

TD1: الفضاءات الشعاعية – التطبيقات الخطية
التمرين الأول:

هل المجموعات التالية ف ش ج ؟

$$E_1 = \{(x, y, 1) / (x, y) \in \mathbb{R}^2\}$$

$$E_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x = y\}$$

$$E_3 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + 2y - 3z = 0\}$$

$$E_4 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 1\}$$

التمرين الثاني:

هل الشعاع u عبارة خطية للشعاعين u_1 و u_2 ؟

$$u = (1, 2), u_1 = (1, -2), u_2 = (2, 3) \quad \bullet$$

$$u = (2, 5, 3), u_1 = (1, 3, 2), u_2 = (1, -1, 4) \quad \bullet$$

التمرين الثالث:

هل الأشعة التالية مستقلة خطيا في \mathbb{R}^3 ؟

$$u = (1, -2, -5), v = (1, 1, 1), w = (1, 2, 3) \quad \bullet$$

$$u = (2, 5, 3), v = (1, 3, 2), w = (1, -1, 4) \quad \bullet$$

التمرين الرابع:

عين أسس ل ف ش ج في التمرين الأول ثم استنتج الأبعاد.

التمرين الخامس:

ليكن التطبيقين $f_1: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ و $f_2: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ المعرفين ب

$$f_2(x, y, z) = (-x + y + z, x - y + z) \text{ و } f_1(x, y) = (y, x, x + y)$$

1. بين أنهما خطيان.

2. عين صورتيهما ونواتيهما ثم احسب أبعادهما و تحقق من نظرية البعد.

3. هل التطبيقان متباينان ؟ غامران ؟

التمرين السادس:

ليكن التطبيق الخطي $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ المعرف على الأساس القانوني $\{e_1, e_2, e_3\}$ ب

$$f(e_3) = 2e_2 + 3e_3 \text{ و } f(e_2) = e_1 + 2e_2, f(e_1) = e_1$$

1. بين أنه متقابل.

2. عين صورة شعاع كفي (x, y, z) من \mathbb{R}^3 .