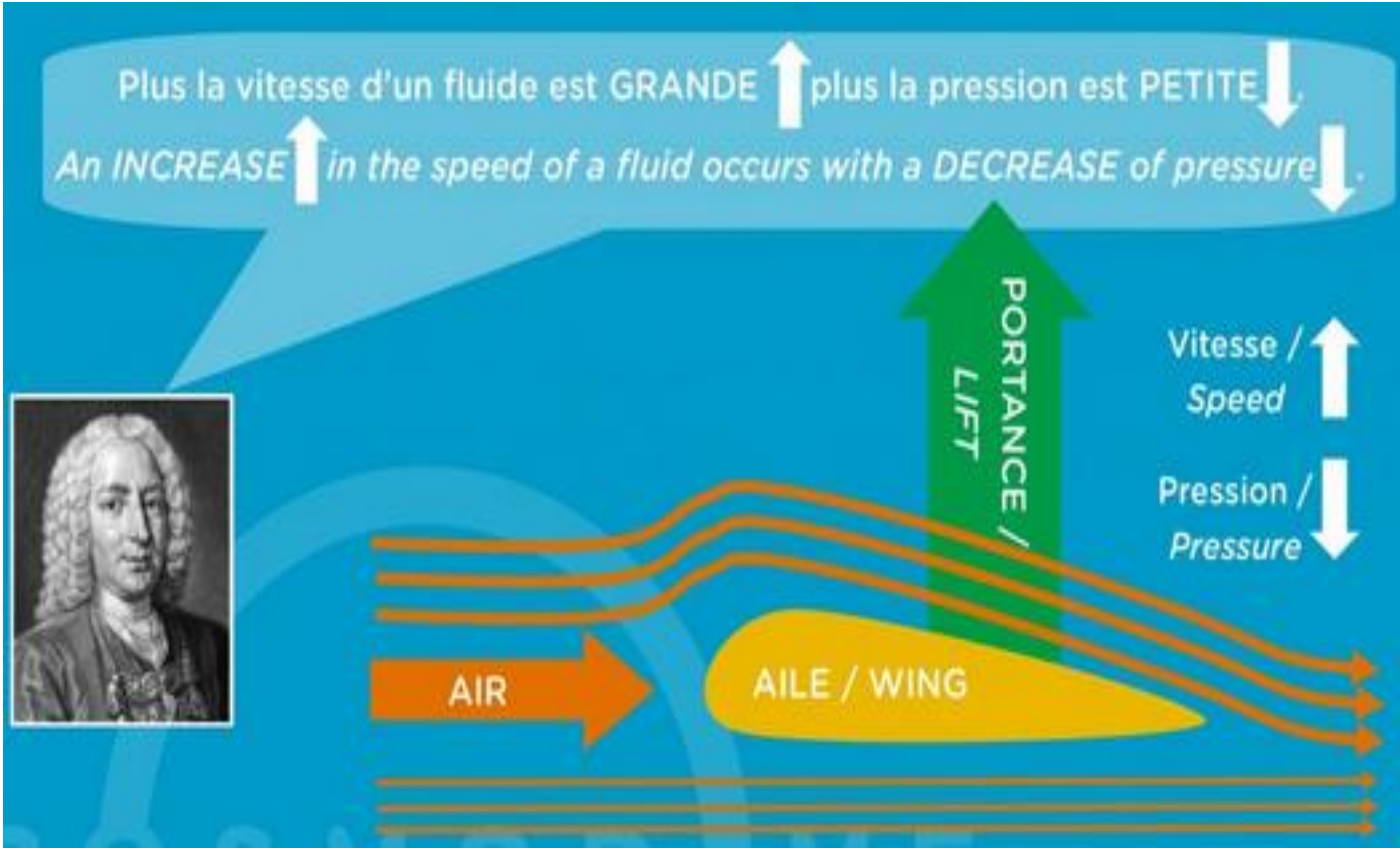
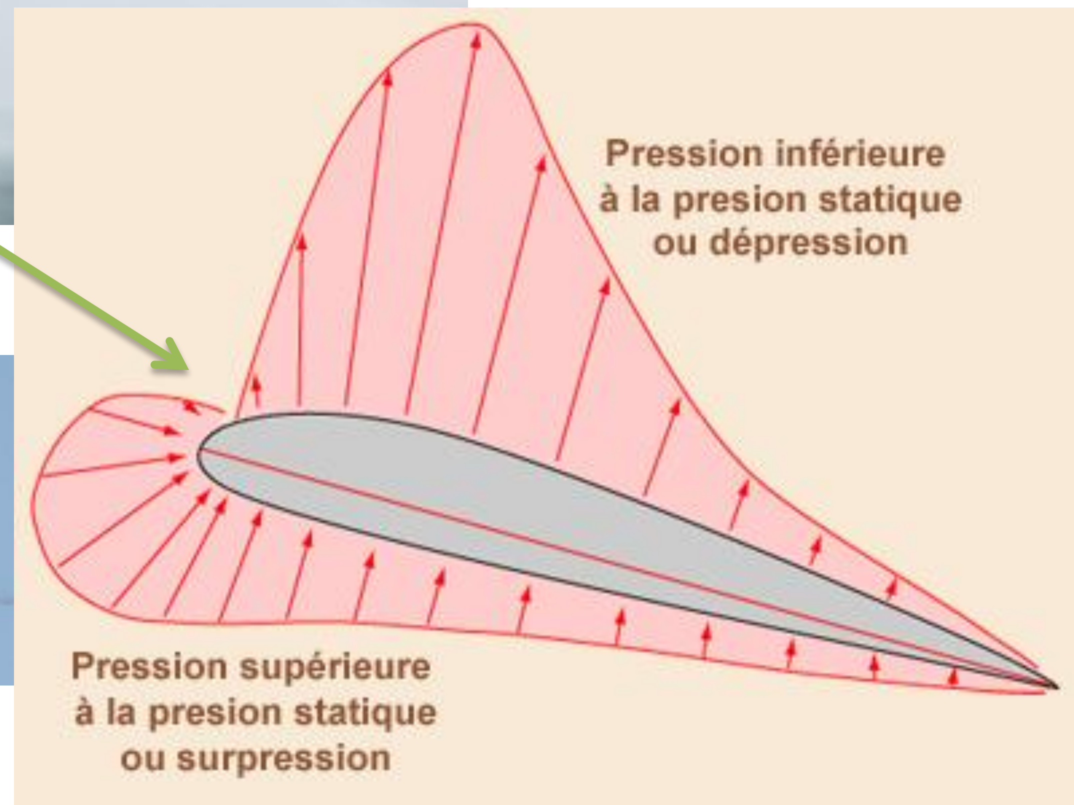


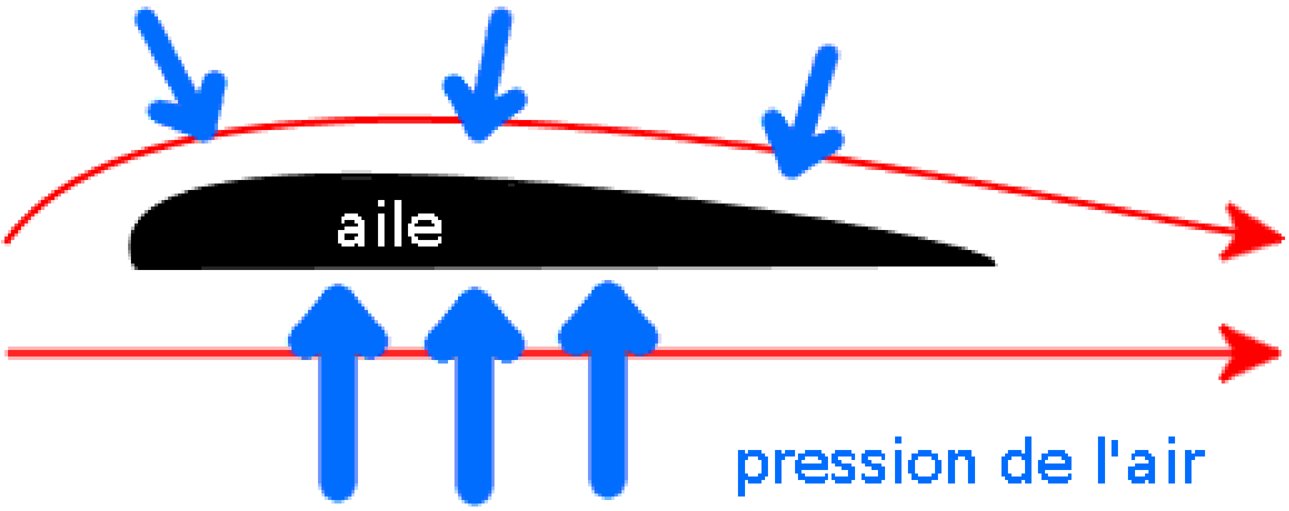
Figure : *mesure des termes constituant la charge d'un liquide. La pression dynamique est proportionnelle au carré de la vitesse du liquide. Mesurer la hauteur de chute permet donc de mesurer le débit de liquide. C'est un dispositif analogue – le tube de Pitot – qui permet aux avions de déterminer leur vitesse par rapport à l'air.*

Principe de Bernoulli/ Application : Aile d’avion




Portance
AIR ALGERIE
Trainée
Poussée
Poids


Pression inférieure
à la presion statique
ou dépression
Pression supérieure
à la presion statique
ou surpression



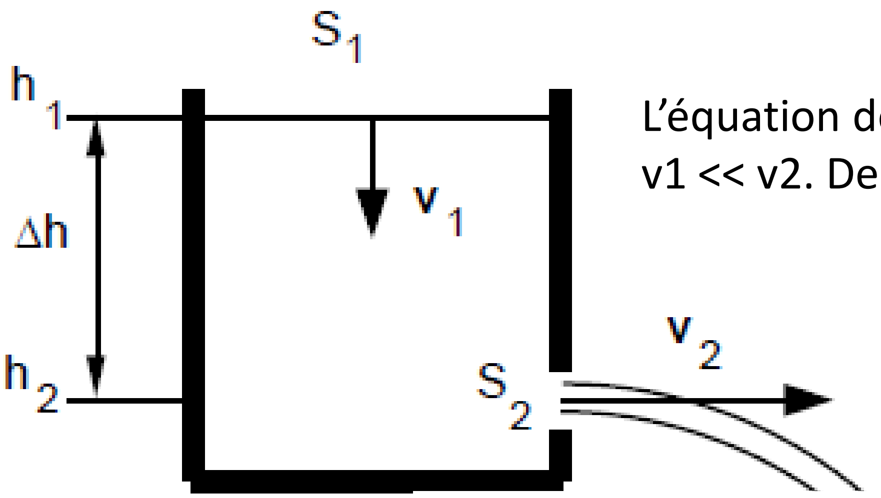
Le principe de Bernoulli est utilisé dans le fonctionnement de l'aile d'un avion. C'est la différence de profil entre le dessus et le dessous de l'aile qui influence la vitesse de l'air créant ainsi une différence de pression qui permettra la d'améliorer la portance de l'avion

Voir le lien vidéo youtube
pour des explications complémentaires

VI Applications

1.Formule de Torricelli

Soit un récipient rempli de liquide et percé d'un trou (figure). Les parois imperméables constituent un tube de courant. Considérons les sections S1 de la surface libre et S2 de l'orifice.



L'équation de continuité (2) montre que si S1 >>S2, alors v1 << v2. De plus,

$$p_1 = p_2 = p_A \qquad (p_A = \text{pression atmosphérique})$$

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho$$

$$h_1 - h_2 = \Delta h \ .$$

La relation de Bernoulli (3) devient (en posant $v_1 = 0$):

$$\rho\, g\, h_1 = \frac{1}{2} \rho\, v_2^{\,2} + \rho\, g\, h_2 \; . \qquad (4)$$

On trouve alors la formule de Torricelli:

$$v_2 = \sqrt{2\, g\, \Delta h} \; . \qquad (5)$$

Cette vitesse scalaire v2 est indépendante de la masse spécifique du fluide, de la direction du jet et de la forme du trou. Elle est égale à la vitesse d'un corps tombant en chute libre, sans frottement, d'une hauteur Dh.

2.Phénomène de Venturi

Un tube de Venturi est un tube de section variable tel que représenté sur la figure ci-dessous

$p_4 = p_A$ (p_A = pression atmosphérique).

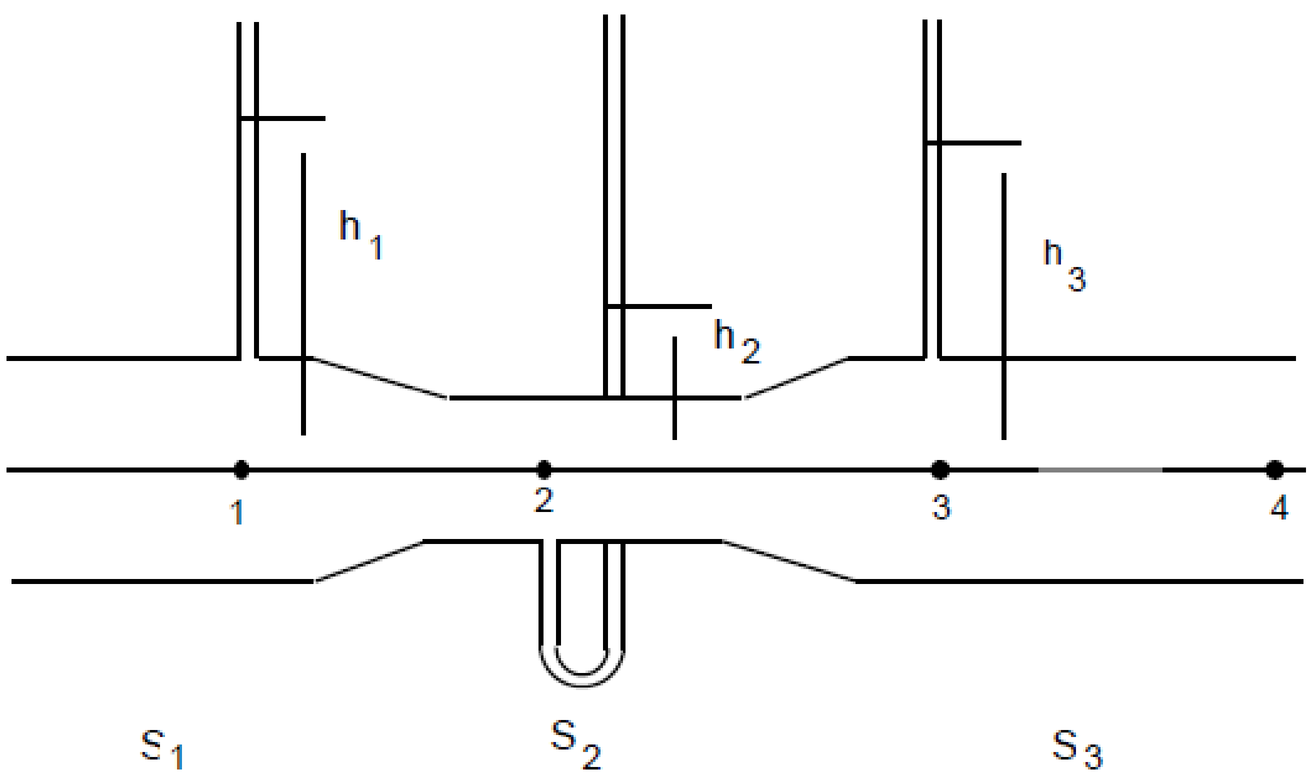


schéma du tube de Venturi.

Il permet de mesurer **des débits** et des **vitesses** connaissant la pression dans les différentes sections. Cette **pression** est mesurée par l'intermédiaire de 3 manomètres dont le fonctionnement est basé sur la **pression exercée par une colonne de liquide**. Ainsi au point 1

$$p_1 = p_A + \rho g h_1 .$$

L'équation de continuité (2) montre que v2 > v1.
L'équation de Bernoulli (3) appliquée sur une même ligne de courant entre 1 et 2 montre que p2 < p1

si le tube est horizontal et si l'on connaît les 2 sections du tube (S1 et S2)……l'équation de continuité (2) et l'équation de Bernoulli (3) forment un système de 2 équations à 2 inconnues v1 et v2 , qui permet de calculer v1 :

$$v_1 = S_2 \cdot \sqrt{\frac{2g(h_1 - h_2)}{S_1^2 - S_2^2}}$$

Remarque1/ Les sections S1 et S3 étant égales, les vitesses en 1 et 3 sont égales et les pressions devraient l'être aussi. **Mais** on constate expérimentalement que h3 est toujours plus petit que h1. Expliquez pourquoi?.

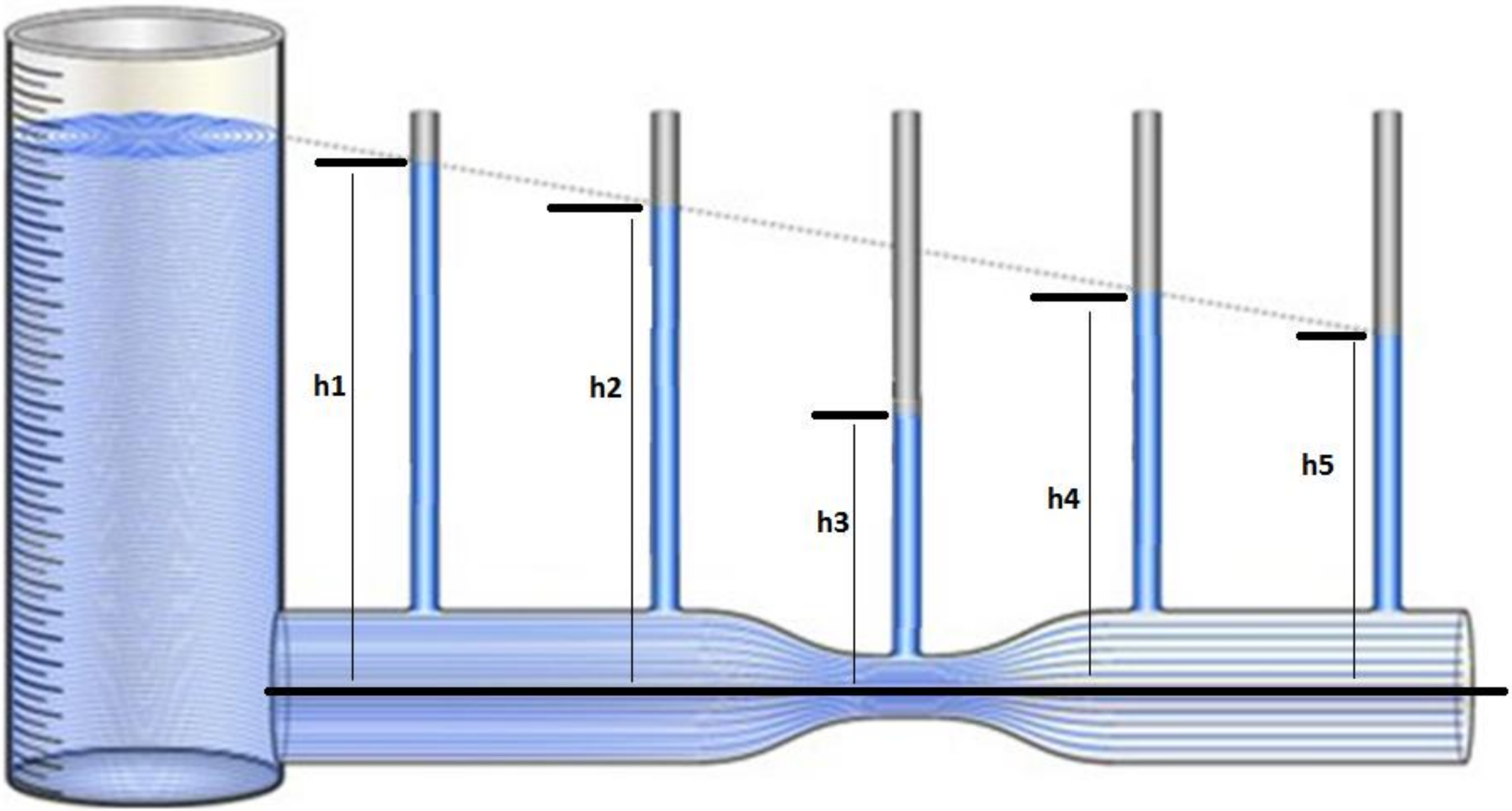
Remarque2/ Comme le tube de Venturi débouche à l’air libre en 4, peu éloigné de 3.

*la pression p4 est égale à la pression atmosphérique pA .

*Or nous avons vu que

$S2 < S4$ entraîne $v2 > v4$ et $p2 < p4$.

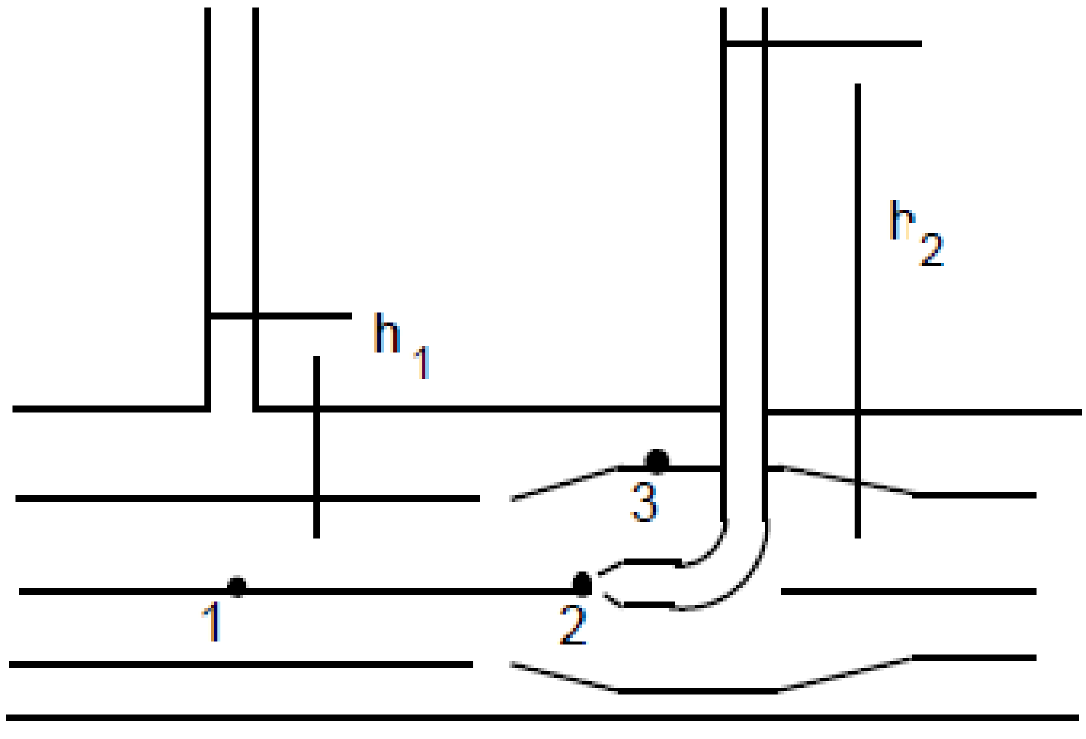
On peut utiliser cette propriété pour construire une pompe!.



Venturé et pertes de charges

3.Tube de Pitot

Comme le tube de Venturi, le tube de Pitot (figure) permet de déterminer la vitesse et le débit du fluide par mesure de pression.



La relation de Bernoulli appliquée sur la ligne de courant entre 1 et 2 donne alors:

$$v_1 = \sqrt{2g(h_2 - h_1)}$$

ou encore le débit

$$D = S \cdot \sqrt{2g(h_2 - h_1)} \ .$$

V *THÉORÈME DE BERNOULLI GÉNÉRALISÉ*

Au milieu de la conduite on place un appareil hydraulique, par exemple une turbine ou une pompe.
On a un travail ***W*** supplémentaire dû à cet appareil.
Ce travail sera **positif si le fluide** le reçoit (pompe), **négatif s'il le cède (turbine)**.

L'équation de Bernoulli s'écrit :

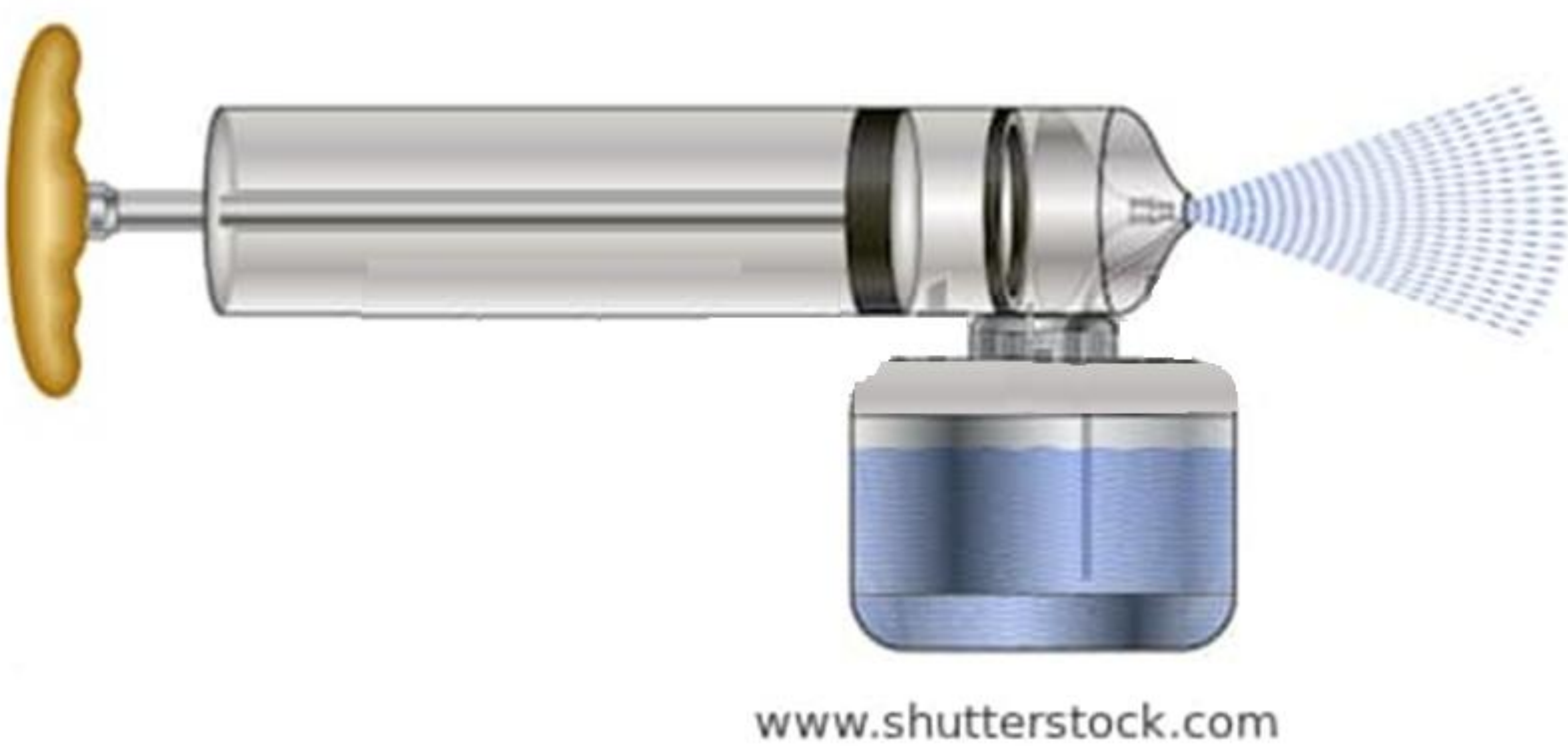
$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} + g.(z_2 - z_1) = W$$

Si ***P*** est la puissance de l'appareil et si q_m est le débit massique, on a la relation :

$$P = W.q_m$$

La puissance ***est*** *le débit d'énergie.*

Autres applications



Pulvérisateur manuelle (principe venturi)

Canon d’irrigation