1ᵉMT stat descriptive série N°2

## Ex 7:

| les classes | [2,44;2,52[ | [2,52;2,60[ | [2,60;2,68[ | [2,68;2,76[ | [2,76;2,84[ |
|---|---|---|---|---|---|
| effectifs | 10 | 25 | 59 | 19 | 7 |

1]. Le caractère étudier: Les taux de Cholestérol

. La nature du caractère: Quantitatif Continu

2]. La représentation graphiquement:

. Le diagramme adéquat est: Histogramme

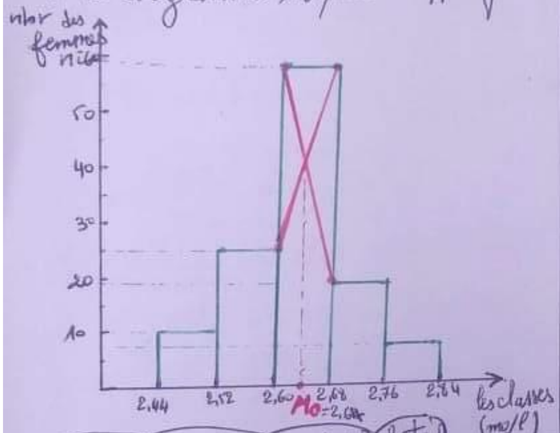
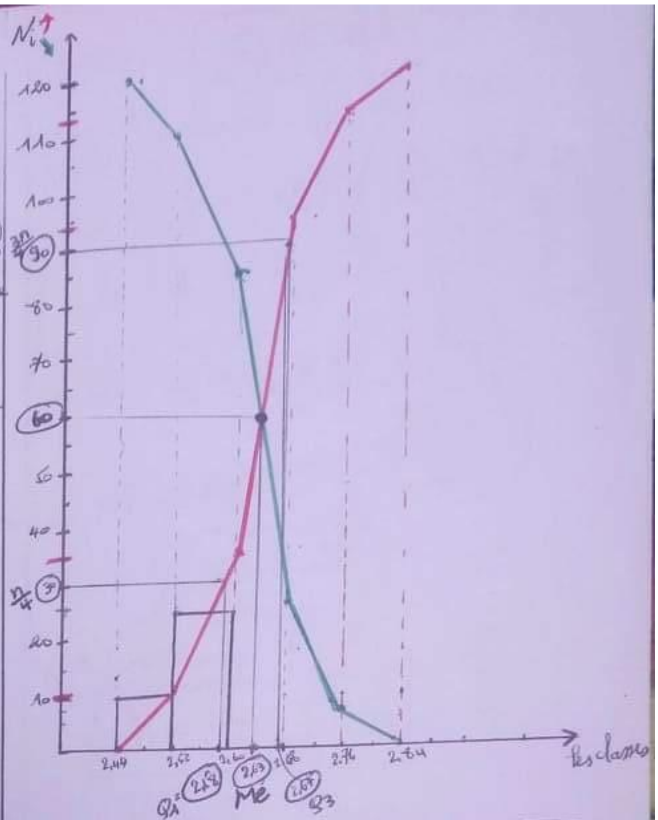



Diagramme de taux de Cholestérol en (mg/l) prélevés sur 120 femmes

3]. Les effectifs cumulés $N_i$↑↓

| les classes | $c_i$ | $n_i$ | $N_i$↑ | $N_i$↓ | $n_ic_i$ | $n_ic_i^2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| [2,44;2,52[ | 2,48 | 10 | 10 | 120 | 24,8 | 61,50 |
| [2,52;2,60[ | 2,56 | 25 | 35 | 110 | 64 | 163,84 |
| [2,60;2,68[ | 2,64 | 59 | 94 | 85 | 155,76 | 411,20 |
| [2,68;2,76[ | 2,72 | 19 | 113 | 26 | 51,68 | 149,56 |
| [2,76;2,84[ | 2,80 | 7 | 120 | 07 | 19,60 | 54,88 |
| $\sum_{i=1}^{5}$ | / | 120 | / | / | 315,84 | 831,98 |




La représentation graphique des $N_i$↑ et $N_i$↓

4] Les caractéristiques de position central:

. Graphiquement: On remarque que:

$$M_o = 2,64$$

$$x_{(\frac{n}{2})} = M_e = Q_2 \simeq 2,63$$

$$x_{(\frac{n}{4})} = Q_1 = x_{(30)} \simeq 2,58.$$

$$x_{(\frac{3n}{4})} = Q_3 = x_{(90)} \simeq 2,67.$$

. Par calcul:

. La mode: la classe modale est [2,60;2,68[ car $n_{i_{max}} = 59$.

On a: $\boxed{M_o = e_{i-1} + a_i \dfrac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2}}$

où: $[e_{i-1}; e_i[$ et $a_i = e_i - e_{i-1}$.

Suite de solution d'ex : 07 :

- Les caractéristique de position centrale : $M_o$, $M_e = Q_2$, $Q_1$, $Q_3$, $\overline{X}$

5]. Les caractéristiques de dispersion :

$E$ ; $Var(x)$ ; $\sigma(x)$ ; $IQ$.

- L'étendue de la serie :

$$\boxed{E = X_{max} - X_{min}}$$

$\Rightarrow E = 2,84 - 2,44$

$\Rightarrow E = 0,40$

- La variance :

$$\boxed{Var(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_i c_i^2 - \overline{X}^2}$$

$\Rightarrow Var(x) = \frac{1}{120}(831,98) - (2,632)^2$

$\simeq 6,933 - 6,927$

$\Rightarrow Var(x) \simeq 0,006$

- L'écart-type :

$$\boxed{\sigma(x) = \sqrt{Var(x)}}$$

$\Rightarrow \sigma(x) \simeq \sqrt{0,006}$

$\Rightarrow \sigma(x) \simeq 0,077$

- $\boxed{IQ = Q_3 - Q_1}$

$IQ = 2,68 - 2,58$

$\Rightarrow IQ \simeq 0,10$

La suite de solution d'ex.07

- $a_i = e_i - e_{i-1} = 2,68 - 2,60 = \boxed{0,08}$
- $\Delta_1 = n_3 - n_2 = 59 - 25 = \boxed{34}$

  $n_3$ : effectif de classe modale ; $n_2$ : effectif de classe précédente
- $\Delta_2 = n_3 - n_4 = 59 - 19 = \boxed{40}$

  $n_3$ : effectif de classe modale ; $n_4$ : effectif de classe suivante

Alors : $M_o = e_{i-1} + a_i \left( \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \right)$

$\Rightarrow M_o = 2,60 + 0,08 \left( \frac{34}{34+40} \right) \simeq 2,636$

$\Rightarrow M_o \simeq 2,64$

- La médiane : la classe médiane est

$[2,60 ; 2,68[ = [e_{i-1}, e_i[ = [e_2 ; e_3[$

[car $\frac{n}{2} = \frac{120}{2} = 60$]

$$\boxed{Me = e_{i-1} + a_i \left( \frac{\frac{n}{2} - N_{i-1}^{\uparrow}}{n_i} \right)}$$

alors : $Me = e_3 + a_3 \left( \frac{\frac{n}{2} - N_2}{n_3} \right)$

$\Rightarrow Me = 2,60 + 0,08 \left( \frac{\frac{120}{2} - 35}{59} \right)$

$\Rightarrow Me \simeq 2,63$

- $Q_1 = ?$ Comme $\frac{n}{4} = 30$ alors :

$Q_1 \in [2,52 ; 2,60[ = [e_1 ; e_2[$

$$\boxed{Q_1 = e_{i-1} + a_i \left( \frac{\frac{n}{4} - N_{i-1}^{\uparrow}}{n_i} \right)}$$

$Q_1 = e_1 + a_2 \left( \frac{\frac{n}{4} - N_1}{n_2} \right)$

$\Rightarrow Q_1 = 2,52 + 0,08 \left( \frac{\frac{120}{4} - 10}{25} \right)$

alors : $Q_1 \simeq 2,58$

$Q_3 = ?$ : Comme $\frac{3n}{4} = 90$ alors :

$Q_3 \in [2,60 ; 2,68[ = [e_2 ; e_3[$

$$\boxed{Q_3 = e_{i-1} + a_i \left( \frac{\frac{3n}{4} - N_{i-1}^{\uparrow}}{n_i} \right)}$$

$\Rightarrow Q_3 = e_2 + a_3 \left( \frac{\frac{3n}{4} - N_2}{n_3} \right)$

$\Rightarrow Q_3 = 2,60 + 0,08 \left( \frac{\frac{3(120)}{4} - 35}{59} \right)$

$\Rightarrow Q_3 \simeq 2,68$

- La moyenne : $\overline{X} = ?$

$$\boxed{\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{k} n_i c_i}$$

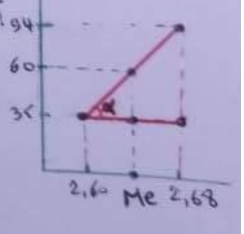
$\Rightarrow \overline{X} = \frac{1}{120} (315,84)$

$\Rightarrow \overline{X} \simeq 2,632$

$\Rightarrow \overline{X} \simeq 2,63$

Remarque : on peut calculer la médiane comme suite :

$tg\alpha = \frac{N_i - N_{i-1}}{e_i - e_{i-1}} = \frac{\frac{n}{2} - N_{i-1}}{Me - e_{i-1}}$




$\Rightarrow \frac{94 - 35}{2,68 - 2,60} = \frac{60 - 35}{Me - 2,60}$

$\Rightarrow \frac{59}{0,08} = \frac{25}{Me - 2,60}$

et par suite on trouve $Me \simeq 2,63$

1MI Stat descriptive Serie N°2

## Exo 8 :

| $C_i$ (le centre de Classe) | 0,70 | 0,80 | 0,90 | 01,00 | 1,10 | 1,20 | 1,30 | 1,40 | 1,50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_i$ (l'effectif) | 04 | 18 | 42 | 63 | 75 | 54 | 30 | 12 | 02 |

• 1] Déterminer ces classes :

| Classes | $C_i$ | $n_i$ | $N_i^{\uparrow}$ | $n_iC_i$ | $n_iC_i^2$ | $f_i$ | $F_i^{\uparrow}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| [0,65 ; 0,75[ | 0,70 | 04 | 04 | 2,80 | 1,96 | 0,013 | 0,013 |
| [0,75 ; 0,85[ | 0,80 | 18 | 22 | 14,40 | 11,52 | 0,06 | 0,073 |
| [0,85 ; 0,95[ | 0,90 | 42 | 64 | 37,80 | 34,02 | 0,14 | 0,213 |
| [0,95 ; 1,05[ | 01,00 | 63 | 127 | 63,00 | 63,00 | 0,21 | 0,423 |
| [1,05 ; 1,15[ | 01,10 | 75 | 202 | 82,50 | 90,75 | 0,25 | 0,673 |
| [1,15 ; 1,25[ | 1,20 | 54 | 256 | 64,80 | 77,76 | 0,18 | 0,853 |
| [1,25 ; 1,35[ | 1,30 | 30 | 286 | 39,00 | 50,70 | 0,10 | 0,953 |
| [1,35 ; 1,45[ | 1,40 | 12 | 298 | 16,80 | 23,52 | 0,04 | 0,993 |
| [1,45 ; 1,55[ | 1,50 | 02 | 300 | 03,00 | 04,50 | 0,007 | 01 |
| $\sum_{i=1}^{9}$ | / | 300 | / | 324,10 | 357,73 | 01 | / |

2] • La moyenne : $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_iC_i$

$\Rightarrow \overline{X} = \frac{1}{300}(324,10)$

$\Rightarrow \overline{X} = 1,08$

• La médiane : $\frac{n}{2} = \frac{300}{2} = 150$

$\Rightarrow$ la classe médiane est :

$[1,05 ; 1,15[ = [e_{i-1} ; e_i[ = [e_4 ; e_5[$

$$\boxed{Me = e_{i-1} + a_i\left(\frac{\frac{n}{2} - N_{i-1}}{n_i}\right)}$$

$\Rightarrow Me = e_4 + a_5\left(\frac{\frac{n}{2} - N_4}{n_5}\right)$

$\Rightarrow Me = 1,05 + 0,10\left(\frac{\frac{300}{2} - 127}{75}\right)$

alors $Me \simeq 1,081$

2ème Methode :

$$\boxed{Me = e_{i-1} + a_i\left(\frac{0,50 - F_{i-1}}{f_i}\right)}$$

$\Rightarrow Me = e_4 + a_5\left(\frac{0,50 - F_4}{f_5}\right)$

$\Rightarrow Me = 01,05 + 0,10\left(\frac{0,50 - 0,423}{0,25}\right)$

$\Rightarrow Me \simeq 1,081$

• L'écart-type : $\sigma(x) = \sqrt{Var(x)}$

$$\boxed{Var(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_iC_i^2 - \overline{X}^2}$$

$\Rightarrow Var(x) = \frac{1}{300}(357,73) - (1,08)^2$

$\Rightarrow Var(x) \simeq 1,192 - 1,166$

$\Rightarrow Var(x) \simeq 0,026$

alors : $\sigma(x) \simeq \sqrt{0,026}$

$\Rightarrow \sigma(x) \simeq 0,161$

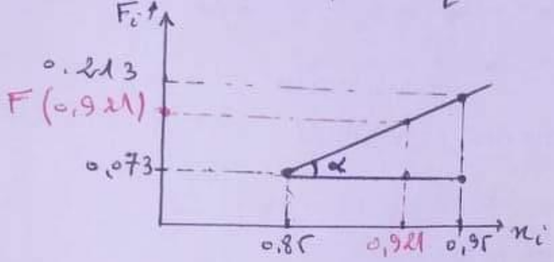
3] Le pourcentage d'individus ayant le taux de glucose est dans l'intervalle $[\overline{X} - \sigma(x) ; \overline{X} + \sigma(x)]$ :

$$P\% = [F(\overline{X} + \sigma(x)) - F(\overline{X} - \sigma(x))] \times 100\%$$

$\begin{cases} \overline{X} - \sigma(x) = 1,08 - 0,161 = 0,921. \\ \overline{X} + \sigma(x) = 1,08 + 0,161 = 1,241. \end{cases}$

La suite de solution d'exo 8 :

• $\overline{X} - \sigma(x) = 0,921 \in [0,85 ; 0,95[$.

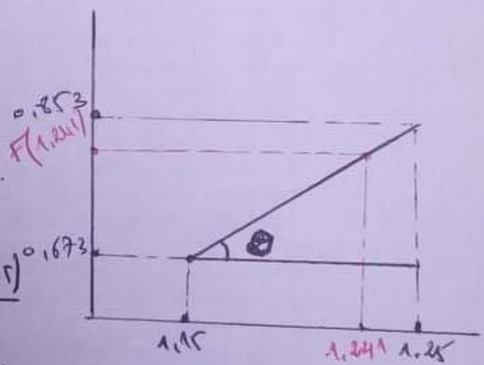



$$Tg(\alpha) = \frac{F(0,95) - F(0,85)}{0,95 - 0,85} = \frac{F(0,921) - F(0,85)}{0,921 - 0,85}$$

$$\Rightarrow tg(\alpha) = \frac{0,213 - 0,073}{0,10} = \frac{F(0,921) - 0,073}{0,071}$$

$$\Rightarrow F(0,921) = 0,071 \left( \frac{0,14}{0,10} \right) + 0,073$$

$$\Rightarrow F(0,921) \simeq 0,172$$




• $\overline{X} + \sigma(x) = 1,241 \in [1,15 ; 1,25[$.

$$tg(\theta) = \frac{F(1,25) - F(1,15)}{1,25 - 1,15} = \frac{F(1,241) - F(1,15)}{1,241 - 1,15}$$

$$\Rightarrow tg(\theta) = \frac{0,853 - 0,673}{0,10} = \frac{F(1,241) - 0,673}{0,091}$$

$$\Rightarrow F(1,241) = 0,091 \left( \frac{0,18}{0,10} \right) + 0,673.$$

$$\Rightarrow F(1,241) \simeq 0,837$$

Alors :

$$P \simeq (0,837 - 0,172) \times 100 \%$$

$$\Rightarrow P \simeq 0,6648 \times 100 \%$$

$$\Rightarrow P \simeq 66,48 \%$$