

TD2: المصفوفات

التمرين الأول:

لتكن المصفوفات

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -3 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & -2 \\ 3 & -2 & -1 & -1 \\ 2 & -5 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. اجمع المصفوفتين الممكن جمعهما.

2. احسب AB و AC . ماذا تلاحظ؟

التمرين الثاني:

لتكن المصفوفين

$$A = (1 \ 2 \ 3 \ 4), B = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

احسب $AB, BA, (AB)^t, A^t B^t, B^t A^t$

التمرين الثالث:

تحقق أن المصفوفة

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 5 & 7 \\ -2 & -4 & -5 \end{pmatrix}$$

هي مقلوبة المصفوفة

$$\begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

التمرين الرابع:

لتكن المصفوفة

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

1. احسب $A^3 - A^2 - A + I_3$

2. استنتج أن A قابلة للقلب. عين A^{-1}

التمرين الخامس:

عين مصفوفات التطبيقات الخطية التالية بالنسبة للأساسين القانونيين.

$$f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$$
$$(x, y) \rightarrow (3x - y, 2x + 4y, 5x - 6y) \quad 1.$$

2. g : الإسقاط بالنسبة للشعاع e_2 في \mathbb{R}^3

3. $h = g \circ f$. قارنها مع جداء المصفوفتين الأوليين.

التمرين السادس:

ليكن التطبيق الخطي $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ الذي مصفوفته بالنسبة للأساس القانوني هي

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -5 & -3 \\ -1 & -2 & -3 \\ 3 & 15 & 12 \end{pmatrix}$$

اكتب عبارة f .

التمرين السابع:

ليكن $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ الأساس القانوني و $F = \{f_1, f_2, f_3\}$ جملة أشعة من \mathbb{R}^3 حيث

$$f_1 = e_1, f_2 = e_1 + e_2, f_3 = e_1 + e_2 + e_3$$

1. بين أن F أساس ل \mathbb{R}^3 .

2. عين مصفوفة المرور من E ل F .

3. ما هي احداثيات الشعاع $v = (1, 2, 3)$ في الأساس الجديد؟

التمرين الثامن:

ليكن $E = \{e_1, e_2, e_3\}$ الأساس القانوني و $B = \{u_1, u_2, u_3\}$ جملة أشعة من \mathbb{R}^3 حيث

$$u_1 = e_1 + e_2, u_2 = e_2 + e_3, u_3 = e_1 + e_3$$

1. بين أن B أساس ل \mathbb{R}^3 .

2. نعرف تطبيقا خطيا f على \mathbb{R}^3 ب

$$f(x, y, z) = (x - 2y + 2z, -x + z, x - y + 2z)$$

عين مصفوفتي f بالنسبة للأساسين E ثم B .