

I.3. Ligne de Fanno

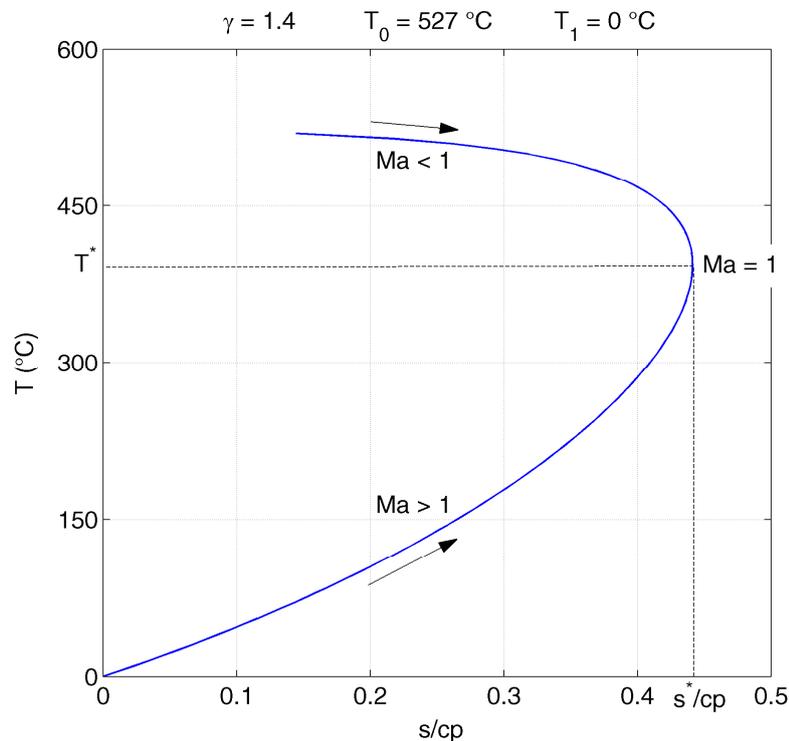
Une ligne de Fanno est une courbe décrivant les variations qui se produisent lors d'un écoulement de Fanno dans le diagramme T - s . La ligne Fanno montre toutes les combinaisons possibles d'entropie et de température qui peuvent exister dans un écoulement de Fanno pour une température de stagnation donnée et qui reste constante dans un tel écoulement.

Afin de tracer une courbe de Fanno, on combine les équations (16), (3), (6) et (9) pour obtenir l'équation suivante:

$$\frac{ds}{c_p} = \frac{1}{\gamma} \frac{dT}{T} - \frac{\gamma-1}{2\gamma} \frac{dT}{T_0 - T}$$

On intègre cette équation entre un état quelconque et un état de référence de température arbitraire T_1 et d'entropie s_1 (souvent prise égale à 0), on obtient:

$$\frac{s - s_1}{c_p} = \ln \left(\left(\frac{T}{T_1} \right)^{\frac{1}{\gamma}} \left(\frac{T_0 - T}{T_0 - T_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \right) \quad (26)$$



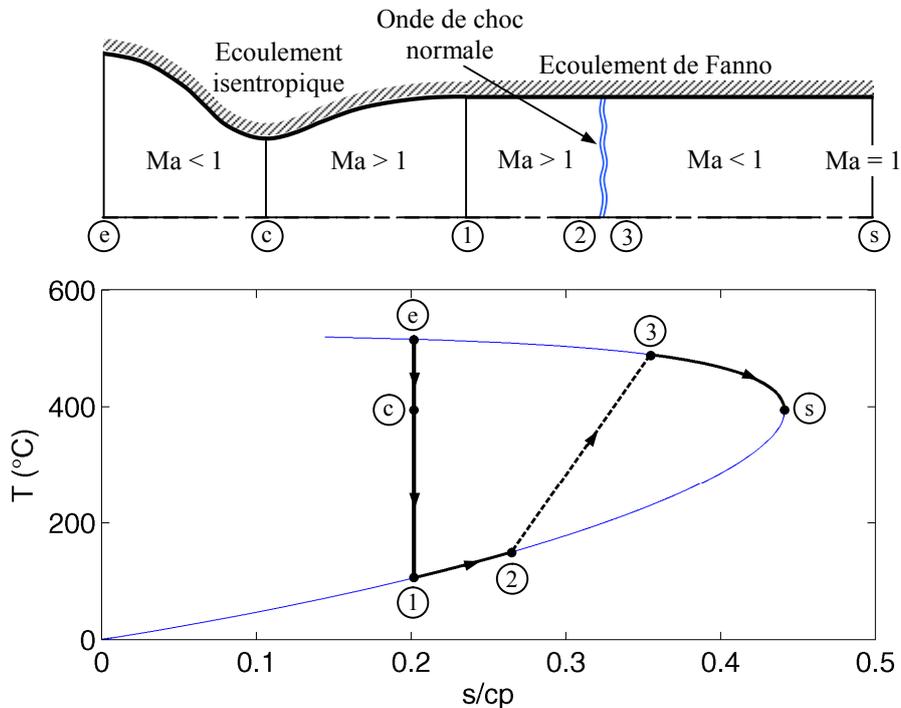
Le point d'entropie maximale sur une ligne de Fanno représente l'état critique (T^*, s^*) où $Ma = 1$. La partie supérieure de la courbe correspondant aux valeurs plus élevées de

température, est associée à l'écoulement subsonique tandis que la partie inférieure de la courbe correspondant aux valeurs plus faibles de température, est associée à l'écoulement supersonique. Comme l'entropie augmente toujours dans un écoulement irréversible, cela nous permet de constater que le nombre de Mach tend toujours vers 1 dans un écoulement de Fanno comme indiqué précédemment.

I.4. Onde de choc dans l'écoulement de Fanno

Pour un conduit de longueur $L^* = f(\text{Ma}_1)$ qui est appelée longueur sonique ou critique, le nombre de Mach juste à la sortie du conduit est égal à l'unité. Lorsque la longueur du canal L est étendue au-delà de la longueur critique L^* , on distingue deux cas possibles:

1^{er} cas ($\text{Ma} < 1$): le débit diminue et le nombre de Mach à l'entrée Ma_1 diminue également jusqu'à une valeur vérifiant $L = L^*(\text{Ma}_1)$. C'est-à-dire qu'en étendant de plus la longueur du canal au-delà de L^* pour un écoulement subsonique, on atteint toujours l'état critique au plan de sortie, mais cela provoque un changement de l'état à l'entrée du canal et par conséquent l'écoulement passe à une autre ligne de Fanno, mais aucun choc ne se produit dans ce cas.



2^{ème} cas ($Ma > 1$): Si on fait étendre la longueur du canal L au-delà de la longueur critique L^* , le débit demeure constant puisque le gaz restera toujours à l'état critique au niveau du col de la tuyère de Laval, mais dans ce cas un choc normal apparaît à un endroit précis de sorte que l'écoulement subsonique en aval du choc devienne sonique exactement à la sortie du conduit. Lorsque la longueur du conduit augmente, le choc normal se déplace plus en amont jusqu'à ce qu'il se produise éventuellement à l'entrée du conduit. En augmentant davantage la longueur du conduit, le choc normal apparaît dans la partie divergente de la tuyère de Laval.